DISCUSION DE LAS FORMULAS DE RUGOSIDAD PROPUESTA DE FORMULA SIMPLIFICADA

Por LUIS TORRENT
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

El epígrafe indica claramente el contenido del presente trabajo, que no es otro que hacer una simplificación en las fórmulas de rugosidad, lo cual es sin duda un intento plausible y de interés para los que trabajen en esta especialidad.

La fórmula de Manning. Su extensión y sus limitaciones.

A finales del siglo XVIII estableció Chézy la fórmula hidráulica de régimen uniforme:

$$V = C \sqrt{R\,i} \qquad [1]$$

relacionando las variables velocidad, radio hidráulico y pendiente motriz de la conducción, en la que C era considerada como una constante universal. Posteriormente se puso de manifiesto que C no era tal constante, sino que, a su vez, dependía del radio hidráulico y rugosidad de la conducción, así como de la viscosidad del flúido. En consecuencia, se formularon numerosas expresiones hidráulicas de las que, ya en 1939, Mañeu catalogó sesenta (1).

En general, las fórmulas que más aceptación han tenido en el campo de la técnica han sido, durante muchos años, las de Bazin, Kutter, Manning y Strickler; recientemente se observa una mayor utilización de las fórmulas de Scobey, Scimemi y Hazen y Williams, sobre todo para proyectos de tuberías de hormigón. Pero en el ambiente científico y de laboratorio, actualmente sólo se emplean las expresiones hidráulicas derivadas de los estudios de Kármán, Nikuradse, Prandtl, etc., cuya precisión está corroborada por multitud de experimentadores. Ahora bien, estas fórmulas tan exactas son, en general, poco adecuadas para los cálculos técnicos usuales: pendiente económica de un canal, diámetro óptimo de una conducción, línea piezométrica de una tubería, etc. Por esta circunstancia adversa y, tal vez, también por la fuerza del hábito, los proyectistas prefieren seguir utilizando en sus estudios las fórmulas antiguas, y entre ellas la de Manning o Strickler, por ser de expresión monomia con exponentes sencillos.

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} i^{1/2} = S_t R^{2/3} i^{1/2} \qquad [2]$$

(1) *Annales des Ponts et Chaussées*, octubre 1939.

En 1961, una encuesta norteamericana a varias empresas mundiales relacionadas con grandes proyectos hidráulicos, puso de manifiesto la preferencia que acabamos de señalar: más del 70 por 100 de las entidades consultadas utilizaban en sus estudios la fórmula de Manning (o Strickler).

Sin embargo, a pesar de tan gran aceptación, la fórmula dista mucho de ser satisfactoria en todos los ámbitos de aplicación, como vienen a demostrar los resultados de numerosos ensayos realizados en explotaciones hidráulicas.

El U. S. Bureau of Reclamation, que adoptó la fórmula de Manning en 1957, ha observado, según recientes mediciones llevadas a cabo en sus canales, que el coeficiente n aumenta cuando las estructuras hidráulicas son de grandes dimensiones (1). Por otra parte, en conducciones cerradas de nivel libre, se había ya señalado que n crece con el calado; es decir, al aumentar el radio hidráulico de la sección (2).

También en fecha próxima se han efectuado aforos de grandes canales hidroeléctricos de Francia, obteniéndose coeficientes de Manning notablemente altos, a pesar de las precauciones tomadas para disminuir la rugosidad de los cauces.

En España conocemos el ejemplo de la galería de presión de Cornatel, de diámetro medio 5,85 m., cuya chimenea de equilibrio se calculó suponiendo casos límites de rugosidad de $n = 0{,}0115$ y $n = 0{,}0130$ que corresponden, en teoría, a hormigón muy liso (o acero soldado) y hormigón poco cuidado. Sin embargo, con revestimientos bien ejecutados sobre encofrados metálicos y con blindaje soldado en parte de la conducción, las mediciones del coeficiente de Manning realizadas *in situ* han dado valores de 0,0135 a 0,0145, siempre mayores, por tanto, que el límite máximo supuesto.

(1) P. J. Tilp: "Journal of the Hydraulics Division". A. S. C. E., mayo 1965.

(2) "Desing and Construction of Sanitary and Storm Sewers". A. S. C. E., 1960.

Las anomalías observadas proceden de que la fórmula de Manning que, para diámetros próximos a 1,00 m. "es una de las más exactas que se conocen" (1), resulta excesivamente optimista para dimensiones muy superiores. Como señala el profesor Becerril en su *Hidromecánica*: "... n no puede representar la rugosidad absoluta de la tubería, por depender de D y K_s (rugosidad), lo que constituye una indudable deficiencia de la fórmula de Manning desde el punto de vista de rigor conceptual".

