

# CALCULO DE UNA CHIMENEA DE EQUILIBRIO CON AUXILIO DE CALCULADORA ELECTRONICA

Por ALFONSO ALVAREZ MARTINEZ

Ingeniero de Caminos

y JOSE M.<sup>o</sup> SAN MIGUEL

Alumno de 2.<sup>o</sup> año de la Escuela de Caminos

*En el presente artículo se dan a conocer los resultados obtenidos en el cálculo de la chimenea de equilibrio del Salto de Cornatel, propiedad de E.N.E.S.A., utilizando una calculadora electrónica, y se indica cómo la programación realizada es aplicable, en general, a cualquier chimenea de una cámara.*

El salto de Cornatel, propiedad de E.N.E.S.A., utiliza aguas del Sil que, derivadas en la presa de Fuente del Azufre, se conducen por un canal de 17,8 kilómetros de longitud y capaz para 50 m.<sup>3</sup>/seg. hasta el embalse de la Campañana. De éste parte una galería de presión para 115 m.<sup>3</sup>/seg., con longitud de 4,9 Km. y, finalmente, se encuentra la tubería forzada salvando un desnivel de 95 m. Resulta un salto bruto máximo de 141,64 m., con una potencia de 168.000 CV.

Todo el proyecto de este salto, actualmente en periodo avanzado de construcción, ha sido realizado por el Departamento de Construcción de AUNINI.

Entre la tubería forzada y la galería de presión se ha previsto una chimenea de equilibrio, cuyo proyecto ha sido realizado por los Ingenieros de Caminos J. L. Adalid y J. Moreno de Rodrigo.

El planteamiento matemático de las ecuaciones que regulan los cambios de nivel del agua en la chimenea es de sobra conocido y bastante sencillo. Sin embargo, son francamente laboriosos y molestos los cálculos que hay que realizar, sobre todo si se pretende un estudio exhaustivo, determinando los niveles máximos y mínimos para los diferentes cierres y aperturas posibles, así como casos complejos de maniobras de central, en que haya diversas combinaciones de cierres y aperturas consecutivas. Este estudio completo es de suma importancia, pues solamente a través de él puede conocerse si hay o no posibilidad de que se produzcan fenómenos de resonancia con cierrres y aperturas alternativos; en su defecto, habría que recurrir a tomar un coeficiente de seguridad, que es más bien "de ignorancia", obligando a limitaciones en la explotación de la central, las cuales acarrean siempre perjuicios económicos.

El problema que describimos es de los típicamente adecuados para ser resueltos con auxilio de cerebro o calculadora electrónica, pues pueden obtenerse de modo muy rápido todos los casos que se deseen, mientras que realizados los cálculos por los procedi-

mientos ordinarios se requerirían varios meses, aun contando con máquinas de calcular eléctricas y un equipo adiestrado de calculistas.

Este artículo pretende únicamente dar a conocer el trabajo realizado de programación para la calculadora electrónica y utilización de la misma, partiendo de los datos particulares de la chimenea suministrados por los Ingenieros J. L. Adalid y J. Moreno de Rodrigo, y obteniendo los diversos casos pedidos por ellos.

Queremos hacer resaltar el hecho de que se pensó desde el principio, y se ha logrado de modo satisfactorio, enfocar el problema desde un punto de vista general, estableciendo un programa de órdenes para la calculadora que puede aplicarse a cualquier chimenea, sin más que cambiar unas pocas fichas de datos.

## Características de la chimenea.

Se trata de una chimenea en pozo abierto cuyas secciones horizontales son circulares. Tiene un estriangulamiento en su inserción con la galería de presión y tres cambios de sección, ensanchándose a medida que se asciende en nivel (fig. 1.<sup>a</sup>). Resulta, así, constituida por cuatro cilindros de revolución.

## Método de cálculo.

Las ecuaciones básicas utilizadas en el cálculo son las habituales:

$$f w = F v + Q \quad (\text{continuidad}); \quad [1]$$

$$\frac{L}{g} \frac{d w}{d t} + z + e' k w^2 + e' \lambda F^2 v^2 = 0 \quad (\text{energía}); \quad [2]$$

$$d z = v d t \quad (\text{nivel en la chimenea}). \quad [3]$$

en las que

$t$  = tiempo.

