

# HORMIGON ARMADO: ABACOS PARA EL CALCULO DE SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A COMPRESION COMPUESTA Y A FLEXION COMPUESTA

Por FRANCISCO RUIZ GARCIA  
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

(Continuación)

## 3. JUICIO CRITICO Y CONSIDERACIONES SOBRE EL USO DE LOS ABACOS

A ningún técnico, por poca mentalidad crítica que tenga, se le escapa que la calidad de un ábaco o de otro análogo instrumento auxiliar de cálculo se encuentra muy disminuida si en la exposición de los mismos no siguiera, a su proceso de cálculo y mecánica de uso, un juicio crítico con un análisis de sus características más importantes.

Como toda obra humana, los ábacos de que aquí se trata tienen limitaciones. Voy a distinguir dos tipos de ellas: unas, que llamaré estructurales, derivadas de la propia concepción y génesis del ábaco y de los presupuestos técnicos utilizados, y otras, debidas a la imposibilidad material de extender infinitamente el campo de variabilidad y el cálculo de los factores que intervienen en los ábacos, que llamaré limitaciones formales.

Se analizarán los siguientes problemas:

- A. De la discontinuidad de  $\alpha$  y  $\delta$ .
- B. De los momentos alternativos.
- C. De insuficiencias de ábaco.
- D. De elección de ábaco adecuado.

Y se incluirá al final un

- E. Resumen: proceso adecuado y casos que pueden presentarse.

Mediante estas reflexiones se pretende conseguir no sólo el perfeccionamiento de la utilización de los ábacos, sino también la mejor comprensión de los fenómenos de la flexión y la compresión compuestas (\*).

De todas formas conviene hacer previamente las siguientes consideraciones:

### a) Caso de la C.C.

#### a.1. ¿Qué ocurre cuando $N$ es fijo y aumenta $M$ ?

En primer lugar,  $N = \text{constante}$  implica, naturalmente para una misma sección, que  $N_s = \text{constante}$ , y la variación en un sentido de  $M$ , implica variación de  $M_s/h$  en el mismo sentido.

Pues bien, cuando fijado  $N$  aumenta  $M$  lo que ocurre es que  $\sigma'_a$  disminuye y  $\gamma$  aumenta. Lo cual es evidente, ya que los ábacos se han hecho obligando a que la tensión máxima del hormigón,  $\sigma_{H1}$ , sea constante. De forma que la única ma-

(\*) Como se va a hacer continua referencia a los fenómenos de compresión compuesta y de flexión compuesta, voy a simplificar y llamarlos C.C. y F.C., respectivamente.

nera de absorber un incremento de  $M$  manteniendo  $\sigma_H = c^{te}$  es aumentar la cuantía, pues de esta forma (ver cálculo de C.C.) el primer sumando del segundo miembro de (1) disminuye y se equilibra con el aumento de los otros dos sumandos, y la disminución que experimentan los sumandos 1.º y 3.º del 2.º miembro de (2) se ve compensado con el aumento del 2.º sumando que contrarresta el incremento de  $M$ .

He aquí una limitación estructural de los ábacos, ya que para contrarrestar el efecto del aumento de  $M$  es frecuente aumentar el valor de  $F'_a$ , disminuir el de  $F_a$  (o sea, disminuir  $\alpha = F_a/F'_a$ ) y conseguir una distribución de tensiones diferente, siempre que no importe que  $\sigma_H$  sea  $> 60 \text{ Kg./cm.}^2$ .

Efectivamente, esto puede hacerse también con los ábacos, pues basta fijar  $F'_a$  y proceder a la comprobación de tensiones según el caso número 3 de los ejemplos. Pero el ábaco, por sí solo, no da este tipo de corrección, sino el otro apuntado anteriormente, y siempre será necesario pensar cuál es de las dos soluciones la más conveniente, pues con la primera podríamos llegar a fuertes cuantías y con la segunda a grandes  $\sigma_H$ .

Seguir aumentando  $M$  nos llevaría a que  $\sigma_{H2} \leq 0$  con lo que habríamos pasado en el ábaco por debajo del valor crítico de  $\sigma'_a$  y tendríamos que considerar la sección sometida a flexión compuesta.

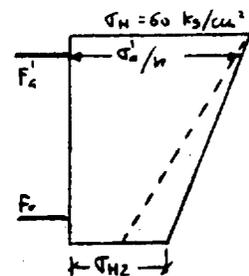


Figura 3.

a.2. ¿Qué ocurre cuando  $M$  es fijo y aumenta  $N$ ?

