TENSIONES QUE APARECEN EN UN MEDIO POROSO DEBIDAS A LA PRESION INTERSTICIAL DE UN FLUIDO QUE CIRCULA POR SUS HUECOS (*)

Por MANUEL ALONSO FRANCO
Dr. Ing. de Caminos, Canales y Puertos.
Dirección General de Obras Hidráulicas.

La determinación de las tensiones en un medio poroso, sometido a la circulación de un fluido a presión, ha sido tratado con mucha amplitud, no exenta a veces de complicación, por diversos autores. Tratamos aquí de plantear el problema como una aplicación elemental de la Teoría de la Elasticidad. El planteamiento del problema en el sentido de tensiones "totales" permite abordar cómodamente casos de anisotropía, grietas y otras particularidades.

Siguiendo el artículo de Fernández Casado, publicado en *Cimbra* (diciembre de 1971), establecemos, en forma elemental, las ecuaciones correspondientes a las tensiones que aparecen en un medio poroso debidas a un fluido (agua) que circula a presión por sus intersticios. Para ello partiremos de la ecuación de D'Alambert aplicada al volumen de fluido (agua) existente en un elemento diferencial del medio poroso. Si prescindimos de los términos en que interviene la velocidad del fluido, simplificación generalmente admitida dado que dicha velocidad es muy pequeña, y proyectamos dicha ecuación, sobre los ejes de referencia, tendremos las ecuaciones elementales de la estática: igualdad de fuerzas respecto a los tres ejes coordenados.

Siguiendo la notación de "Mecánica de las Rocas" de Stagg y Zienkiewicz, capítulo 3, designaremos por η la porosidad, es decir, relación entre el volumen de intersticios al volumen total (igualmente puede considerarse esta relación entre áreas o líneas). En la figura 1 se establece la igualdad de fuerzas respecto a un eje (normal a la vertical, para no hacer intervenir el peso, el cual se introduce en la correspondiente proyección sin ninguna complicación).

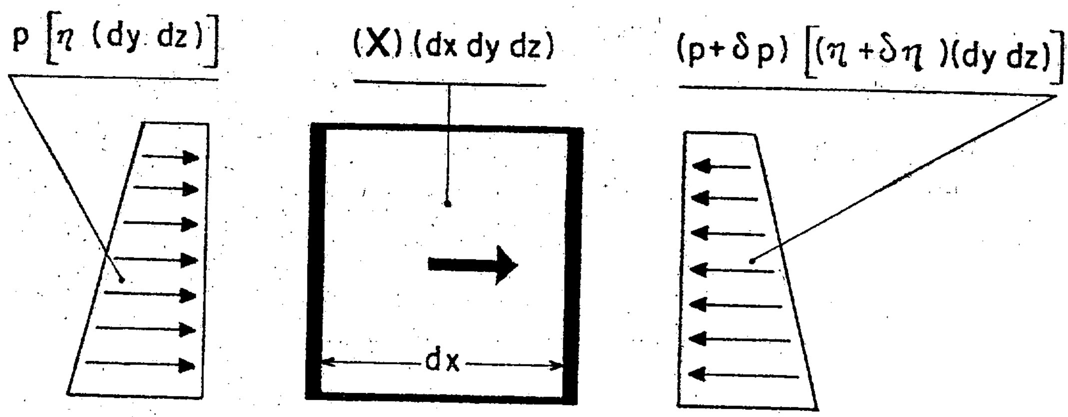
Del mismo modo tendríamos:

$$(Y) = \frac{\partial(\eta p)}{\partial y} \qquad (Z) = \frac{\partial(\eta p)}{\partial z} - \gamma_{sat.}$$

Obsérvese que se ha incluido el peso del material (ecuación tercera). De no haberlo considerado, habría que sustituir $\gamma_{sat.}$ (peso unitario del material saturado) por $\gamma_{sat.} - \gamma$, es decir, el peso correspondiente al líquido que falta para la saturación del material. En cualquier caso, este término responde a la solicitación de peso propio o a una fracción del mismo y, en consecuencia, las tensiones correspondientes pueden determinarse independientemente.

Deducida la fuerza que el medio poroso ejerce sobre el líquido, por unidad de volumen (X, Y, Z), ésta será igual y de sentido contrario a la fuerza que el lí-

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que pueden remitirse a la Redacción de esta Revista hasta el 31 de enero de 1974.



$$(p + \delta p)\,[(\eta + \delta \eta)\,(d\,y\,d\,z)] - p\,[\eta\,(d\,y\,d\,z)] = (X)\,(d\,x\,d\,y\,d\,z)$$

$$[p\,\delta\,\eta + \eta\,\delta\,p + \delta\,p\,\delta\,\eta]\,(d\,y\,d\,z) = (X)\,(d\,x\,d\,y\,d\,z)$$

$$(X) = \frac{\delta\,(\eta\,p)}{\delta\,x}$$

Fig. 1. — Equilibrio de fuerzas que *actúan sobre el fluido* contenido en un elemento diferencial del medio poroso (proyección sobre $X\,X'$).

