FUNCIONAMIENTO DE LINEAS ELECTRICAS: UN DIAGRAMA "TETRACIRCULAR"

Por ANTONIO ANGULO ALVAREZ
Dr. Ing. de Caminos, Canales y Puertos
Prof. Adjunto de «Distribución y Mercados Eléctricos»
de la Escuela de Caminos

Se describe un interesante diagrama, que resuelve el clásico problema de obtención de las características eléctricas (tensión, intensidad y factor de potencia) en el extremo de una línea o circuito complejo, así como las pérdidas a su través, en función de la potencia (activa y reactiva) existente en el otro extremo de la línea o circuito. Dicho diagrama es, pues, una solución completa y sencilla del antiguo problema del funcionamiento de líneas de energía, por lo que es de esperar que el diagrama "Tetracircular", de Angulo, se incorpore rápidamente a los textos y estudios sobre líneas eléctricas, así como a sus proyectos.

Objeto.

Es frecuente el empleo de diagramas en aquellos casos en que la aplicación de las fórmulas matemáticas da lugar a operaciones laboriosas. Aún tratándose de fórmulas relativamente sencillas, los gráficos eliminan los errores importantes, que afectan al orden de magnitud de los resultados.

El funcionamiento de las líneas eléctricas, cuando por su importancia se hace intervenir a la capacidad entre conductores, da lugar a fórmulas de manejo incómodo, por lo que se han desarrollado bastantes tipos de diagramas (vectoriales y circulares destacadamente).

El que se expone a continuación, parte de los mismos fundamentos que todos, pero agrupando varias expresiones, permite la obtención, con facilidad, de los valores que pueden interesar para cualquier caso de funcionamiento de la línea.

Bases.

Las fórmulas que dan la tensión simple (entre fase y neutro), $\overline{E}_1$ y la intensidad $\overline{I}_1$ en el extremo de la línea que se conecta al generador, parten del conocimiento previo de valores análogos en el extremo que se conecta a la "carga" o receptor. Tensión simple $\overline{E}_2$ e intensidad $\overline{I}_2$.

Estos valores son vectoriales, para cuya indicación se les ha puesto una rayita sobre la letra correspondiente, el subíndice 1 para los correspondientes al extremo generador y el 2 para los que se refieren al extremo receptor.

Dichas fórmulas, bien conocidas, son las siguientes:

$$\left\{ \begin{aligned} \overline{E}_1 &= \overline{A} \cdot \overline{E}_2 + \overline{B} \cdot \overline{I}_2 \\ \overline{I}_1 &= \overline{C} \cdot \overline{E}_2 + \overline{D} \cdot \overline{I}_2 \end{aligned} \right. \qquad [1]$$

en las que los vectores $\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{C}$ y $\overline{D}$ dependen de las características de la línea (sección y naturaleza de los conductores, situación relativa entre ellos, y respecto al suelo, existencia de uno o varios circuitos, cables de tierra, etc.), y estén ligadas entre sí por la condición:

$$\overline{A} \cdot \overline{D} - \overline{B} \cdot \overline{C} = 1 \qquad [2]$$

que se obtiene en el estudio general de los cuadripolos. El circuito formado por el neutro de una línea (por el que se supone no circula corriente) y una de las fases, es un caso particular de cuadripolo (1).

Con el diagrama estudiado, como es costumbre, se ha considerado constante la tensión $\overline{E}_2$, y para cualquier magnitud de la carga (activa y reactiva) se obtienen los siguientes valores:

Tensión en generador.
Intensidad en generador.
Factor de potencia en generador.
Pérdidas en la línea.

Fundamento.

En la figura 1.ª tomamos el vector MN, con origen en M, que representa a $\overline{E}_2$, tensión en el receptor, que se supone constante. Su argumento debe ser nulo ($\beta_{E2} = 0$).