Aumenta  $\sigma'_a$  y también  $\gamma$ . Es evidente: el aumento de  $N$  ha de ser equilibrado con un aumento del diagrama de tensiones. (Aumentan los tres sumandos del segundo miembro de (1).) Y la disminución que experimentan el 1.º y 3.º sumandos del segundo miembro de (2) se equilibra con el aumento del 2.º.

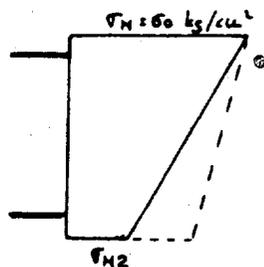


Figura 4.

El aumento progresivo de  $N$  nos llevaría  $\sigma'_a = 900$  kilogramos/cm.<sup>2</sup>, que, con  $M = 0$ , es la compresión pura y, con  $M > 0$ , indica que no puede ser absorbida la sollicitación existente manteniendo  $\sigma_H = 60 \text{ Kg./cm.}^2$  y se necesita aumentar este valor límite de la tensión máxima del hormigón.

b) Caso de la F.C.

b.1. ¿Qué ocurre cuando  $N$  es fijo y aumenta  $M$ ?

Aumentan  $\sigma_H$  y la cuantía  $\gamma$ . Entonces, según las ecuaciones (37) y (38) de F.C., como  $\sigma_a = 1200$  kilogramos/cm.<sup>2</sup>, siempre, disminuye el valor de  $K$  y, por consiguiente, aumenta la profundidad de la fibra neutra. Efectivamente, el aumento de  $M$  ha de ser equilibrado con un desplazamiento hacia arriba del c. de g. de las tensiones del hormigón (aumento del primer sumando del segundo término de (28)), y, como por otro lado he-

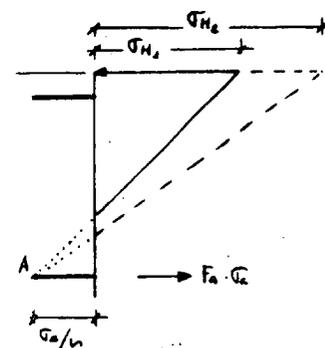


Figura 5.

mos fijado  $\sigma_a = 1200 \text{ Kg./cm.}^2$ , las dos leyes de tensiones han de pasar por el punto A; por ello la fibra neutra ha de descender. El aumento del primer sumando del segundo término de (27), debido a la nueva ley de tensiones, ha de ser compensada sobre todo con la disminución del tercer sumando, luego  $F_a$  ha de aumentar.

Aquí hay una limitación estructural del ábaco, igual que en a.1, porque no siempre es ésta la forma de reaccionar ante un aumento de  $M$ , ya que pudiera ocurrir que  $\sigma_{H2} > \sigma_{\text{admisible}}$ . En tal caso no existe ningún inconveniente en hacer el cálculo aumentando  $\sigma_a$  (caso segundo de los ejemplos) para mantener  $\sigma_H < \sigma_{\text{admisible}}$ .

El aumento progresivo de  $M$  nos llevaría a  $\sigma_H = \infty$  y  $\gamma = \infty$ . O sea, a una sección insuficiente.

b.2. ¿Qué ocurre cuando  $M$  es fijo y aumenta  $N$ ?

Aumenta  $\sigma_H$  y disminuye la cuantía  $\gamma$ . Y, por consideración de (37) y (38), ocurre, igual que antes, que disminuye  $K$  y aumenta la profundidad de la fibra neutra. Para conservar  $\sigma_a = 1200 \text{ Kg./cm.}^2$  las dos leyes de tensiones han de pasar por el punto A. Luego el momento producido por el área rayada de tensiones ha de ser equilibrada por una disminución de  $F_a \cdot \sigma_a$ ; o, lo que es lo mismo, por una disminución de  $F_a$ .

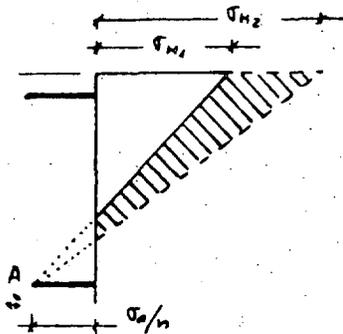


Figura 6.

El progresivo aumento de  $N$  nos llevaría, igual que antes, a valores muy grandes de  $\sigma_H$  que sobrepasarían el valor admisible.