Es obvio que el defecto de aplicación de esta fórmula se puede subsanar sin más que tabular los valores del coeficiente para distintos radios hidráulicos. Pero esto tiene dos desventajas que, a nuestro juicio, son importantes:

a) El parámetro de las fórmulas hidráulicas refleja la calidad del revestimiento de la conducción. Para el técnico familiarizado con una fórmula, el coeficiente *es* la rugosidad del conducto. Un "Manning 0,011", por ejemplo, representa un hormigón excelente; "un Strickler 60" es inadmisible en revestimientos de galerías. No podría llegarse a esta visión mental de la hidraulicidad si cada coeficiente dependiera de las dimensiones del conducto en cuestión.

b) De todas maneras, la fórmula perdería su aptitud para la mayoría de los cálculos técnicos en los que se admite constancia del coeficiente respecto a las dimensiones buscadas.

Otro procedimiento para subsanar la limitación de la fórmula es introducir en ella una nueva función que dé, en cada caso, el valor correcto del coeficiente a emplear, con la condición de que esta función no sea excesivamente complicada para no perder facilidad operatoria. Este es el objetivo de estas notas, en las que, por carecer de posibilidades de experimentación directa, nos veremos precisados a cotejar resultados con los que se obtienen de la aplicación de las fórmulas modernas de Kármán, Colebrook, etcétera. Aunque estas últimas se conocen desde hace aproximadamente treinta años, como los técnicos en general no están familiarizados con su empleo por las razones antes apuntadas, hemos supuesto oportuno señalar en un breve paréntesis las expresiones más caracterizadas de las mismas.

(1) *Manual General de Uralita*, 1956-57.

II. Fórmulas modernas

Para cualquier fluido incompresible circ[...] do por una conducción abierta o cerrad[...] admite:

$$i = \frac{f}{4R}\,\frac{V^2}{2g};$$

siendo f un coeficiente de fricción que es [...] ción del radio hidráulico, la rugosidad [...] cauce y la viscosidad (ν) o número de [Rey]nolds $\left(Re = \frac{4R\nu}{\nu}\right)$, más un factor de form[a de] la sección transversal de la conducción. La [re]lación entre f y el coeficiente C de Chezy es

$$f\,C^2 = 8\,g.$$

Del estudio de distribución de velocidades [en] una conducción se desprende que la relación [de] la velocidad de una partícula a la "veloc[idad] de fricción" del fluido U (1) es una función [lo]garítmica:

$$\frac{V_y}{U} = \frac{1}{K}\ln\frac{y}{y_0};$$

siendo K la constante universal del Kárma[n], [y] la distancia normal e y_0 el punto donde la c[urva] de velocidad del régimen turbulento corta [la] línea $V = 0$. La constante de Kármán, seg[ún] [el] autor, es una "constante variable"; pero el [...] valor de ella obtenido con garantía es K [...] que, introducido en la ecuación anterior, da

$$\frac{V_y}{U} = 2{,}5\ln\frac{y}{y_0} = 5{,}75\log\frac{y}{y_0};$$

La expresión de y_0, dada por White, es:

$$y_0 = \frac{\delta}{117} + \frac{K_s}{33};$$

en la que δ representa al espesor de la capa [lí]mite $\left(\delta = \frac{11{,}6\,\nu}{U}\right)$ y K_s, la rugosidad de are[na] de Nikuradse (tamaño de los granos de are[na] con que tapizó las conducciones de ensayo e[l] experimentador (2).

(1) $U = \sqrt{\tau/\rho}$ (τ, tensión tangencial; ρ, densidad [...]; [di]mensiones: LT^{-1}; de aquí su nombre de "velocidad"[...]

(2) Según Rouse:

$$y_0 = 0{,}108\,\frac{\nu}{U} + \frac{K_s}{30}.$$

...ntroduciendo el valor de y_o en la ecua... [6] e integrando se obtiene:

...a sección circular:

$$\ldots - 5{,}75 \left| \log\left(\frac{\delta}{52{,}3} + \frac{K_s}{14{,}8}\right) - \log R \right|; \quad [8]$$

...a sección rectangular muy ancha:

$$\ldots - 5{,}75 \left| \log\left(\frac{\delta}{45{,}1} + \frac{K_s}{12{,}2}\right) - \log R \right|; \quad [9]$$

...eniendo en cuenta [3], resulta:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}03 \log\left(\frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}} + \frac{K_s}{3{,}7\,D}\right), \quad [10]$$

...a sección circular (Colebrook);

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}03 \log\left(\frac{2{,}07}{Re\sqrt{f}} + \frac{K_s}{12{,}2\,R}\right), \quad [11]$$

...a sección rectangular ancha (1).

...Los regímenes hidráulicos pueden ser, para ...misma conducción, laminares, turbulentos ...o turbulentos rugosos. La transición del ré...n laminar al turbulento depende de la ru...dad; pero siempre que $Re < 2\,100$, el régi... es laminar, cumpliendo la ley de Poiseuille:

$$f = \frac{64}{Re}; \quad [12]$$

...or consiguiente, la pendiente motriz es pro...cional a la velocidad.