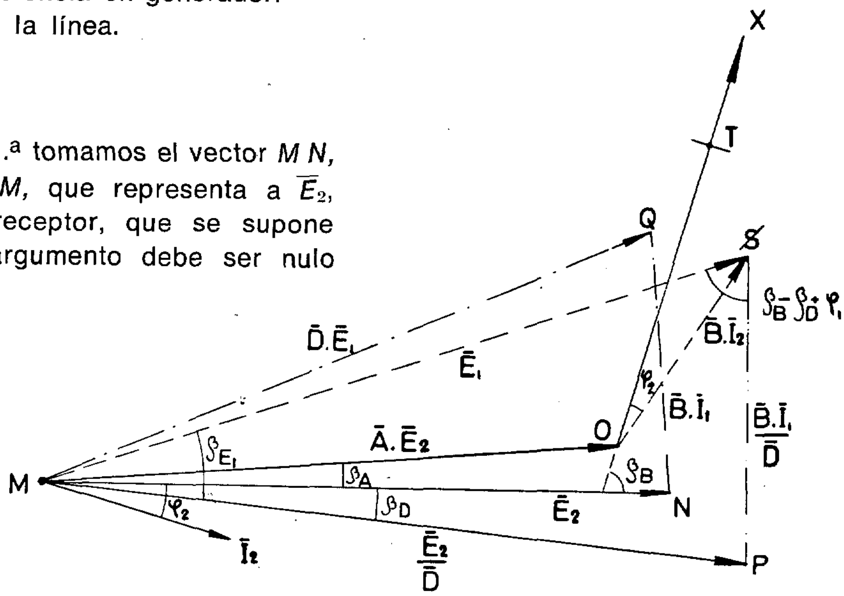

Figura 1.ª.

Aplicando la fórmula primera de las [1] ($\overline{E}_1 = \overline{A}\,.\,\overline{E}_2 + \overline{B}\,.\,\overline{I}_2$), dibujamos el vector MO, también con origen en M, tal que $\overrightarrow{MO} = \overline{A}\,.\,\overline{E}_2$.

A partir del punto O, y tomándolo como origen, trazamos el vector:

$$\overrightarrow{OS} = \overline{B}\,.\,\overline{I}_2$$

Por tanto, el vector $\overrightarrow{MS}$ representa la tensión en generador $\overline{E}$ para una intensidad $\overline{I}_2$ determinada en el receptor.

Si la carga en receptor $\overline{I}_2$ fuese solamente activa, los puntos análogos al S se encontrarían en una recta, que sería la OX, que forma con MN en ángulo β_B.

Al estar la tensión en generador representada por el vector MS, todas las si-

(1) Se denomina "cuadrípolo" al conjunto de circuitos eléctricos, con características invariables, caracterizado por cuatro terminales, en dos de los cuales recibe la energía, colocándose la carga entre los otros dos. No importa cuál sea la disposición de los distintos circuitos. Es preciso, eso sí, que las resistencias no varíen sensiblemente por el paso de la corriente, ni en las reactancias intervenga la saturación de sus núcleos magnéticos, ni en las capacidades se alcancen tensiones que produzcan la perforación de los dieléctricos. A pesar de que las fórmulas funcionales de los cuadripolos comprenden cuatro variables ($\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{C}$ y $\overline{D}$), sólo existen tres independientes, por existir la condición [2], entre ellas. En el caso particular de circuitos con elementos iguales en ambos extremos, que pudiéramos llamar "capicúas" por estar dispuestos del mismo modo en ambos sentidos, los valores $\overline{A}$ y $\overline{D}$ son iguales. Así ocurre generalmente en las líneas, o cuando el circuito considerado incluye los transformadores de sus extremos, si ambos tienen las mismas características.

tuaciones de funcionamiento que den lugar a igual tensión $\bar{E}_1$ en generador, serán las correspondientes a puntos *S* que equidisten del *M*, o sea, situados en arcos de circunferencia con centro en *M*.

Lo indicado se viene aplicando frecuentemente, constituyendo los diagramas vectoriales de tensiones.

Deduzcamos ahora la fórmula de la tensión en receptor, en función de las [1] citadas al principio:

$$\bar{E}_2 = \frac{\begin{vmatrix} \bar{E}_1 & \bar{B} \\ \bar{I}_1 & \bar{D} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{vmatrix}} = \frac{\bar{D} \cdot \bar{E}_1 - \bar{B} \cdot \bar{I}}{\bar{A} \cdot \bar{D} - \bar{B} \cdot \bar{C}}$$

pero en virtud de [2], el denominador de esta expresión vale la unidad, por lo cual:

$$\bar{E}_2 = \bar{D} \cdot \bar{E}_1 - \bar{B} \cdot \bar{I}_1 \qquad [3]$$

Representamos gráficamente esta expresión, sobre la citada figura 1.ª.

Partiendo de *M*, trazamos el vector *M Q*, que representa:

$$\overrightarrow{MQ} = \bar{D} \cdot \bar{E}_1$$

Unimos seguidamente el punto *Q* con el *N*, extremo de $\bar{E}_2$, resultando que el vector:

$$\overrightarrow{QN} = - \bar{B} \cdot \bar{I}_1 ,$$

en virtud de la ecuación [3].

Más cómodo es tomar su inverso:

$$\overrightarrow{NQ} = \bar{B} \cdot \bar{I}_1 .$$

Al conjunto (triángulo de vectores) *M Q N* dividámosle por el operador $\bar{D}$. Equivale a un cambio de escala y a un giro (en sentido negativo, como las agujas del reloj, puesto que se divide por $\bar{D}$, cuyo argumento es positivo).