Una vez visto esto vamos a considerar los problemas anteriormente enunciados:

#### A. PROBLEMA DE LA DISCONTINUIDAD DE $\alpha$ y $\delta$ .

En las ecuaciones (17) de C.C. y (41) de F.C. aparecen seis variables  $\left( \gamma, \frac{M_s}{h}, \sigma_H, N_s, \alpha \text{ y } \frac{\sigma}{h} \right)$  y sólo se han podido trasladar a los gráficos fijando valores a dos de ellas ( $\alpha$  y  $\delta = a/h$ ). Naturalmente, para cada pareja de valores  $\alpha$  y  $\delta$  tenemos un gráfico diferente.

El problema que se plantea es, pues, que la pareja de valores  $\alpha$  y  $\delta$  del caso concreto que se vaya a calcular no coincida con ninguna de aquellas para las cuales hay ábaco construido.

a) En lo que se refiere a  $\delta = a/h$  los ábacos están construidos para valores 0,08, 0,10, 0,12 y 0,14. Son valores bastante corrientes, excepto en los casos de losas y placas en que puede ser  $\delta > 0,14$  (si bien, también es cierto que en este tipo de estructura no es corriente la sollicitación axil), y, como es un valor que depende de las dimensiones de la sección, ocurre que suele ser fijado a priori; de tal manera que no veo gran inconveniente en hacerlo coincidir previamente con alguno de los cuatro valores arriba expuestos.

De todas formas, si por alguna especial condición esto no fuera posible, tampoco existe gran problema siempre que el valor elegido  $\delta_1$  sea tal que  $0,08 < \delta_1 < 0,14$ ; pues, en tal caso, bastaría con usar todos los ábacos, con lo cual obtene-

mos cuatro puntos de la curva que da, en función de  $\delta$ , el valor de la variable que queremos obtener; e, interpolando, se tiene el valor deseado cuando  $\delta = \delta_1$ .

b) Respecto a  $\alpha$ , la acotación que supone el uso de los ábacos es ya bastante mayor, aunque de todas formas no suelen abundar los casos en que  $\alpha < 0,50$ . Por otra parte, si los momentos flectores no cambian de signo, jamás va a ser  $\alpha > 1,00$ .

De tal manera, que igual que he dicho con relación a  $\delta$ , se pueden obtener tres puntos (para  $\alpha = 0,50, 0,75$  y  $1,00$ ) de la curva que da, en función de  $\alpha$ , el valor de la variable buscada; e, interpolando, encontrar el valor deseado.

En el caso tercero de los ejemplos, tanto de la C.C. como de la F.C., que es el de comprobación de secciones ya armadas, es en el que este proceso de la interpolación gráfica, arriba expuesta, puede darse con más frecuencia; porque en los casos primero y segundo no parece que sea muy aberrante fijar previamente  $\alpha$  coincidiendo con alguno de los tres para los que hay ábaco construido.

c) Si no coinciden ninguno de los dos valores  $\alpha_1$  y  $\delta_1$  con los de los ábacos, la única complicación (siempre que sea, naturalmente,  $0,50 \leq \alpha_1 \leq 1,00$  y  $0,08 \leq \delta_1 \leq 0,14$ ) es que la interpolación debe hacerse doblemente. Por ejemplo:

Tratemos de encontrar el valor de  $\sigma_H$  máximo en una sección sometida a F.C. en la que:  $N_s = 20 \text{ Kg./cm.}^2$ ,  $M_s/h = 25 \text{ Kg./cm.}^2$ ,  $\alpha = 0,60$  y  $\delta = 0,11$ . Tenemos:

- Para  $\delta = 0,08$ : Si  $\alpha = 0,50 \Rightarrow \sigma_H = 93 \text{ Kg./cm.}^2$   
 $\alpha = 0,75 \Rightarrow \sigma_H = 87 \text{ Kg./cm.}^2$
- Para  $\delta = 0,10$ : Si  $\alpha = 0,50 \Rightarrow \sigma_H = 93,5 \text{ Kg./cm.}^2$   
 $\alpha = 0,75 \Rightarrow \sigma_H = 89 \text{ Kg./cm.}^2$
- Para  $\delta = 0,12$ : Si  $\alpha = 0,50 \Rightarrow \sigma_H = 94 \text{ Kg./cm.}^2$   
 $\alpha = 0,75 \Rightarrow \sigma_H = 89,5 \text{ Kg./cm.}^2$