$z$  = altura del agua en la chimenea.

$f$  = sección de la galería de presión.

$F$  = sección de la chimenea (variable con la altura).

$L$  = longitud de la galería de presión.

$Q$  = caudal que sale por las turbinas.

$w$  = velocidad media en la galería.

$v$  = velocidad media en la superficie libre de la chimenea.

$k$  = coeficiente de rozamiento en la galería.

$\lambda$  = coeficiente de rozamiento en el estrangulamiento.

$c = +1$  si  $w > 0$ ;  $c = -1$  si  $w < 0$ .

$c' = +1$  si  $v > 0$ ;  $c' = -1$  si  $v < 0$ .

tras que  $v$  presenta las discontinuidades producidas por los cambios bruscos de sección en la chimenea.

Para sistematizar el cálculo con el cerebro electrónico, se trabaja con incrementos de tiempo iguales a lo largo de todo el régimen de oscilaciones y se hace que estos incrementos sean lo suficientemente pequeños para que los errores cometidos sean despreciables. En la práctica suele bastar con tomar intervalos de un segundo de tiempo.

Además, y para mayor exactitud, se toman en las

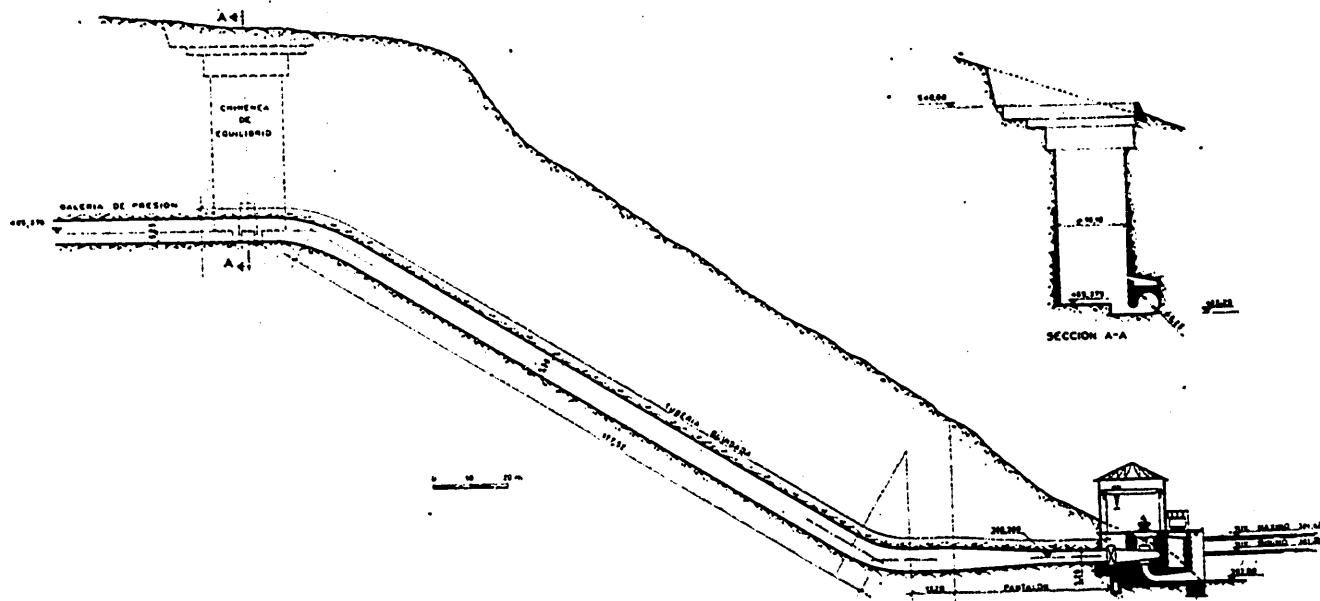


Figura 1.<sup>a</sup>

Como coeficientes de rozamiento en la galería se han adoptado

$k = 0,459$  para maniobras de cierre.

$k = 0,557$  para maniobras de apertura.

correspondientes a un coeficiente de Manning 0,115 y 0,013, respectivamente.