NOTA. — Se ha prescindido de la viscosidad y de las fuerzas de inercia, es decir, de: $J \times M = J \times \rho\,\eta\,d\,x\,d\,y\,d\,z$.

quido (fluido) ejerce sobre el medio poroso ($-X$, $-Y$, $-Z$), en consecuencia, podemos establecer las ecuaciones diferenciales de las tensiones en dicho medio:

$$\begin{aligned}
-\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= \frac{\partial\,(\eta\,p)}{\partial x} \\
-\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots &= \frac{\partial\,(\eta\,p)}{\partial y} \\
-\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots &= \frac{\partial\,(\eta\,p)}{\partial z} - \gamma_{sat.}
\end{aligned} \qquad (1)$$

El sistema de ecuaciones diferenciales (1) junto con el sistema de las deformaciones correspondientes permiten, si conocemos la función potencial del fluido que circula por los poros, resolver el problema. A continuación escribimos las ecuaciones de las deformaciones unitarias correspondientes a las tensiones normales, pues, como veremos más adelante, mediante una analogía térmica se obtiene la solución de forma más directa e intuitiva:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= -\frac{1}{E}\,[\sigma_x - \mu\,(\sigma_y + \sigma_z)] \\
\varepsilon_y &= -\frac{1}{E}\,[\sigma_y - \mu\,(\sigma_x + \sigma_z)] \\
\varepsilon_z &= -\frac{1}{E}\,[\sigma_z - \mu\,(\sigma_x + \sigma_y)]
\end{aligned} \qquad (2)$$

donde ε es el alargamiento unitario, E el coeficiente de elasticidad y μ el módulo de Poisson.

Los sistemas anteriores (1) y (2), en función de las tensiones "efectivas" (σ) (es decir, correspondientes al área de la parte sólida de un elemento diferencial), pueden establecerse, también en función de las tensiones "totales" ($\bar{\sigma}$) (tensiones correspondientes al área geométrica de un elemento diferencial); ello equivale a introducir las fuerzas que actúan en los poros de las caras que delimitan el elemento diferencial considerado.

RESOLUCION EN FUNCION DE LAS TENSIONES "TOTALES" (*)

Por definición, la relación entre las tensiones "totales" (que las distinguimos por un trazo superior horizontal) y las tensiones "efectivas" es:

$$\bar{\sigma} = \sigma + \eta p \, ; \quad \sigma = \bar{\sigma} - \eta p$$

sustituyendo estos últimos valores en las ecuaciones del sistema (1), resulta:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \bar{\sigma}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\tau}_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\tau}_{xz}}{\partial z} = 0 \\ &\frac{\partial \bar{\sigma}_y}{\partial y} + \dots\dots\dots\dots = 0 \\ &\frac{\partial \bar{\sigma}_z}{\partial z} + \dots\dots\dots\dots = \gamma_{sat.} \end{aligned} \tag{3}$$

y el sistema (2), correspondiente a los alargamientos unitarios, se transforma en:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\bar{\sigma}_x - \mu (\bar{\sigma}_y + \bar{\sigma}_z)] + \frac{\eta p}{E} (1 - 2 \mu) \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\bar{\sigma}_y - \mu (\bar{\sigma}_x + \bar{\sigma}_z)] + \frac{\eta p}{E} (1 - 2 \mu) \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\bar{\sigma}_z - \mu (\bar{\sigma}_x + \bar{\sigma}_y)] + \frac{\eta p}{E} (1 - 2 \mu) \end{aligned} \tag{4}$$

Mediante una sencilla analogía (obsérvese que los segundos términos de los segundos miembros del sistema (4) son iguales e independientes de las tensiones) se comprueba que estos sistemas (3) y (4) responden a introducir las tensiones inducidas por un aumento de temperatura definida por:

$$\alpha T = \frac{\eta p}{E} (1 - 2 \mu) \tag{5}$$

donde α es el coeficiente térmico y T la elevación de temperatura.

(*) En el desarrollo matemático equivale a un sencillo cambio de variables, con el resultado de unas ecuaciones diferenciales más simples.

Resuelto el problema de esta manera, las tensiones correspondientes al medio poroso serán como hemos indicado:

$$\sigma = \bar{\sigma} - \eta\, p. \tag{6}$$

Más adelante expondremos las ventajas que se derivan del empleo de este procedimiento.