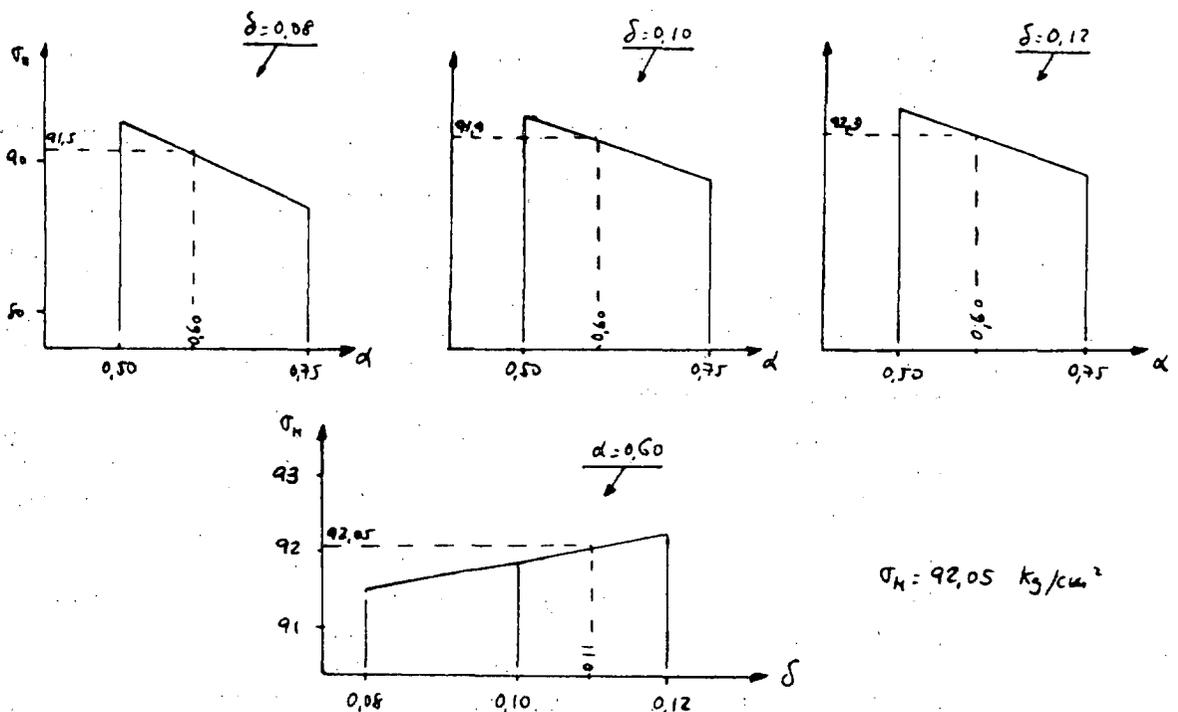


Figura 7.

## B. PROBLEMA DE LOS MOMENTOS ALTERNATIVOS

Con estos ábacos sólo se puede resolver el caso de una sección que esté sometida a momentos que pueden cambiar de signo cuando  $\alpha = 1,00$ , tanto en el caso de C.C. como en el de F.C.

Efectivamente, si para  $M > 0$ , por ejemplo, es  $\alpha = \alpha_1$ ; cuando ocurra que  $M < 0$ , el valor de  $\alpha$  será  $\alpha = 1/\alpha_1$ , y como los ábacos son válidos únicamente para  $0,50 \leq \alpha \leq 1,00$ , es evidente que sólo pueden ser utilizados cuando  $\alpha_1 = 1,00$ , ya que entonces  $1/\alpha_1$  es igual a 1,00.

Es esta una limitación formal que proviene de que no se han dibujado los ábacos correspondientes a valores de  $\alpha > 1,00$  (concretamente, debían de haberse hecho los de  $\alpha = 1/0,75 = 1,333$  y  $\alpha = 1/0,50 = 2,000$ ).

De todas formas el inconveniente no es enormemente insalvable porque creo que la construcción de los ábacos está lo suficientemente explicada para que, si la repetición de casos lo aconseja, se pueda (a través del sistema (16) a la C.C. y (40) a la F.C.) construir el ábaco correspondiente al valor de  $\alpha > 1,00$  que se desee.

Por otra parte, hay que tener en cuenta que lo más normal en estos casos de momento con signos diferentes es disponer las armaduras simétricas ( $\alpha = 1,00$ ).