Dentro del régimen turbulento, para valores ...ucidos de Re y de la rugosidad, es decir, ...ando la influencia de ésta es despreciable res...cto al efecto de la viscosidad cinemática ...situado dentro de la sub-capa laminar), el ...gimen se denomina "hidráulicamente liso". ...a fórmula de Colebrook queda reducida a su ...imer "sumando":

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}} \; (10^5 < Re < 3 \times 10^6), \quad [13]$$

que es la ecuación de Kármán-Prandtl para régimen liso. Sus resultados coinciden con los de la fórmula de Nikuradse:

$$f = 0{,}0032 + 0{,}221\, Re^{-0{,}237} \; (2 \times 10^4 < Re < 3{,}2 \times 10^6). \quad [14]$$

(Sin embargo, Jaeger señala que, en la práctica, f es de un 8 por 100 a un 14 por 100 superior al valor dado por esta expresión).

Blasius estableció otra fórmula más simplificada:

$$f = 0{,}3164\, Re^{-0{,}25} \; (2 \times 10^4 < Re < 8 \times 10^4), \quad [15]$$

que da resultados suficientemente aproximados. La pendiente motriz de la conducción es, para este régimen turbulento-liso, proporcional a $V^{1{,}75}$.

Al aumentar Re o K_s, el efecto de rugosidad es ya comparable con el de viscosidad, estableciéndose una zona de transición entre el régimen liso y el rugoso. La fórmula de Colebrook acusa la influencia de ambos efectos, dando para esta zona valores decrecientes de f a partir de la curva de Kármán. Por el contrario, Nikuradse traza las curvas de enlace con el régimen rugoso según valores crecientes de f. Los ensayos realizados con tuberías industriales, de rugosidad heterogénea, muestran tanto una como otra de estas tendencias y, en general, ponen de manifiesto que la zona de transición se extiende a una gama de Re mayor que la señalada en el gráfico de Nikuradse, y que la variación de f fluctúa entre las curvas de este último y de Colebrook.

El límite de la zona de transición a partir del cual el régimen es "hidráulicamente rugoso" (y_o situado entre las protuberancias que causan la rugosidad) es, según Moody:

$$Re > 200\, D : K_s \sqrt{f} \; (1). \quad [16]$$

En régimen rugoso es despreciable el primer "sumando" de la ecuación de Colebrook; por tanto:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}03 \log \frac{K_s}{3{,}7\,D} \; \text{(Nikuradse)}. \quad [17]$$

---

(1) Según Jorissen (3.ª conferencia AIRTH-Grenoble, ...49):

$$\ldots = -2{,}033 \log\left(\frac{2{,}81}{Re\sqrt{f}} + \frac{K_s}{3{,}3\,D}\right) \text{para tubos metálicos.}$$

...cagno y Hunt dan $\frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}3 \log \frac{y_0}{R} - 0{,}70$ para ...ción triangular.

$\ldots = -2{,}2 \log \frac{y_0}{R} - 0{,}78$ para segmentos circulares.

(1) Equivalente a $U_* > 70\,\nu : K_s$. También se define el límite por el número de Reynolds de rugosidad $R_k = V_* K_s : \nu > 1\,000$. Coinciden ambos límites para $f = 0{,}04$.