Tenemos así el nuevo triángulo *M S P* semejante al anterior, y representa al cociente de dividir la expresión [3] por $\bar{D}$, resultando:

$$\frac{\bar{E}_2}{\bar{D}} = \bar{E}_1 - \frac{\bar{B}}{\bar{D}} \cdot \bar{I}_1 ,$$

o en otra forma:

$$\bar{E}_1 = \frac{\bar{E}_2}{\bar{D}} + \frac{\bar{B}}{\bar{D}} \cdot \bar{I}_1 . \qquad [4]$$

El punto *Q* tiene su homólogo, precisamente en el punto *S*, por ser el extremo del vector $\bar{E}_1$.

El vector *M P* tiene por expresión:

$$\overrightarrow{MP} = \frac{\bar{E}_2}{\bar{D}} .$$

Por tanto, y ya que se considera constante la tensión $\bar{E}_2$ en receptor ($\bar{D}$ es un valor fijo), la posición del punto P es independiente de la carga. Se trata, pues, de un punto rígidamente unido a los M y N.

El vector PS debe coincidir con el otro término del segundo miembro de la igualdad [4], o sea:

$$\overrightarrow{PS} = \frac{\overline{B}}{\overline{D}} \overline{I}_1 .$$

Por tanto, la magnitud de PS representa el valor de la intensidad en el generador $\overline{I}$, afectado por el coeficiente $\frac{\overline{B}}{\overline{D}}$.

Todos los puntos S de funcionamiento que disten igual de P, dan lugar, pues, a iguales intensidades en generador. Sus lugares geométricos serán arcos de circunferencia con centro en P.

Calculemos ahora el ángulo que forman los vectores MS y PS. Tal como se indicó se adopta como origen de argumentos al vector:

$$\overrightarrow{MN} = \overline{E}_2 \quad '' \quad (\beta_{E_2} = 0) ,$$

la inclinación del vector:

$$\overrightarrow{PS} = \frac{\overline{B}}{\overline{D}} . \overline{I}_1$$

será:

$$\beta_B - \beta_D + \beta_{I_1}$$

y como la del vector $MS = \overline{E}_1$ vale β_{E_1} , el ángulo entre ambos será la diferencia, o sea:

$$\beta_B - \beta_D + \beta_{I_1} - \beta_{E_1} .$$

Pero el adelanto (positivo, como para carga capacitiva) de la intensidad $\overline{I}_1$ respecto a la tensión $\overline{E}_1$, es precisamente el ángulo φ_1 que define el factor de potencia:

$$\varphi_1 = \beta_{I_1} - \beta_{E_1} ,$$

por lo que la expresión del ángulo MSP es la siguiente:

$$\widehat{MSP} = \beta_B - \beta_D + \varphi_1 \qquad [5]$$

Esta expresión lleva a una consecuencia importante. Todos los puntos S representativos de cargas en receptor, que tengan el mismo factor de potencia en generador, dan lugar a un ángulo MSP constante. Por tanto, están situados en un trozo de circunferencia que pasa por estos puntos M y P, y corresponde a su arco capaz.

Tratemos a continuación de los lugares geométricos que ocasionan iguales pérdidas en la línea.

Nos ocuparemos únicamente de las pérdidas de potencia (óhmicas) y se valoran por la diferencia entre la potencia consumida en el lado receptor, y la que debe recibir la línea en el lado "generador".

A este fin, resulta práctico separar la intensidad $\overline{I}_2$ en el extremo receptor en sus dos partes: activa, que designaremos por I_{ac}, y reactiva, que llamaremos I_{reac}, cuyo signo positivo corresponde a un consumo capacitivo.

Equivale a establecer que:

$$\overline{I_2} = I_{ac} + j \cdot I^{reac} \qquad [6]$$

La potencia (activa) en el lado receptor tiene por expresión:

$$3 \cdot E_2 \cdot I_{ac} \cdot$$

La expresión de la potencia activa, en el lado generador, es la parte real de la expresión:

$$3 \cdot \underset{\cdot}{E_1} \cdot \overline{I_1}$$

en la que $\underset{\cdot}{E_1}$ es el vector conjugado del $\overline{E}_1$, o sea, con igual parte real, pero con su parte imaginaria de signo contrario.