Para determinar las pérdidas por rozamiento en el estrangulamiento se hicieron ensayos en modelo reducido, deduciéndose de ellos que puede tomarse:

$\lambda = 0,0012$  para cierres.

$\lambda = 0,0016$  para aperturas.

Se procede a la integración del sistema de ecuaciones diferenciales por el método de diferencias finitas, estableciendo unas fórmulas de recurrencia, tales que a partir de  $z_i$ ,  $w_i$  se obtengan  $z_{i+1}$ ,  $w_{i+1}$  después de transcurrido un tiempo  $\Delta t$ .

Se prefiere eliminar  $v$  y calcular  $z$  en función de  $w$  debido a que ésta es una función continua, mien-

fórmulas los valores medios de las funciones en el intervalo correspondiente, y podemos escribir:

$$w_m = \frac{w_i + w_{i+1}}{2} = w_i + \frac{\Delta w_i}{2}; \quad [4]$$

$$z_m = \frac{z_i + z_{i+1}}{2} = z_i + \frac{\Delta z_i}{2}. \quad [5]$$

Sustituyendo en [3] el valor de  $v$  sacado de [1] resulta:

$$dz = \frac{fw - Q}{F} dt,$$

o bien:

$$\Delta z_i = \frac{\Delta t}{F} (f w_m - Q);$$

y sustituyendo  $w_m$  por su valor de [4], resulta:

$$z_{i+1} = z_i + \Delta z_i = z_i + \frac{f \Delta t}{F} \left( \frac{w_i + w_{i+1}}{2} \right) - \frac{Q}{F} \Delta t. \quad [6]$$

Se supone que tanto las maniobras de cierre como las de apertura son instantáneas, y que, por tanto,  $Q$  es independiente de  $t$ , es decir, pasa instantáneamente del valor inicial al final. Como después de llegarse al régimen estable la velocidad en la chimenea se reduce a cero, puede escribirse:

$$Q = f w_r;$$

siendo  $Q$  el caudal final y  $w_r$  la velocidad en la galería después de estabilizarse el régimen. En consecuencia:

$$F v_i = f w_i - Q = f(w_i - w_r);$$

$$v_m = \frac{f}{F} \left( w_i + \frac{\Delta w_i}{2} - w_r \right). \quad [7]$$

Sustituyendo en [2] los valores medios de  $z_m$ ,  $v_m$ ,  $w_m$ , despreciando los términos en  $\Delta w^2$  y despejando  $\Delta w$ , resulta:

$$\Delta w = -z_i - \frac{f w_i}{2F} \Delta t + \frac{Q}{2F} \Delta t - e k w_i^2 - e' \lambda f^2 (w_i - w_r)^2; \\ \frac{L}{g \Delta t} + \frac{f}{4F} \Delta t + e k w_i + e' \lambda f^2 (w_i - w_r)$$

pero obsérvese que:

$$c = \begin{cases} 1 & \text{para } w_i > 0 \\ -1 & \text{para } w_i < 0 \end{cases} \quad \text{luego siempre } c w_i > 0.$$

$$c' = \begin{cases} 1 & \text{para } v > 0, \text{ o bien } w_i > w_r \\ -1 & \text{para } v < 0, \text{ o bien } w_i < w_r \end{cases} \quad \text{luego siempre } c'(w_i - w_r) > 0$$

y, por tanto, puede escribirse después de sumar  $w_i + \Delta w_i$  y simplificar convenientemente:

$$w_{i+1} = \frac{\left( \frac{L}{g \Delta t} - \frac{f}{4F} \Delta t \right) w_i + \frac{Q}{2F} \Delta t - z_i + \lambda f^2 w_r |w_i - w_r|}{\frac{L}{g \Delta t} + \frac{f \Delta t}{4F} + k |w_i| + \lambda f^2 |w_i - w_r|}, \quad [8]$$

las ecuaciones [6] y [8] permiten calcular  $z_{i+1}$ ,  $w_{i+1}$ , partiendo de otros valores  $z_i$ ,  $w_i$  y de un  $\Delta t$ . Repitiendo el proceso sucesivamente se tienen los valores  $z$ ,  $w$  en función del tiempo, y, por consiguiente, se conocen las variaciones que se producen hasta estabilizarse el régimen.