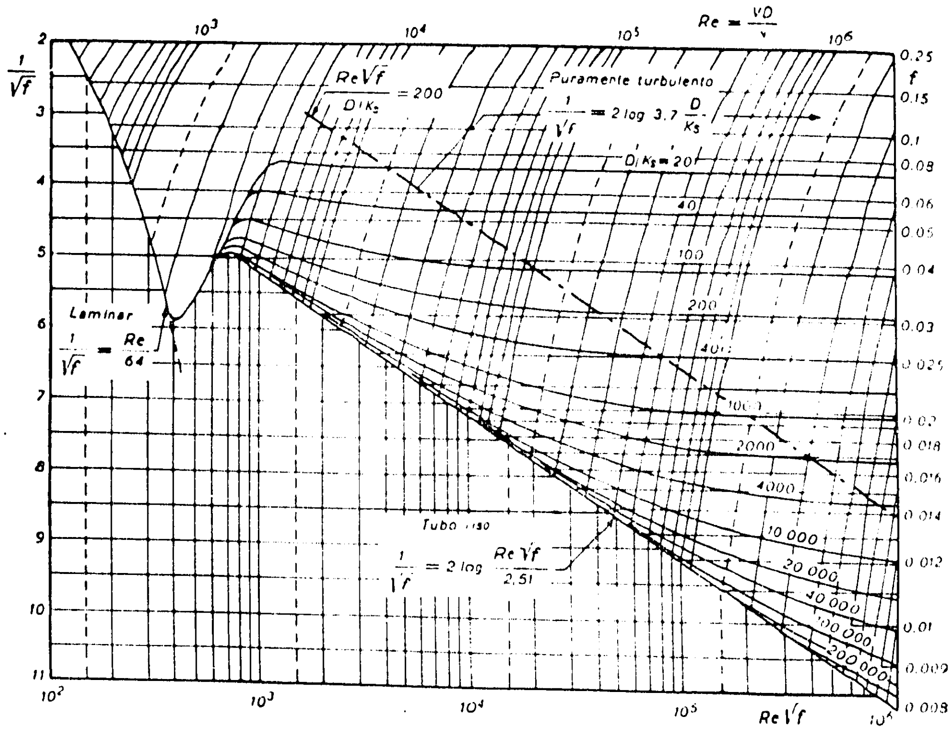


Diagrama de Rouse

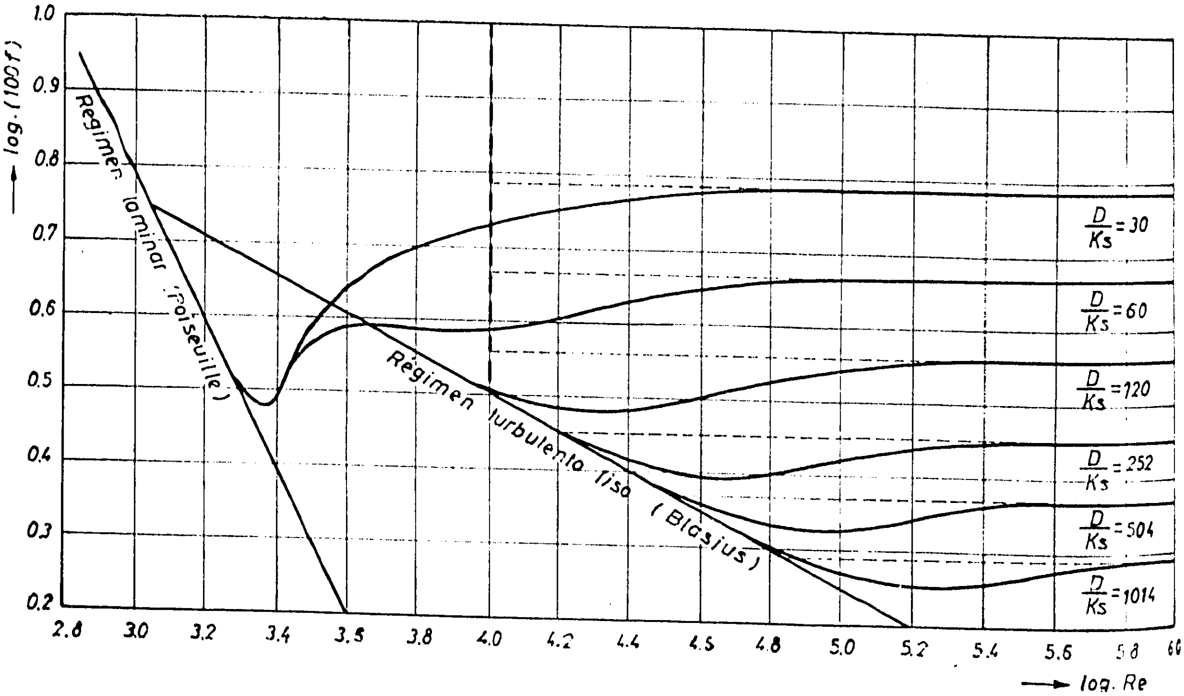


Diagrama de Nikuradse

A cada valor de $\frac{K_s}{D}$ (rugosidad relativa) corresponde un valor constante de f, independiente de Re. La pendiente motriz es, ahora, proporcional al cuadrado de la velocidad (fórmulas del tipo Darcy, Manning, Scobey, etcétera.).

Como antes se dijo, en el régimen liso el exponente de V es 1,75; por lo tanto, en la zona de transición entre liso y rugoso, el exponente fluctuará entre 1,75 y 2 (fórmulas de Hazen y Williams, Scimemi, Ludin, etc.).

III. Comentarios a las fórmulas anteriores.

Se hacen varios reparos a las fórmulas que acabamos de citar. En primer lugar, el parámetro K_s — "rugosidad equivalente de arena" — es un término de comparación que parece poco adecuado; entre otras razones, porque se desconoce cuál fue la disposición y concentración de los granos de arena utilizada por Nikuradse y, como han demostrado experimentadores posteriores (Schlichting, Koloseus, Davidian, etcétera), la resistencia depende de la forma y tamaño de los obstáculos, pero también de su disposición y concentración, con un máximo para valores del 15 al 25 por 100 de esta última. Por encima de estas cifras decrece la resistencia, por efecto de sombra de los obstáculos entre sí, lo que se acusa también según la disposición. Por debajo del 15 por 100 la resistencia varía proporcionalmente con la concentración, habiéndose llegado a establecer fórmulas en que intervienen los datos de dicha concentración (O'Loughling y McDonald) (1).