Por ejemplo:

$$\begin{array}{l|l} N = 90\,000 \text{ Kg.} & b = 30 \text{ cm.} \\ M' = 5\,000 \text{ m. Kg.} & h = 50 \text{ cm.} \\ M'' = 3\,500 \text{ m. Kg.} & a = 5 \text{ cm.} \end{array} \Rightarrow \delta = a/h = 0,10$$

Empezamos con el mayor valor absoluto de  $M$  que es el que da lugar a mayor cuantía:

$$1.^\circ) N_s = \frac{90\,000}{30 \cdot 50} = 60, \quad \frac{M'_s}{h} = \frac{500\,000}{30 \cdot 50 \cdot 50} = 6,66$$

$$\text{con lo que: } \left| \begin{array}{l} \sigma'_a = 847 \text{ Kg./cm.}^2 > (\sigma'_a)_{\text{crítico}} = 818 \text{ Kg./cm.}^2 \\ \gamma = 1,25 \end{array} \right.$$

$$2.^\circ) \text{ Si } \frac{M''_s}{h} = \frac{350\,000}{30 \cdot 50 \cdot 50} = 4,67 \Rightarrow \frac{N_s}{M''_s/h} = \frac{60}{4,67} = 12,85$$

Tanteando en el ábaco de  $\delta = 0,10$  y  $\alpha = 1,00$  se llega a que la intersección de  $(N_s)_1 = 65 \text{ Kg./cm.}^2$  con  $\gamma = 1,25$  da, sobre el haz  $\varphi_1$ , el mismo valor de  $(\sigma'_a)_1 = 858 \text{ Kg./cm.}^2 > (\sigma'_a)_{\text{crítico}} = 818 \text{ Kg./cm.}^2$  — que su intersección con  $N_s = 12,85 \times M''_s/h$  sobre el haz  $\varphi_2$ .

Entonces:

$$r = \frac{N_s}{(N_s)_1} = \frac{60}{65} = 0,923$$

luego:

$$\sigma'_a = 0,923 \cdot 858 = 794 \text{ Kg./cm.}^2$$

$$\sigma_H = 0,923 \cdot 60 = 55,5 \text{ Kg./cm.}^2$$

### C. PROBLEMA DE INSUFICIENCIA DE ABACO

Ningún ábaco se encuentra perfectamente definido si no se conoce cuál es el fenómeno físico real en aquellas ocasiones en que el punto representativo del caso concreto de trabajo se sale fuera del espacio material del propio ábaco.

Analizaremos cada uno de estos casos posibles:

#### a) En los ábacos de C.C.

a.1. El punto de ordenada  $N_s$  y abscisa  $M_s/h$  da, sobre el haz  $\varphi_2$ , un valor de  $\sigma'_a > 900 \text{ Kg./cm.}^2$ .

Significa que la sección propuesta es incapaz de absorber la sollicitación existente manteniendo la sección máxima del hormigón  $\sigma_H = 60 \text{ Kg./cm.}^2$ . Caben dos posibilidades:

- Aumentar las dimensiones de la sección.
- Trabajar con  $\sigma_H > 60 \text{ Kg./cm.}^2$  (caso segundo de los ejemplos).

a.2. El punto de ordenada  $N_s$  y abscisa  $M_s/h$  da, sobre el haz  $\varphi_2$ , un valor de  $\sigma'_a$ , tal que  $900 > \sigma'_a > (\sigma'_a)_{\text{crítico}}$ , que está fuera del ábaco.

Es una limitación formal que puede ser resuelta de las siguientes formas:

- Como las curvas que forman el haz  $\varphi_2$  son rectas y las escalas de las variables son naturales, no existe ningún inconveniente en prolongarlos fuera del ábaco si fuera prudentemente necesario.
- Los valores límites elegidos acotan la gran mayoría de casos usuales de forma que esta insuficiencia de ábaco bien puede significar que la sección es pequeña. Así, pues, conviene aumentar las dimensiones.

a.3. El punto de ordenada  $N_s$  y abscisa  $M_s/h$  da, sobre el haz  $\varphi_2$ , un valor de  $\sigma'_a < (\sigma'_a)_{\text{crítico}}$  que está fuera del ábaco.

Implica que con las dimensiones geométricas y el valor de  $\alpha$  propuestos, la sección, ante la sollicitación existente, no trabaja a compresión compuesta, sino a flexión compuesta.

a.4. Definido ya un valor idóneo de  $\sigma'_a$  sobre el haz  $\varphi_2$ , el valor de  $\gamma$  que define el haz  $\varphi_1$  es  $\gamma > 2,8$ .

O sea, la cuantía es mayor que 2,8 por 100. Caben dos soluciones:

- Prolongar por la izquierda las rectas del haz  $\varphi_1$  y usar el correspondiente valor de  $\gamma$ .
- O bien, si ese valor de  $\gamma > 2,8$  parece excesivo, aumentar las dimensiones de la sección.

a.5. Definido ya un valor idóneo de  $\sigma'_a$  sobre el haz  $\varphi_2$ , el valor de  $\gamma$  que define el haz  $\varphi_1$  es  $\gamma < 0$ .