Poniendo $\underset{\cdot}{E_1}$ e I_1 en función de E_2 (que sólo tiene parte real, pues lo hemos utilizado como origen de argumentos), y de $\overline{I_2}$, y teniendo en cuenta las fórmulas [1] y [6] resulta la siguiente expresión de las pérdidas:

$$\text{Pérdidas} = 3\,(\underset{\cdot}{A} \cdot E_2 + \underset{\cdot}{B} \cdot \underset{\cdot}{I_2})\,(\overline{C} \cdot E_2 + \overline{D} \cdot \overline{I_2}) - 3 \cdot E_2 \cdot I_{ac} = 3\,[\underset{\cdot}{A} \cdot \overline{C} \cdot E^2_2 + \underset{\cdot}{A} \cdot \overline{D} \cdot E_2 \cdot \overline{I_2} +$$

$$+ \underset{\cdot}{B} \cdot \overline{C} \cdot E_2 \cdot \underset{\cdot}{I_2} + \underset{\cdot}{B} \cdot \overline{D} \cdot \underset{\cdot}{I_2} \cdot \overline{I_2} - E_2 \cdot I_{ac}] = 3 \cdot \underset{\cdot}{A} \cdot \overline{C} \cdot E^2_2 + 3 \cdot E_2\, I_{ac}(\underset{\cdot}{A}\,\overline{D} + \underset{\cdot}{B}\,\overline{C}) +$$

$$+ 3 \cdot E_2 \cdot I_{reac}(\underset{\cdot}{A}\,\overline{D} - \underset{\cdot}{B}\,\overline{C}) + 3\,\underset{\cdot}{B}\,\overline{D}\,\left(I^2_{ac} + I^2_{reac}\right) - 3 \cdot E_2 \cdot I_{ac} \cdot$$

Se analiza a continuación, la parte activa (también ohmica, ó real) de las expresiones anteriores, por ser la parte que corresponde a pérdidas de potencia. Para facilitar dicho análisis, conviene expresar las constantes en forma binómica, esto es:

$$\overline{A} = a' + j \cdot a''$$
$$\overline{B} = b' + j \cdot b''$$
$$\overline{C} = c' + j \cdot c''$$
$$\overline{D} = d' + j \cdot d'' .$$

La parte real del primer término $3 \cdot A \cdot C \cdot E_2$ la designaremos por F y poniéndola también en función de U_2, ($\sqrt{3} \cdot E_2$) por ser de uso más frecuente, vale:

$$F = U^2_2\,(a'\,c' + a''\,c'') \text{ wat} .$$

y expresa las pérdidas que se producen cuando no hay carga en el receptor.

El cuarto término expresa las pérdidas motivadas por el cuadrado de la intensidad $\overline{I_2}$ en el receptor, sea cual fuese su factor de potencia. Su parte real es:

$$G \cdot \left(I^2_{ac} + I^2_{reac}\right), \quad \text{siendo} \quad G = 3\,(b' \cdot d' + b'' \cdot d'') .$$

Agrupamos el segundo y el último término, puesto que ambos afectan á la intensidad I_{ac} activa en el receptor. La parte real de esta expresión es:

$$H \cdot I_{ac}, \quad \text{siendo } H = 2\,\sqrt{3} \cdot (a'' \cdot d' + b' \cdot c') \cdot U_2 .$$

No se detalla la obtención de la fórmula anterior para no fatigar la atención del lector. Se trata de una simple sustitución, teniendo además en cuenta la condición [2] que obliga a que:

$$a'\,d' - a''\,d'' - b'\,c' + b''\,c'' = 1 .$$

Por último el tercer término, que afecta el valor de I_{reac} tiene por expresión de las pérdidas reales:

$$K \cdot I_{reac}\,, \text{ siendo } K = 2\sqrt{3}\,(a'' d' - b'' c') \cdot U_2 \cdot$$

Tampoco merece la pena detallar el desarrollo de la fórmula anterior, destacando que se han tenido en cuenta únicamente los términos imaginarios, con signo contrario, pues al afectar a la intensidad reactiva (con signo positivo) el resultado es potencia activa. También se ha logrado una simplificación, expresando que de la condición [2], la parte imaginaria debe ser nula, esto es:

$$a'' \cdot d' + a \cdot d'' - b' c'' - b'' \cdot c' = 0\,.$$

De lo anterior, resulta que las pérdidas activas que se producen en una línea, tienen la siguiente expresión, en vatios:

$$\text{Pérdidas} = F + G \cdot (I_{ac}^2 + I_{reac}^2) + H \cdot I_{ac} + K \cdot I_{reac}\,.$$

De esta expresión se deduce, que las cargas en el receptor que dan lugar a iguales pérdidas en la línea, están situadas en circunferencias, cuyo centro esté situado en el punto definido por:

$$I_{ac} = -\frac{H}{2\,G}\,;$$

$$I_{reac} = -\frac{K}{2\,G}\,,$$

y cuyo radio vale:

$$r_p = \sqrt{\frac{\text{Pérdidas (wat)} - F + \dfrac{H^2 + K^2}{4\,G}}{G}} \quad \text{(amperios)}\,.$$

La construcción del diagrama se basa, pues, en cuantro series de segmentos de circunferencia, por cuya razón se le ha denominado "tetracircular".