Los coeficientes de las fórmulas modernas son muy precisos, puesto que provienen de determinaciones realizadas con gran exactitud; pero la precisión termina aquí para el proyectista, que ha de fijar *a priori* las características de rugosidad y viscosidad afectadas por estos coeficientes: un cambio de 5° C. en la temperatura del agua puede dar lugar a diferencias del 15 al 20 por 100 en el número de Reynolds; la variación de K_s es todavía mayor, alcanzándose relaciones hasta de 1:10 en tramos de una misma conducción; incluso en tuberías de acero de idénticas características (diámetro, espesor, fabricante, fecha de construcción) se encuentran diferencias de 1:2 (1). De aquí que, para el técnico, resulta un bizantinismo inútil la distinción de coeficientes según la forma de la sección, pues la diferencia entre ellos es menor que el grado de incertidumbre de la rugosidad y la viscosidad a adoptar.

Aunque se acepte la ecuación única para cualquier forma de sección, queda en pie la más importante objeción que se hace a las fórmulas modernas: su complejidad y dificultad de empleo en los cálculos, especialmente en los casos en que se plantean en forma implícita. El uso de ábacos (2) facilita la labor; pero aun así, cuando se trata de buscar la velocidad de una conducción se ha de operar por aproximaciones sucesivas, método lento y enojoso (Rouse utiliza un gráfico auxiliar con Re y $Re\ \sqrt{f}$ que simplifica este último proceso). De todas formas, los ábacos no reemplazan a las fórmulas en los cálculos técnicos, por lo que se han multiplicado los estudios tratando de simplificar la ecuación de Colebrook.

(1) Hunter Rouse: "Journal of the Hydraulics División". A. S. C. E., julio 1965.

IV. Fórmulas modernas simplificadas.

La mayoría de las fórmulas aproximadas que se han propuesto se aplican en la zona de transición, entre los regímenes liso y rugoso. Así, tenemos las fórmulas de Supino (3):

$$f = f_0 + 0{,}17\, f_0^2\, R\, e\, K_s / D \qquad [18]$$

(transición, próximo a régimen liso); y

$$f = f_\infty \left(1 + \frac{16{,}2\, D}{R\, e\, K_s}\right) \qquad [19]$$

(transición, próximo a régimen rugoso) f_0 corresponde al valor de Blasius o Nikuradse (liso) y f_∞ al de Nikuradse rugoso. Citrino (4) demuestra que basta una expresión del segundo tipo:

$$f = f_\infty \left(1 + \frac{8\, D}{R\, e\, K_s}\right) \simeq f_\infty \left(1 + \frac{4\, D}{R\, e\, K_s}\right)^2 \qquad [20]$$

(1) Jorissen: Trabajo citado.

(2) Abacos de Moody, Stickney, Thibessard, Bardin, Ackers: Tablas de Schultze.

(3) G. Supino: *Atti della Acc. delle Scienze*, Bologna, 1951.

(4) D. Citrini: *Energia Elettrica*, núm. 10, 1962.

para ajustarse a la curva de Colebrook en toda la transición, pues el error es menor de — 5 por 100 en las proximidades de $Re = 5\,000$ (o sea, muy cerca del régimen laminar), y disminuye rápidamente al aumentar Re.

Según la fórmula anterior:

$$\frac{1}{\sqrt{f_\infty}} = \frac{1}{\sqrt{f}}\left(1 + \frac{4\,D}{Re\,K_s}\right) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{f}} + \frac{4\,\nu}{K_s\sqrt{2\,g\,D\,i}}\,; \qquad [21]$$

y, por tanto:

$$V = V_\infty - \frac{4\,\nu}{K_s}\,; \qquad [22]$$

fórmula semejante a la obtenida por el profesor C. Cao (1):

$$V = 4\sqrt{2\,g\,R\,i}\left(\log 13{,}8\,\frac{R}{K_s} - 8{,}07\,\frac{\nu}{K_s}\right). \qquad [23]$$

Como indicamos precedentemente, en las tuberías comerciales se ha comprobado que f está comprendido entre los valores de Colebrook y Nikuradse para la zona de transición. Quiere decirse que al aplicar la ecuación del primero, el valor de f que obtengamos será, en general, superior al verdadero de la conducción. El error que puede cometerse admitiendo $V = V_\infty$ será en más o en menos, según que la curva de transición real se aproxime a la de uno u otro experimentador; pero, en cualquier caso, para los cálculos hidráulicos técnicos habituales ($Re > 10\,000$), queda dentro de los límites de imprecisión del proyectista. Admitiremos, pues:

$$V = \frac{1}{\sqrt{f}}\sqrt{8\,g\,R\,i} = -\,2{,}03\left(\log\frac{K_s}{3{,}7\,D}\right)\sqrt{8\,g\,R\,i} =$$

$$= -\,18\left(\log\frac{K_s}{3{,}7\,D}\right)\sqrt{Ri}\,, \qquad [24]$$

tanto para regímenes rugosos como para la zona de transición, hasta la intersección del "arpa de Nikuradse" con la recta de Blasius (véase diagrama), con $Re > 10^4$.