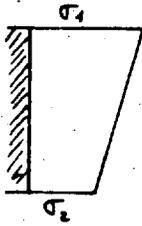
Esto implica que no es necesaria armadura y que el hormigón sólo resiste los esfuerzos. Por ejemplo:

$$h = 50 \text{ cm.}; \quad a = 5 \text{ cm.}; \quad c = h + a = 55 \text{ cm.}; \quad b = 30 \text{ cm.}; \quad \Rightarrow \quad \delta = a/h = 0,10$$

$$\text{Usemos } \alpha = 0,50. \quad M = 225\,000 \text{ cm.}/\text{Kg.} \quad N = 55\,500 \text{ Kg.}$$

$$N_s = 55\,500/30 \times 50 = 37 \quad \text{y} \quad M_s/h = 225\,000/30 \times 50 \times 50 = 3$$

En el ábaco correspondiente, para estos valores, se tiene  $\sigma'_a = 840 \text{ Kg./centímetro cuadrado} > (\sigma'_a)_{\text{crítico}} = 818 \text{ Kg./cm.}^2$ . Sobre el haz  $\varphi_1$  se tiene  $\gamma < 0$ . Momento de inercia de la sección de hormigón:  $I = \frac{1}{12} \cdot 30 \cdot 55^3 = 416\,000 \text{ cm.}^4$ :



$$\sigma_H = \frac{55\,500}{30 \times 55} \pm \frac{225\,000 \cdot 55/2}{416\,000} = 33,6 \pm 14,9 = \begin{cases} \sigma_1 = +48,5 \text{ Kg./cm.}^2 \\ \sigma_2 = +18,7 \text{ Kg./cm.}^2 \end{cases}$$

En este caso se recomienda:

- Poner alguna armadura, con lo que las tensiones (naturalmente,  $\sigma_H < 60 \text{ Kg./cm.}^2$ ) vendrán dadas siguiendo el proceso del caso tercero de los ejemplos.
- Disminuir las dimensiones de la sección.

Figura 8.

b) En los ábacos de F.C.

b.1. El punto de ordenada  $N_s$  y abscisa  $M_s/h$  da, sobre el haz  $\varphi_2$ , un valor de  $\sigma_H$  que está fuera del ábaco.

Excepto para valores pequeños de  $M_s/h$ , lo más probable es que en estos casos resulte  $\sigma_H > \sigma_{\text{admisible}}$ , como se deduce de la forma de los ábacos. De todas formas:

- O se aumentan las dimensiones de la sección.
- O, si no hay inconveniente en usar el valor de  $\sigma_H$  obtenido, prolongar las rectas del ábaco y utilizarlas.

b.2. Definido ya el valor idóneo de  $\sigma_H$  sobre el haz  $\varphi_2$ , el valor de  $\gamma$  que define el haz  $\varphi_1$  es  $\gamma > 2,8$ .

Problema análogo al de a.4. Puede ser resuelto:

- Prolongando por la izquierda las rectas del haz  $\varphi_1$ , y usar el correspondiente valor de  $\gamma$ .
- O bien, si ese valor de  $\gamma > 2,8$  por 100 es excesivo, aumentando las dimensiones de la sección.

b.3. Definido ya un valor idóneo de  $\sigma_H$  sobre el haz  $\varphi_2$ , el valor de  $\gamma$  que define el haz  $\varphi_1$  es  $\gamma < 0$ .

Esto implica que no es necesaria armadura. Por ejemplo:

$$h = 50 \text{ cm.}; \quad a = 5 \text{ cm.}; \quad b = 30 \text{ cm.}; \quad \Rightarrow \quad \delta = a/h = 0,10; \quad c = h + a = 55 \text{ cm.}$$

Usemos  $\alpha = 0,50$ .  $N = 24\,000 \text{ Kg.}$  y  $M = 300\,000 \text{ cm.}/\text{Kg.}$ :

$$M' = M + N \frac{h-a}{2} = 300\,000 + 24\,000 \frac{50-5}{2} = 840\,000 \text{ cm.}/\text{Kg.}$$

$$N_s = 24\,000/30 \cdot 50 = 16; \quad M_s/h = 840\,000/30 \cdot 50 \cdot 50 = 11,5$$