Las ecuaciones [6] y [8] pueden escribirse en la forma:

$$w_{i+1} = \frac{A_n w_i + B_n - z_i + C_r |w_i - w_r|}{D_n + k_r |w_i| + E_r |w_i - w_r|}; \quad [9]$$

$$z_{i+1} = z_i + G_n (w_{i+1} + w_i) - H_n \quad [10]$$

que es como se han utilizado para el cálculo con el cerebro electrónico.

En estas ecuaciones  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $G$ ,  $H$  son coeficientes tales que los afectados con subíndice  $n$  dependen de la altura a que esté el agua en la chimenea, y los afectados con subíndice  $r$  dependen de la velocidad final en la galería después de estabilizado el régimen.

### Programación para la calculadora electrónica.

El método expuesto resulta muy adecuado para el cálculo con cerebro electrónico.

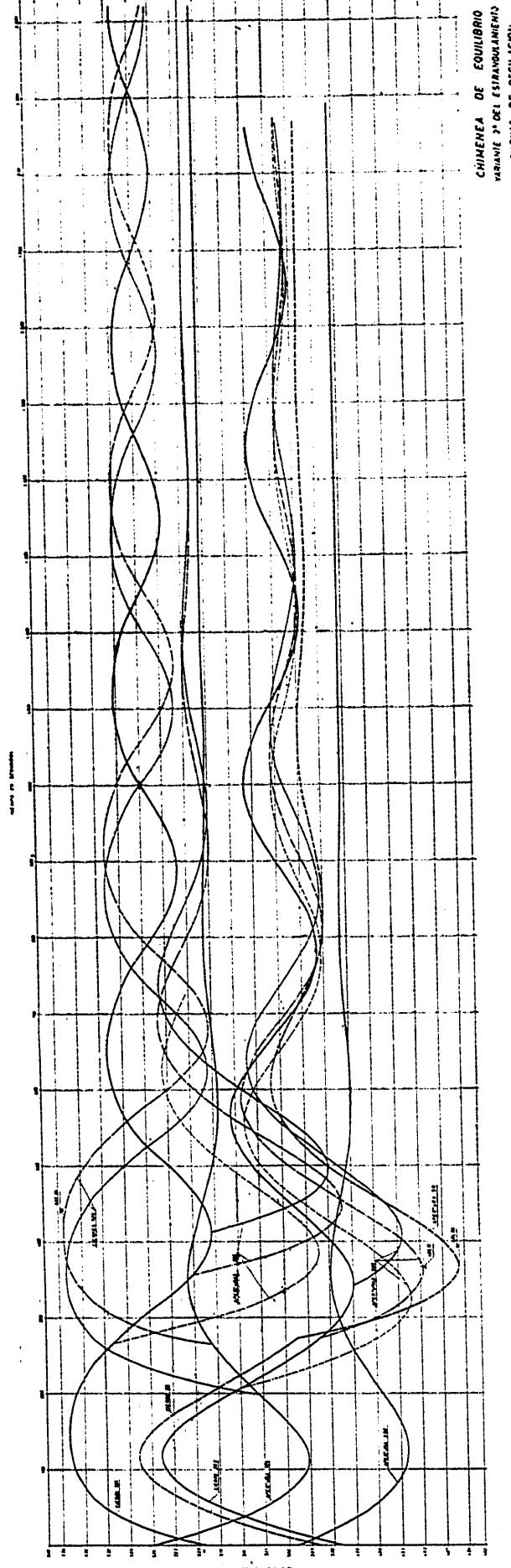
Nosotros hemos utilizado una máquina Remington Rand del tipo Univac, que tiene una memoria de tambor capaz para 5.000 palabras, y utiliza fichas perforadas.

Se han preparado unas fichas con las órdenes debidas para hacer que la máquina calcule las  $z_{i+1}$ ,  $w_{i+1}$  a partir de  $z_i$ ,  $w_i$ ,  $\Delta t$ . Una vez que ha calculado  $z_{i+1}$ ,  $w_{i+1}$  las sitúa en el lugar en que estaban  $z_i$ ,  $w_i$  (éstas se borran) y calcula  $z_{i+2}$ . El proceso se repite tantas veces como se quiera, y a tal velocidad que no llega a diez minutos el tiempo necesario para efectuar el cálculo 2 000 veces.