Al comparar la fórmula [24] con la de Manning o Strickler, se tiene

$$\frac{1}{n} = S_t = 18\,R^{-1/6}\log\frac{3{,}7\,D}{K_s} \qquad [25]$$

que da importantes diferencias de S_t o de n al modificarse los valores de R, especialmente con pequeñas rugosidades absolutas. Así, para $K_s = 10^{-4}$, S_t vale 103,6 si $R = 0{,}25$ y 87,8 cuando $R = 2{,}00$. Con iguales rugosidades de cauce a coeficiente de Manning 0,014, en un gran canal de radio hidráulico 3 m., corresponde $n = 0{,}0$… en el caso de un canalillo de $1{,}00 \times 0{,}50$ m.

V. Obtención de la fórmula exponencial que se propone.

Si hacemos $S_t = B \times R^{b-2/3}$, la ecuación de Strickler queda:

$$\boxed{V = B\,R^b\,i^{0,5}}$$

siendo:

$$B = 18\,R^{0,5-b}\log\frac{3{,}7\,D}{K_s}\,.$$

Como se pretende que B sea independiente del radio hidráulico, hemos de encontrar un exponente b tal que, dentro del campo de valores de R en que se desarrollan normalmente los cálculos de conducciones, resulte sensiblemente constante la expresión [27] para cada valor de K_s.

Llamando:

$$\log\frac{3{,}7}{K_s} = T$$

y estableciendo para D_1 y $n \times D_1$ la igualdad de B, resulta:

$$b = 0{,}5 + \frac{\log\left(1 + \dfrac{\log n}{T + \log D_1}\right)}{\log n}$$

En la mayoría de los estudios hidráulicos técnicos se puede limitar el campo de aplicación de las fórmulas a $D_1 = 1$ m. y $n \times D_1 = 10$ metros (radios hidráulicos para secciones no circulares, $R_1 = 0{,}25$ y $n \times R_1 = 2{,}5$ m.). En este caso, el exponente vale:

$$b = 0{,}5 + \log\left(1 + \frac{1}{T}\right) = 0{,}5 + \log\frac{1{,}57 - \log K_s}{0{,}57 - \log K_s}$$

(1) *Energia Elettrica*, núm. 7, 1961.

...a variación en función de K_s se señala en ... ábaco adjunto.

Por ejemplo: Para $K_s = 2 \times 10^{-4}$ (hormigón muy liso), $b = 0,591$; para $K_s = 2 \times 10^{-2}$ (hormigón poco cuidado), $b = 0,660$.

Para cada valor de b existe un coeficiente B ...e la expresión anteriormente establecida. Se comprueba que la variación de este coeficiente ...s mínima dentro del campo de valores fijado para R. Así, para $K_s = 5 \times 10^{-5}$ se obtiene $B =$ 98,2, con error de $\pm$ 0,2; para $K_s = 5 \times 10^{-3}$, ... 62,1, la desviación es de $\pm$ 0,3; $B = 44$, correspondiente a $K_s = 0,05$, da una diferencia máxima de $\pm$ 0,4. Obsérvese que el error aumenta con la rugosidad, y que, en cualquier caso, es muy inferior al margen de incertidumbre que ha de adoptar el hidráulico en la elección del coeficiente (incertidumbre que también aumenta con la aspereza del cauce).

En nuestra opinión, podría admitirse una mayor dispersión del parámetro B sin detrimento sensible de la aproximación de los cálculos. Con error de 0,33 para $K_s = 5 \times 10^{-5}$ (rugosidad del vidrio, latón, acero asfaltado), creciendo a 0,70 para $K_s = 0,01$ (mampostería), el ábaco que determina B y b es válido hasta $R = 0,20$ m.; para diámetros de 0,70 m., los errores de los materiales anteriores son de 0,50 y 1,00, respectivamente, desviación que estimamos todavía aceptable.

VI. Comentarios a la fórmula obtenida.

Hemos establecido la equivalencia entre los valores de B y los correspondientes de Manning o Strickler *teóricos* (que, como antes se dijo, son válidos para diámetros próximos a 1 m.).

