TIEMPO DE VACIADO DE UN DEPOSITO DE GAS (*)

Por ANGEL POVEDA CUESTA
Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

Como continuación al artículo publicado en esta Revista en septiembre de 1969, titulado "Cálculo del tiempo de vaciado de un embalse", en el que se exponía un método para calcular el tiempo de vaciado de un vaso, aplicamos dicho procedimiento al caso de "Vaciado de un depósito de gas", considerando invariable la temperatura, basándonos en las ecuaciones fundamentales de los fluidos y en las características propias de los gases.

Tiempo de vaciado de un depósito de gas a temperatura constante

Sea un depósito de volumen V, temperatura T y presión P.

Consideramos un orificio de sección Ω.

Las partículas gaseosas chocan entre sí, pero describen trayectorias hacia el orificio de salida que son líneas de corriente. La presión es debida al choque entre las partículas con las paredes del recipiente debidas a la energía interna del gas.

Las ecuaciones que nos ligan las presiones con las velocidades y las trayectorias en un fluido (líquido o gas) son:

$$\frac{\partial P}{\partial S} = \rho \frac{\partial V_s}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial V^2}{\partial S} \qquad \frac{\partial P}{\partial n} = \rho \frac{\partial V_n}{\partial t} + P \frac{V^2}{r}.$$

Donde:

P = presión es un punto.
S = tangente a la trayectoria.
V_s = componente tang. de la velocidad.
t = tiempo.
n = componente normal a la trayectoria.
V_n = velocidad normal.
ρ = densidad o masa específica.
r = radio de curvatura.

En los gases tenemos:

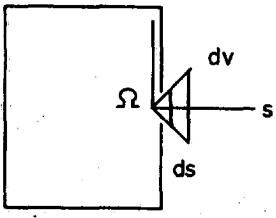
$$\frac{V \cdot P}{T} = \frac{V' P'}{T'} = \text{R. n. Ecuación fundamental.}$$

$Q(p)$ = flujo de gas.
$V(p)$ = velocidad.
Ω = área del orificio de salida.
t = tiempo.

$$t = \frac{Q(p)}{V(p)\,\Omega} = F(p) \text{ (Función de la presión).}$$

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que pueden remitirse a la redacción de esta Revista hasta el 31 de enero de 1971.

Vamos a calcular en un recipiente el tiempo que tarda en pasar el gas de la presión inicial P_0 a la P, bajo las hipótesis de partida:



$$\frac{V P}{T} = \frac{(V + \Omega\, d s)(P - d P)}{T}$$

Consideramos que no hay variación de temperatura.

$$V . P = V P - V d P + \Omega P d s - \frac{\Omega\, d s\, d P}{\text{inf. de } 2^{\circ}}$$

$$V . d P = \Omega P d s, \quad \text{donde } V = \text{constante} \quad \Omega = \text{constante} \quad \frac{\Omega}{V} = K$$

$$\frac{d P}{P} = \frac{\Omega}{V} . d s = K . d s \quad l c P = K . S \ ; \ P = \frac{1}{C} e^{K S}$$

$$S = 0 \quad P = p_0 \quad \boxed{P = p_0\, e^{K S}} \qquad \text{(I)}$$

Consideramos la velocidad en la línea media del orificio de salida.

Entrando con el valor de P en la ecuación (1), tenemos:

$$-\frac{\partial P}{\partial S} = \rho \frac{\partial V_s}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial V^2}{\partial S} \qquad S = S(+)$$

$$V_s = \frac{d s}{d t}$$

$$-\frac{d}{d s}(P_0\, e^{K S}) = \rho \frac{d}{d t}\left(\frac{d s}{d t}\right) + \frac{1}{2} \frac{d}{d s}\left(\frac{d s}{d t}\right)^2$$

de donde:

$$-P_0 K e^{KS} = \rho \frac{d^2 S}{d t^2} + \frac{1}{2} 2 \frac{d s}{d t} . \frac{d^2 S}{d t^2} . \frac{d t}{d s} = (1 + \rho) \frac{d^2 S}{d t^2}$$

$$-\frac{P_0 K}{1 + \rho} e^{K S} = \frac{d^2 S}{d t 2} = C e^{KS}, \quad \text{siendo} \quad C = \frac{P_0 K}{1 + \rho} = P_0$$