En el ábaco correspondiente se tiene  $\sigma_H = 64 \text{ Kg./cm.}^2$  y  $\gamma < 0$ . Si en el sistema (27), (28) de la F.C. hacemos  $F'_a = F_a = 0$ , queda:

$$N = \frac{\sigma_H \cdot b \cdot x}{2} \quad \left| \quad 24\,000 = \frac{\sigma_H \cdot 30 \cdot x}{2} \quad \right| \quad x = 45,0 \text{ cm.} < c = 55,0 \text{ cm.}$$

$$M' = \frac{\sigma_H \cdot b \cdot x}{2} \left[ h - \frac{x}{3} \right] \quad \left| \quad 840\,000 = \frac{\sigma_H \cdot 30 \cdot x}{2} \left[ 50 - \frac{x}{3} \right] \quad \right| \quad \sigma_H = 35,6 \text{ Kg./cm.}^2$$

Esto implica una distribución de tensiones como la del gráfico adjunto, de forma que si, manteniendo el valor de  $N$ , fuéramos aumentando el de  $M$ , iría disminuyendo  $x$  y aumentando  $\sigma_H$  a la vez que el punto A (límite de la grieta) subiría. Y el colapso se alcanza cuando  $\sigma_H > \sigma_{rotura}$ .

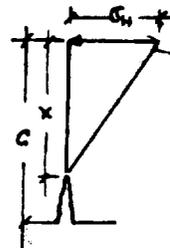


Figura 9.

Veamos otro ejemplo. Igual que antes, pero con  $M = 135\,000 \text{ cm. Kg.}$ :

$$M' = 135\,000 + 24\,000 \frac{50 - 5}{2} = 675\,000 \text{ cm. Kg.}; \quad \frac{M_s}{h} = \frac{675\,000}{30 \cdot 50 \cdot 50} = 9,0$$

Para  $N_s = 16$  y  $M_s/h = 9,0$  se tiene  $\sigma_H = 57 \text{ Kg./cm.}^2$  y sobre el haz  $\varphi_1$  tiene  $\gamma = 0$ . El sistema (27), (28) se expresa entonces:

$$24\,000 = \frac{\sigma_H \cdot 30 \cdot x}{2} \quad \left| \quad x = 65,7 \text{ cm.} > c = 55,0 \text{ cm.} \right.$$

$$675\,000 = \frac{\sigma_H \cdot 30 \cdot x}{2} \left[ 50 - \frac{x}{3} \right]$$

Esto quiere decir que el hormigón trabaja a compresión compuesta, igual que en el caso a.5. Efectivamente:

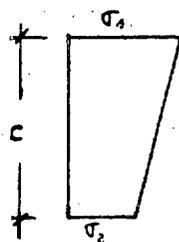


Figura 10.

$$\sigma_H = \frac{24\,000}{30 \cdot 55} \pm \frac{135\,000 \cdot 55/2}{416\,000} = 14,5 \pm 9,0 = \begin{cases} \sigma_1 = + 23,5 \\ \sigma_2 = + 5,5 \end{cases}$$

Las soluciones posibles para b.3 son igual que en a.5:

- Poner alguna armadura, con lo que  $\sigma_a < 1\,200 \text{ Kg./cm.}^2$ , naturalmente (utilizar para calcular las tensiones el caso núm. 3 de F. C.).
- Disminuir las dimensiones de la sección.

#### D. PROBLEMA DE ELECCION DEL ABACO ADECUADO

Ya se ha visto cómo en los ábacos de C.C. cuando el valor de  $\sigma'_a$ , definido por  $N_s$  y  $M_s/h$  sobre el haz  $\varphi_2$ , es menor que el crítico correspondiente al  $\delta = a/h$  usado el problema pasa a ser de F. C.

[Es interesante recordar, porque puede inducir a error al pasar de los ábacos de C.C. a los de F.C., que, en los primeros, el valor de  $M_s$  es  $M_s = M/b \cdot h$ , mientras que en los segundos es  $M_s = M'/b \cdot h$ , siendo  $M' = M + N \cdot (h - a)/2$ .

También conviene recordar que  $\alpha$  es:  $\alpha = F'_a/F_a$  en la C.C. y  $\alpha = F'_a/F_a$  en la F.C. — siendo  $F'_a$  la armadura más cercana al borde más comprimido del hormigón — con objeto de usar siempre valores de  $\alpha \leq 1,00$ .]

En los ábacos de F.C. no se puede poner la condición crítica de paso a la C.C. porque, según la figura 2 de F.C., para que hubiera C.C. habría de ser  $x = h$ , lo que implica que  $\sigma_a = 0$ , y eso no puede ser con el planteamiento efectuado, en el que hemos fijado ( $1\ 200\ \text{Kg./cm.}^2$ ) un valor para  $\sigma_a$ .