Para $D = 1$ m. resulta, exactamente:

$$B = 10 + 0,8\, S_t \qquad [30]$$

o bien:

$$\frac{1}{n} = 1,25\,(B - 10) \qquad [31]$$

Volviendo al ejemplo del párrafo I, galería de Cornatel, las fórmulas aplicables habrían sido:

$$V = 76,6\; R^{0,605}\; i^{0,5}$$

(mínima rugosidad)

$$V = 71,0\; R^{0,614}\; i^{0,5}$$

(máxima rugosidad)

para obtener las pérdidas de carga medidas realmente. De acuerdo con la equivalencia establecida con los coeficientes *teóricos* de Manning, resultan valores de n comprendidos entre 0,012 y 0,013, lo que pone de relieve que los proyectistas establecieron correctamente los límites del coeficiente de pérdidas de carga y que las anomalías observadas proceden exclusivamente de la fórmula utilizada.

El coeficiente de la fórmula que proponemos puede expresarse en función de la rugosidad:

$$B = 18 \log \frac{14,8}{K_s} = 21 - 18 \log K_s \qquad [32]$$

y por medio de [29], entre los parámetros se establece la relación:

$$b = 0,5 + \log \frac{B + 7,26}{B - 10,74} \qquad [33]$$

Si se prefiere utilizar en los cálculos las constantes de Manning habituales, no sólo en su zona de validez ($R \sim 0,25$ m.) sino para cualquier tamaño de conducción, la fórmula más precisa sería:

$$V = \frac{10\,n + 0,8}{n} \sqrt{R\,i}\,(1 + 23\,n)^{\log R} \qquad [34]$$

VII. Limitaciones.

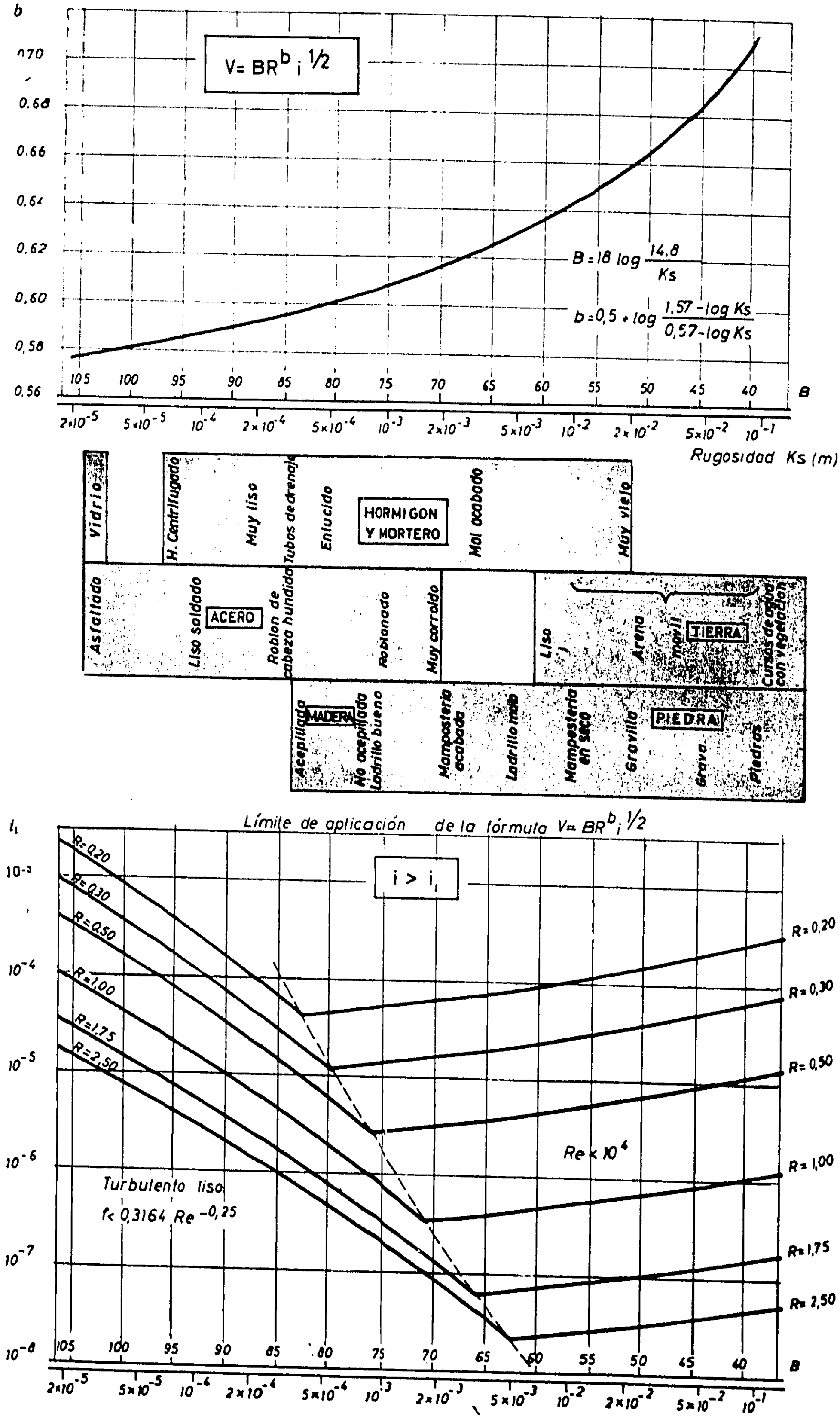
Existen dos límites para el empleo de la fórmula propuesta:

1. Por las dimensiones de la conducción: ya hemos señalado que su aplicación está comprendida entre $R \sim 0,17$ m. y $R = 2,50$ m. Quedan, pues, dentro de su campo de utilización los tamaños usuales en proyectos de conducciones hidroeléctricas, riegos, saneamientos, etc.