Aplicación.

Una vez conocidos los fundamentos teóricos del diagrama, se concretan las orientaciones prácticas para su aplicación, teniendo en cuenta que la tensión nominal es entre fases *(U)*.

Se toma (fig. 2.ª) como eje de abscisas el vector *O X* de la figura 1.ª, y como dimensiones básicas, las de I_2 (amperios). Dado que en las fórmulas anteriores figuraba el producto $\bar{B}.\bar{I}_2$, al dividir por $\bar{B}$ para tener $\bar{I}_2$, todas las restantes expresiones vectoriales deben dividirse también por $\bar{B}$.

La magnitud *O T* de este vector, que debe tenerse en cuenta para limitar las dimensiones del diagrama, corresponderá a la potencia máxima, totalmente activa. Puede dividirse el segmento *O T* en partes iguales, que son potencia activa, y perpendicularmente, y con igual tamaño las escalas de potencia reactiva. Se tienen así las escalas de potencia activa y reactiva, respectivamente, en el receptor. La capacitiva, en la parte superior, en tanto que la inductiva, queda representada bajo el vector *O X*.

El centro *M* de las circunferencias de igual valor de la tensión en el generador U_1 dista del origen *O* la distancia $\frac{A\,E_2}{B}$ (amperios), y la línea *O M* forma con la prolongación de *O X*, en el ángulo:

$$\beta_B - \beta_A\,.$$

La serie de circunferencias que, con centro en M, definen puntos con igual valor de la citada tensión U_1 tienen por radios:

$$r_U = \frac{U_1}{\sqrt{3} \cdot B} \text{ (amperios)}$$

que se obtienen dando a U_1 valores concretos.

El punto P se fija sabiendo que el vector $\overrightarrow{OP}$ (fig. 1.ª) es la diferencia entre $\overrightarrow{MO}$ y $\overrightarrow{MP}$ ó sea:

$$\overrightarrow{OP} = \frac{\overline{E}_2}{\overline{D} \cdot \overline{B}} - \frac{\overline{A} \cdot \overline{E}_2}{\overline{B}} = \frac{\overline{E}_2}{\overline{D} \cdot \overline{B}} (1 - \overline{A} \cdot \overline{D}),$$

pero sabemos por la fórmula [2] que:

$$1 - \overline{A} \cdot \overline{D} = -\overline{B} \cdot \overline{C},$$

o sea que:

$$\overrightarrow{OP} = -\frac{\overline{E}_2}{\overline{D}} \cdot \overline{C},$$

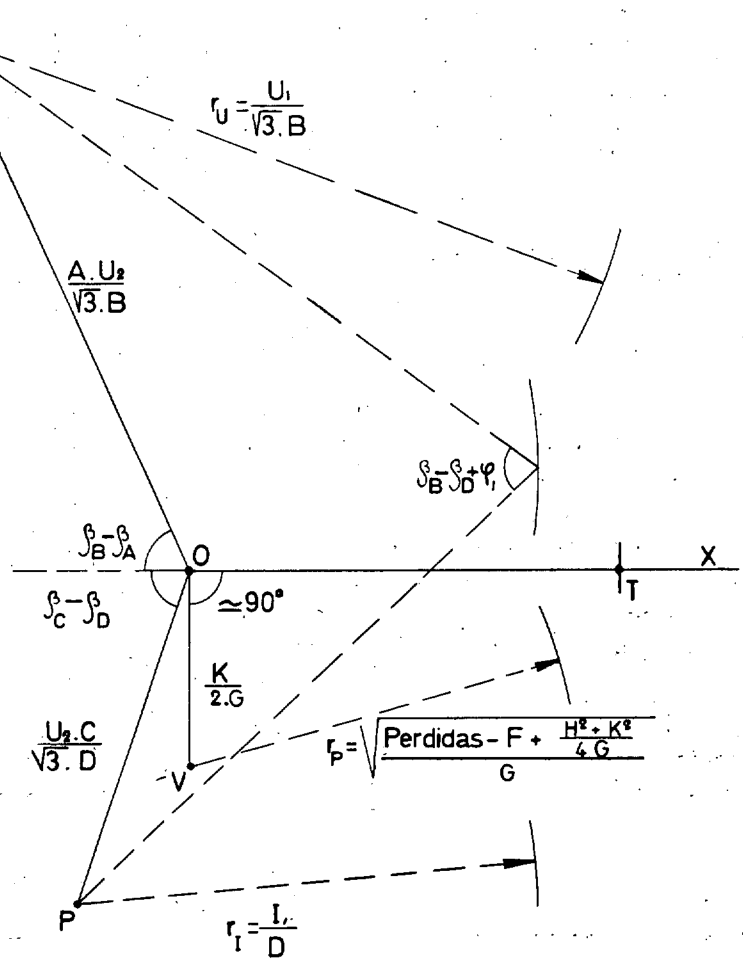

Figura 2.ª

por tanto, la magnitud OP vale:

$$OP = \frac{U_2 \cdot C}{\sqrt{3} \cdot D} \text{ (amperios)},$$

y forma con la prolongación de OX, el ángulo:

$$\beta_C - \beta_D .$$

Con centro en este punto P, las circunferencias de igual intensidad I_1 en receptor, tienen por radios:

$$r_I = \frac{I_1}{D} \text{ (amperios)},$$

que se obtienen dando valores a I_1.

Situados en el dibujo los puntos M y P, trazamos las circunstancias que definen sobre ellos, como arcos capaces, distintos valores de los ángulos:

$$\beta_B - \beta_D + \varphi_1 .$$

Es interesante, especialmente, la circunferencia correspondiente a $\varphi_1 = 0$, pues marca la separación entre factores de potencia capacitivos (la zona situada sobre dicha circunferencia) y los inductivos (zona inferior).

El centro de las circunferencias que definen iguales pérdidas en la línea, está situado en el punto V, cuya abscisa vale:

$$-\frac{H}{2G},$$

siendo la ordenada:

$$-\frac{K}{2G} .$$

Ahora bien, el valor de H es muy pequeño, tanto que resulta difícil tenerlo en cuenta al realizar el dibujo, por lo que se puede despreciar.

El punto V se sitúa, pues, en la vertical del punto O, a una distancia de $\frac{K}{2G}$ (amperios) bajo dicho punto O.

No debe preocupar el insignificante error que se comete al situar el punto V en el eje de ordenadas, ya que dicho punto define pérdidas en la línea, que son fundamentalmente debidas a pérdidas por efecto Joule en los conductores, cuya resistencia sufre alteraciones por variación de temperatura, cuya repercusión en las pérdidas es muchísimo mayor que la que puede producirse por situar el punto V en el eje de ordenadas, cuyo hecho simplifica el dibujo del diagrama.

Con centro en V, se trazan las circunferencias que definen iguales pérdidas en la línea, cuyos radios se obtienen por la expresión:

$$r_p = \sqrt{\frac{\text{Pérdidas (wat)} - F + \frac{H^2 + K^2}{4 \cdot G}}{G}} \text{ (amperios)},$$

quedando ultimado el diagrama.

Es destacable que los cuatro datos que se obtienen en el diagrama, referentes al lado generador, están ligados entre sí por la siguiente condición:

$$\text{Potencia activa en receptor} + \text{pérdidas en línea} = \sqrt{3} \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 ,$$

cuya expresión permite comprobar los valores obtenidos.

Ejemplo.

Pasando a la prática, en la figura 3.ª se ha dibujado el diagrama tetracircular correspondiente a la línea citada en los *Apuntes de Electrotecnia* redactados con gran acierto y claridad por nuestro compañero Rafael Spottorno, que sirven de texto para el tercer curso de esta disciplina, en la Escuela de Caminos.

Los datos son los siguientes: Longitud 400 KV. Tensión compuesta en el receptor $U_2 = 220$ KV. Potencia máxima = 100 MW.

Las constantes de la línea, obtenidas en los citados *Apuntes*, son los siguientes:

$$\bar{A} = 0{,}912 \, \underline{|0°\,55'} = 0{,}9115 + j \cdot 0{,}0146$$

$$\bar{B} = 167{,}7 \, \underline{|80°\ 46'30''} = 26{,}85 + j \cdot 165{,}2 \text{ (Ohms.)}$$

$$\bar{C} = 10{,}2 \times 10^{-4} \, \underline{|90°\ 17'30''} = (-0{,}052 + j \cdot 10{,}2) \cdot 1°^{-4} \text{ (siemens)}$$

$$\bar{D} = \bar{A}$$

$$O\,T = \frac{100 \times 10^6}{\sqrt{3} \times 220 \times 10^3} = 262 \text{ amp.}$$

$$O\,M = \frac{A \cdot U_2}{\sqrt{3} \cdot B} = \frac{0{,}912 \times 220 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 167{,}7} = 690 \text{ amp.}$$

$$\beta_B = 80°\,46'\,30''$$

$$\beta_A = 0°\,55'$$

$$\beta_B - \beta_A = 79°\,51'\,30''$$

Abscisa de M = — 690 . cos 79° 51′ 30″ = — 124 amp.:

$$r_u = \frac{U_1}{\sqrt{3} \cdot B} = \frac{U_1}{291} \quad »$$

U_1 (KV)	r_u (amp).
200	688
220	757
240	826
260	895
280	964

$$O\,P = \frac{U_2 \cdot C}{\sqrt{3} \cdot D} = \frac{220 \times 10^3 \times 10{,}2 \times 10^{-4}}{\sqrt{3} \times 0{,}912} = 142 \text{ amp.}$$

$$\beta_C = 90°17'30''$$

$$\beta_D = 0°55'$$

$$\beta_C - \beta_D = 89°22'30'' \quad '' \quad \text{complemento} = 37'30''.$$

Abscisa del punto $P = -142 \,.\, \text{sen}\, 37'\, 30'' = -1{,}5$ amp.:

$$r_I = \frac{I_1}{D} = \frac{I_1}{0{,}912}\,.$$

I_1 (amp.)	r_I (amp.)
50	55
100	110
150	165
200	220
250	275

Arcos capaces.

Como $\beta_D = \beta_A$ » $\beta_B - \beta_D = \beta_B - \beta_A = 79^\circ\, 51'\, 30'' \simeq 79^\circ{,}86$

cos φ_1	φ_1	Angulo capaz	
		Capacitivo	Inductivo
1,0	0	79º,86	
0,95	18º,2	98º,06	61º,66
0,90	25º,9	105º,76	53º,96
0,85	31º,8	111º,66	48º,06
0,80	36º,9	116º,76	42º,96
0,70	45º,5	125º,36	34º,36
0,60	53º,1	132º,96	26º,76

Circunferencias de iguales pérdidas en línea.

$$F = U_2^2 \times (a'\, c' + a''\, c'') = 220.000^2\, [0{,}9115 \times (-0{,}052) + 0{,}0146 \times 10{,}2]\, 10^{-4} = 489 \times 10^3.$$

$$G = 3\,(b'\, d' + b''\, d'') = 3\,(26{,}85 \times 0{,}9115 + 165{,}2 \times 0{,}0146) = 80{,}4\,.$$

$$H = 2\sqrt{3}\,.\,U_2\,(a''\,.\,d'' + b'\,.\,c') = 2 \times \sqrt{3} \times 220.000\,(0{,}0146^2 - 0{,}052 \times 10^{-4} \times 26{,}85) = 55{,}5\,.$$

$$K = 2\sqrt{3}\,.\,U_2\,(a''\,.\,d' - b''\, c') = 761.000\,(0{,}0146 \times 0{,}9115 + 165{,}2 \times 0{,}052 \times 10^{-4} = 10.800.$$

Centro de las circunferencias que definen iguales pérdidas en la línea:

$$I_{ac.} = -\frac{H}{2\,G} = -\frac{55{,}5}{2 \times 80{,}4} = -\,0{,}345 \text{ amperios}\,,$$

cuyo valor es despreciable, como antes se indicó:

$$I_{reac.} = -\frac{K}{2\,g} = -\frac{10.800}{160{,}8} = -\,67{,}5 \text{ amperios}\,.$$

DATOS

- POTENCIA MAXIMA = 100 MW.
- U_2 = 220 KV (constante)
- $\bar{A} = \bar{D} = 0{,}912 \,\underline{|0^\circ 55'} = 0{,}9115 + j \cdot 0{,}0146$
- $\bar{B} = 167{,}7 \,\underline{|80^\circ 46' 30''} = 26{,}85 + j \cdot 165{,}2$ (ohms)
- $\bar{C} = 10{,}2 \times 10^{-4} \,\underline{|90^\circ 17' 30''} = (-0{,}052 + j \cdot 10{,}2) \cdot 10^{-4}$ (siemens)

ARCOS DE IGUAL TENSION U_1 ———
ID. INTENSIDAD I_1 - - - - - -
ID. FACTOR DE POTENCIA $\cos\varphi_1$ — · —
IGUALES PERDIDAS EN LINEA —x—