Sí podría hacerse si hubiéramos fijado el valor de  $\sigma_H$ , como se hace en la C.C. En tal caso sí se podrían construir unos ábacos en los que la variable fuera  $\sigma_a$  y dibujar la curva crítica cuando  $\sigma_a = 0$ . Pero esto es absurdo, porque con unos ábacos así construidos lo que ocurriría es que la mayor parte de las veces, si no todas, sería  $\sigma_a < 1\ 200\ \text{Kg./cm.}^2$  y estaríamos desaprovechando el acero.

## E. RESUMEN: PROCESO ADECUADO Y CASOS QUE PUEDEN PRESENTARSE

De acuerdo con lo expuesto anteriormente, el proceso a seguir es el siguiente:

Salvo que la excentricidad sea excesivamente manifiesta y permita deducir *a priori* que se trata de flexión compuesta, el primer paso es dirigirse a los ábacos de la C.C., donde tenemos las siguientes posibilidades:

Abaco de la C.C. (haz  $\varphi_2$ ).

1. Caso a.1. — Con la sección propuesta ha de ser  $\sigma_H > 60\ \text{Kg./cm.}^2$ . Aumentar las dimensiones de la sección para que pueda ser  $\sigma_H = 60\ \text{Kg./cm.}^2$ .

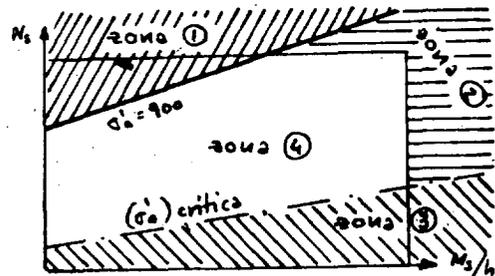


Figura 11.

2. Caso a.2. — Prolongar las rectas y trabajar con el punto correspondiente (saldrán fuertes valores de  $\gamma$ ). Aumentar las dimensiones de la sección.
3. Caso a.3. — El fenómeno es de F.C. Pasar a los ábacos correspondientes.
4. Zona idónea.

Abaco de la C.C. (haz  $\varphi_1$ ).

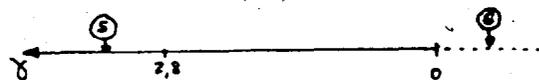


Figura 12.

5. Caso a.4. — Cuantía mayor de 2,8 por 100. Usar la cuantía correspondiente. Aumentar las dimensiones de la sección.
6. Caso a.5. — No hace falta armadura. Poner alguna armadura y determinar las tensiones de trabajo. Disminuir las dimensiones de la sección.

Abaco de la F.C. (haz  $\varphi_2$ ).

1. Caso b.1. — Sección insuficiente.

Aumentar las dimensiones de la sección.

Trabajar, si no hay inconveniente, con el valor de  $\sigma_H$  que se obtenga, aunque sea grande.

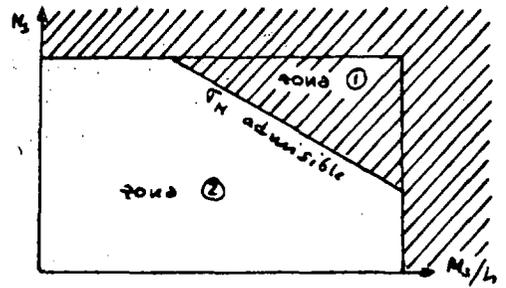


Figura 13.

2. Zona idónea.

Abaco de la F.C. (haz  $\varphi_1$ ).

3. Caso b.2. — Cuantía mayor de 2,8 por 100.

Usar la cuantía correspondiente.

Aumentar las dimensiones de la sección.

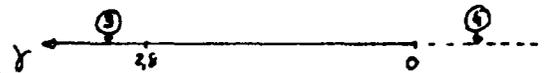


Figura 14.

4. Caso b.3. — No hace falta armaduras.

Poner alguna armadura y determinar las tensiones de trabajo.

Disminuir las dimensiones de la sección.

NOTA FINAL:

Para cada uno de los problemas anteriormente expuestos se han arbitrado soluciones en las cuales va implícita la condición de no modificar el valor de  $\alpha$ . Es interesante hacer constar esto porque pudiera ocurrir que, variando el valor de  $\alpha$ , se pasara de una zona a otra del abaco sin modificar para nada  $N_s$  ni  $M_s/h$ .