Obsérvese que las fórmulas [9] y [10] son independientes del tipo de chimenea y maniobra que se efectúe; sólo varían en cada caso los coeficientes que han de tomarse. Gracias a ello las fichas de órdenes preparadas son utilizables para cualquier chimenea, sin más que introducir los datos adecuados (variables en cada caso) que se han de perforar en fichas separadas.

Hemos dicho que en las fórmulas [9] y [10] los subíndices  $n$  indican que el coeficiente depende de la altura del agua en la chimenea, mientras que los coeficientes afectados por  $r$  dependen de  $w_i - w_r$ . A la máquina se le suministran todos los diversos coeficientes que intervienen en cada tipo de maniobra, y se ha preparado el programa de modo que la propia máquina cada vez que ha de calcular  $z_{i+1}$ ,  $w_{i+1}$ , a partir de  $z_i$ ,  $w_i$ , elige cuáles son los coeficientes que corresponden en aquel instante. Examina primeramente si  $w_i \geq w_r$  para decidir los coeficientes con subíndice  $r$  e inmediatamente averigua entre que  $h_j$ ,  $h_{j+1}$  está comprendida la  $z$  para elegir los coeficientes afectados de  $n$ .

Se han llamado  $h_j$  las alturas a las cuales hay cambio de sección en la chimenea. Se ha preparado el programa de modo que pueden existir hasta 15 cam-



bios de sección, lo que es suficiente en la práctica. No obstante, si se desease y mediante una pequeña modificación podrían establecerse más cambios de sección.

### Cálculos efectuados.

En el caso de la chimenea del Salto de Cornatel, y a petición de sus proyectistas Ingenieros Adalid y Moreno de Rodrigo, se han efectuado los siguientes cálculos:

Cierre con embalse a la cota 526.  
Apertura con embalse a la cota 526.

Apertura a la cota 526 después de un cierre y en el momento en que la  $z$  es mínima.

Apertura a la cota 526 después de un cierre y en el momento en que la velocidad de descenso es máxima.

Apertura a la cota 526 después de un cierre y en el momento pésimo, es decir, que origina el máximo descenso.

Cierre a la cota 508.

Aperturas a la cota 508 para los diversos casos de cota mínima, velocidad de descenso máximo y punto pésimo.

Todos estos casos han sido, además, repetidos para dos estrangulamientos diferentes.

### Resultados obtenidos.

En todos los diversos casos, el cerebro electrónico ha calculado las  $z$ ,  $w$  para intervalos de tiempo de un segundo. No obstante, se ha dispuesto que suministre resultados únicamente cada diez segundos, pues ello es suficiente para dibujar con exactitud las curvas. Además, la máquina calcula y escribe los resultados cada vez que la  $z$  o la  $w$  pasan por un máximo o un mínimo, ya que estos son siempre los puntos más importantes.

Se han obtenido en cada caso cuatro ondas completas con objeto de conocer el amortiguamiento a lo largo del tiempo y poder estudiar fenómenos de resonancia y dar normas concretas sobre la explotación de la central.

Fig. 2.<sup>a</sup> — Chimenea de equilibrio. Variante 2.<sup>a</sup> del estrangulamiento. Curvas de oscilación.

Los principales resultados se indican en las gráficas de la figura 2.<sup>a</sup>, la cual resulta un poco confusa, pero cumple su cometido de dar una idea sobre las posibilidades del método.

### Conclusiones.

Es sumamente alentador y sorprendente el hecho de que todos los cálculos realizados no requieren más de tres horas de máquina, mientras que un operador

experimentado, con una máquina de calcular eléctrica tipo Madas o Facit, emplearía cerca de un año en poder ultimarlos asegurando que no ha cometido errores.

En consecuencia, el cálculo de una chimenea de equilibrio, que siempre ha producido cierto respeto por su duración, puede convertirse en labor, a lo sumo, de dos días, contando con la preparación de datos, y de este modo no habrá inconveniente en estudiar varias soluciones para decidir cuál es la óptima, habida cuenta del funcionamiento y del coste.