Integrando esta ecuación, tenemos:

$$\frac{d^2 S}{d t 2} = C e^{K S} \quad S'' = C e^{K S} \quad S_p = \frac{C}{K^2} e^{K S} \quad \text{solución particular;}$$

$$\frac{d^2 S}{d t 2} = 0, \quad \frac{d s}{d t} = C, \quad S = C \quad t + C_2$$

$$S = \frac{C}{K^2} e^{KS} + C \quad t + C_2. \qquad \text{Solución general}$$

para $t = 0$, $S = 0$.

$$0 = \frac{C}{K^2} + C_2, \qquad C_2 = -\frac{C}{K^2},$$

$$S = \frac{C e^{KS}}{K^2} + C\,t - \frac{C}{K^2} = \frac{C}{K^2} e^{KS} + C\,t - \frac{C}{K^2} = \frac{C}{K^2} \times (e^{KS} - 1) + C\,t$$

$$t = \frac{1}{C} \left\{ S - \frac{C}{K^2} (e^{KS} - 1) \right\} \quad \text{pero} \quad S = \frac{1}{K}\, l \frac{P}{P_0} \quad \text{de (I)}$$

sustituyendo, tenemos:

$$t = \frac{1}{C} \left\{ S - \frac{C}{K^2} \left(e^{\,l \frac{P}{P_0}} - 1 \right) \right\} = \frac{1}{C} \left\{ \frac{1}{K}\, l \frac{P}{P_0} - \frac{C}{K^2} \left(\frac{P}{P_0} - 1 \right) \right\}$$

siendo $C = \dfrac{P_0 K}{1 + \rho}$.

Tiempo que tarda en pasar de la presión P_0 a la P a temperatura constante al tener un orificio de área Ω:

$$t = \frac{1}{C} \left\{ \frac{1}{K}\, l \frac{P}{P_0} - \frac{P_0 K}{(1 + \rho) K^2} \frac{P}{P_0} + \frac{C}{K^2} \right\}$$

$$= \frac{1}{C} \left\{ \frac{1}{K}\, l \frac{P}{P_0} - \frac{P}{K (1 + \rho)} + \frac{P_0}{K (1 + \rho)} \right\}$$

siendo

$$K = \frac{\Omega \ \text{(área de orificio)}}{V \ \text{(volumen del depósito)}}$$

En el caso de tener varios orificios de distintas áreas en las hipótesis de áreas pequeñas comparados con la superficie del depósito, el problema es inverso por el símil hidráulico al de vaciado de un embalse por distintos orificios, publicado en la REVISTA DE OBRAS PUBLICAS en septiembre de 1969, ya que en cada instante la presión dentro del depósito es la misma y pasa de la presión P_0 a la P en un tiempo T.

Si consideramos un depósito de estas características en el que tenemos unas funciones de los tiempos y presiones por cada orificio por separado:

$t_1 = \varphi_1 (p)$ por un orificio de área Ω_1

$t_2 = \varphi_2 (p)$ por un orificio de área Ω_2

$\vdots$

$t_n = \varphi_n (p)$ por un orificio de área Ω_n.

La función que nos da el tiempo es:

$$T = \frac{1}{\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \ldots + \frac{1}{t_n}} = \frac{1}{\frac{1}{\varphi_1(p)} + \ldots + \frac{1}{\varphi_n(p)}},$$

ya que los flujos son funciones de las velocidades de salida y del tiempo y, por tanto, de la presión, y en la fórmula de deducción tenemos:

$$Q_1 = V_1(p)\,t_1 \qquad t_1 = \frac{Q}{V_1} \quad T = \frac{Q}{V_1 + V_2 + \ldots + V_n} =$$

$$Q_2 = V_2(p)\,t_2$$

$$Q_n = V_n(p)\,T_n \qquad T_n = \frac{Q_n}{V_n} = \frac{Q}{\frac{Q}{t_1} + \frac{Q}{t_2} + \ldots + \frac{Q}{t_n}} = \frac{1}{\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \ldots + \frac{1}{t_n}}.$$