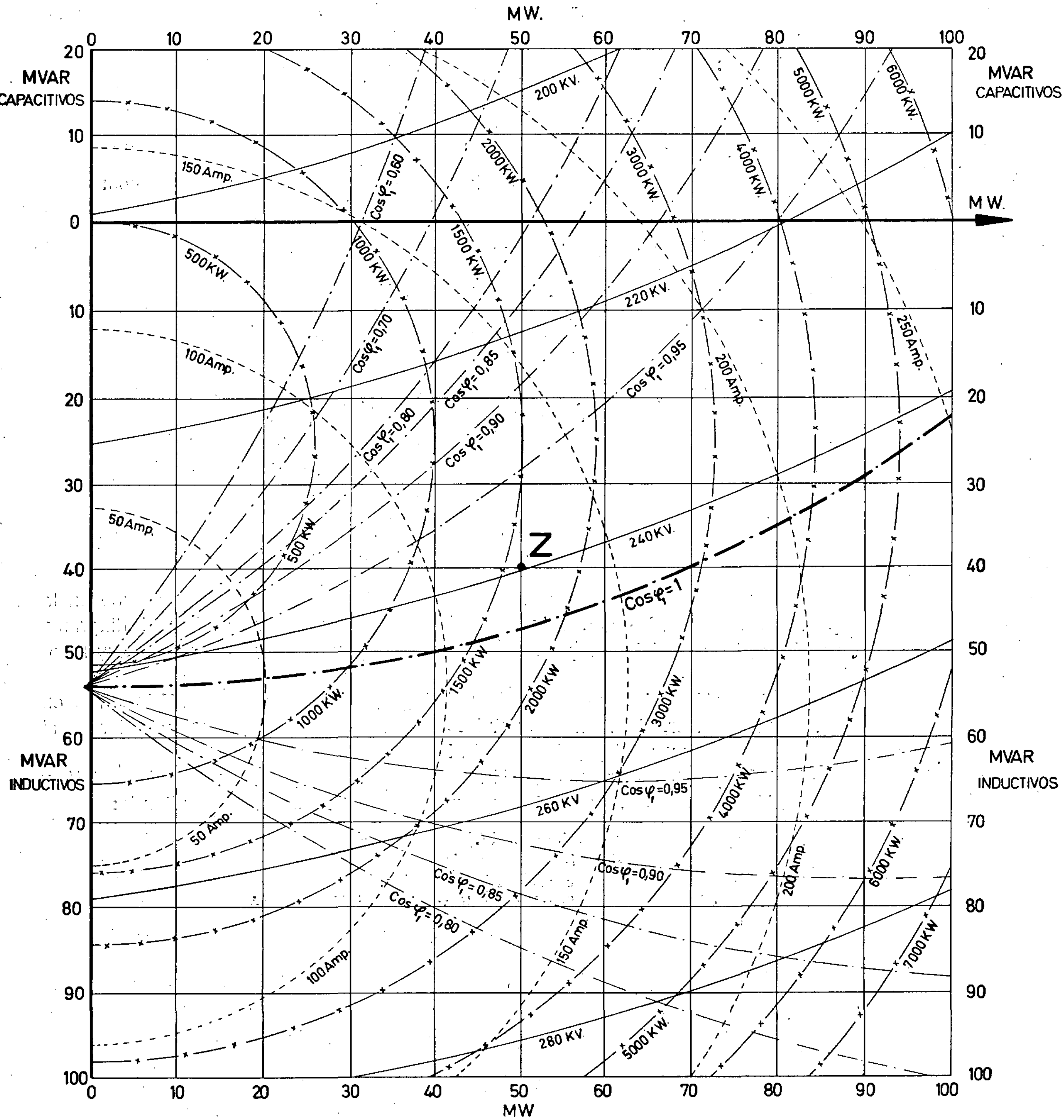

Fig. 3.ª — Diagrama tetracircular.

Radio.

$$\frac{H^2 + K^2}{4\,G} = 362 \times 10^3\,;$$

$$-F + \frac{H^2 + K^2}{4\,G} = -127 \times 10^3\,,$$

y por lo tanto:

$$r_p = \sqrt{\frac{\text{Pérdidas} - 127 \times 10^3}{80{,}4}} = \frac{1}{8{,}97}\sqrt{\text{Pérdidas} - 127 \times 10^3\ (\text{W})}\,.$$

Dando valores a las pérdidas en la línea se tienen los siguientes radios:

Pérdidas — (kW)	r_p (amp.)
500	68
1 000	104
1 500	131
2 000	153
3 000	189
4 000	220
5 000	245
6 000	270
7 000	292
8 000	312

Con los datos anteriores se ha dibujado el diagrama que se reproduce en la figura 3.ª. Se han reseñado todos los cálculos precisos para definir el diagrama con el fin de que el lector pueda comprobar que su construcción no es muy laboriosa.

La utilización del diagrama es inmediata, bastando situar sobre él la carga en el extremo receptor, obteniéndose por interpolación los valores correspondientes al extremo generador y las pérdidas en la línea.

Por ejemplo, supongamos que la carga en el receptor sea de 50 000 kW. y 40 000 KVAR inductivos. Con estos valores situamos el punto *Z*, resultando:

$U_1 = 240$ KV.
$I_1 = 125$ amperios.
$\cos \varphi_1 = 0{,}98$ capacitivo.
Pérdidas en línea = 1.600 kW.