2. Por las características del régimen hidráulico: Puesto que la fórmula no es más que una traducción a forma exponencial de las ecuaciones de régimen rugoso, su límite de aplicación será el de éstas, es decir:

$$f > 0,3164\; Re^{-0,25}$$

(límites del régimen liso) con $Re > 10^4$ para alejarnos de la zona dudosa. Ambas inecuaciones pueden expresarse en función de la pendiente motriz de la conducción y supuesta una viscosidad cinemática de 10^{-6} (agua a 20°; o sea, con mayor viscosidad que en los cursos normales), sus límites, para diversos valores de R, se señalan en el gráfico.



$V = BR^b i^{1/2}$
$B = 18 \log \frac{14.8}{Ks}$
$b = 0.5 + \log \frac{1.57 - \log Ks}{0.57 - \log Ks}$
Rugosidad Ks (m)
Vidrio
H. Centrifugado
Muy liso
Tubos de drenaje
Enlucido
HORMIGON Y MORTERO
Mal acabado
Muy viejo
Asfaltado
Liso soldado
ACERO
Roblon de cabeza hundida
Roblonado
Muy corroido
Liso
Arena
movil
TIERRA
Cursos de agua con vegetacion
Acepillada
MADERA
No acepillada
Ladrillo bueno
Mamposteria acabada
Ladrillo malo
Mamposteria en seco
Gravilla
PIEDRA
Grava
Piedras
Límite de aplicación de la fórmula $V = BR^b i^{1/2}$
$i > i_1$
Re < 10^4
Turbulento liso
f< 0,3164 $Re^{-0,25}$
Rugosidad Ks (m)

La segunda limitación es más teórica que ...ctica, pues los valores mínimos que fija para ...pendiente son siempre muy bajos. Por ejemplo, en una tubería de acero soldado ($K_s = 10^{-4}$) ...2 m. de diámetro, no existe régimen liso por ...cima de $i = 5{,}5 \times 10^{-5}$, que corresponde a ...a velocidad de 0,46 m./seg., muy inferior, por ...to, a la usual de estas conducciones.

III. Observaciones finales.

La fórmula que hemos obtenido tiene la des...ntaja, con respecto a las exponenciales en uso, ...depender de dos parámetros, si bien ligados ...forma biunívoca. Para cálculos que no exi...n mucha aproximación, primeros tanteos, etcétera, especialmente en relación con materia...s de baja rugosidad (revestimientos de galerías ...presión, tuberías forzadas, etc.), se puede simplificar la fórmula, suponiendo constante el exponente. Tendríamos así:

...ra hormigones cuidados:

$$V = B\, R^{0,6}\, i^{0,5}\ (B = 70 \text{ a } 90); \qquad [35]$$

...ra aceros soldados:

$$V = B\, R^{0,587}\, i^{0,5}\ (B = 85 \text{ a } 100). \qquad [36]$$

Incluso, para mayor sencillez, se puede calcular siempre con $b = 0{,}6$, que, si bien no es excesivamente correcto, es más aproximado que la extrapolación de las fórmulas de Manning o Strickler a conducciones de grandes dimensiones:

$$V = B\, R^{0,6}\, i^{0,5}.$$

Obras consultadas.

Además de las citadas en las notas de pie de página del texto, hemos consultado las siguientes obras:

E. Vallarino y J. L. Adalid: *Proyecto reformado de la conducción en presión del salto de Cornatel.* 1964.

C. Gómez Caffarena: *Errores cometidos por la aplicación de las fórmulas de Manning y Bazin.* 1963.

A. Coutinho de Lencastre: *Hidráulica práctica.* 1962.

E. Becerril: *Hidromecánica.* 1960.

C. Davis: *Tratado de Hidráulica aplicada.* 1956.

C. Jaeger: *Hydraulique Technique.* 1954.

H. Rouse: *Hidráulica.* 1951.

J. Thijse: *Formulae for the friction head loss along conduit walls under turbulent flow.* 1949.

G. Remenieras: *Prédétermination de la perte de charge dans une canalisation d'eau sous pression.* 1949.

C. Navarro: *Saltos de agua y presas de embalse.* 1944.