DETERMINACION DEL VALOR η (POROSIDAD)

El valor de η (porosidad), admitida la isotropía, puede determinarse sin acudir a modelo alguno acerca del material poroso, modelos que pueden verse en los textos que tratan sobre esta materia.

Para ello consideremos un elemento diferencial del cuerpo poroso, aislado y sometido a los tres siguientes estados que aparecen en la figura 2.

Estado (A). — Con los poros de las caras límites cerrados y sometido el fluido (líquido) en su interior a una presión *p*.

En el cálculo de los alargamientos unitarios utilizamos, para seguir las notaciones generalmente empleadas, el coeficiente volumétrico de elasticidad, designado por *B*:

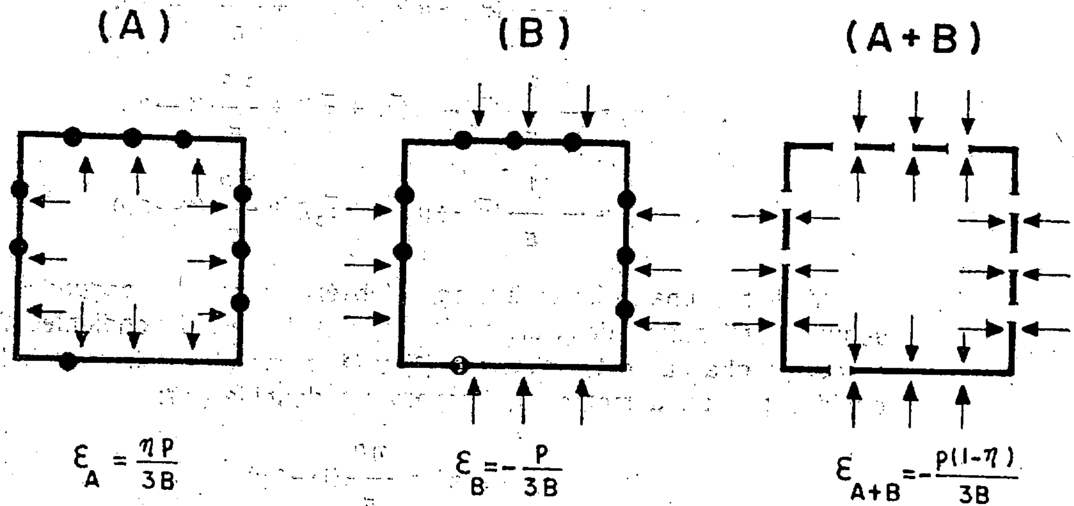
$$B = \frac{E}{3(1 - 2\mu)}. \tag{7}$$

Planteemos la igualdad de trabajo entre las fuerzas interiores (primer término de la ecuación) y exteriores (segundo término):

$$\frac{1}{2}\, p\, (\eta\, dx\, dy\, dz)\, \frac{1}{B} = \frac{1}{2} \Sigma\, \sigma_x \frac{dx}{3B}\, dy\, dz, \tag{8}$$

de donde:

$$\eta\, p = \frac{1}{3} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z),$$



$$|\varepsilon_A| = |\varepsilon_B| = |\varepsilon_{A+B}| \tag{9}$$

Figura 2.

NOTA. — El coeficiente volumétrico de elasticidad *B* se determina del *caso B*, y el correspondiente al material sin poros B_c, directamente del *caso (A + B)*.

y como en este caso:

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma_A,$$

resulta:

$$\sigma_A = \eta p,$$

y sustituyendo en (2) (cambiando de signo por ser tracción):

$$\varepsilon_A = \eta p \frac{1 - 2\mu}{E} = \frac{1}{3B} \eta p.$$

Estado (B). — Con los poros de las caras límites cerrados y sometido el fluido (líquido) en su exterior a una presión p.

En este caso:

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma_B = p,$$

y de (2) resultará el alargamiento unitar

$$\varepsilon_B = -\frac{p}{E}(1 - 2\mu) = -\frac{1}{3B} p.$$

Estado (A + B). — Con los poros de las caras límites abiertos y sometido el fluido (líquido) a una presión p (elemento sumergido en un líquido a presión p). Es inmediato que este caso equivale a la superposición de los anteriores (A) y (B).

Por tanto, el alargamiento unitario vale:

$$\varepsilon_{A+B} = \frac{\eta p}{3B} - \frac{p}{3B} = \frac{1 - \eta}{3B} p.$$

El interés de los casos expuestos es que de ellos puede obtenerse el valor de η. Así:

Los casos segundo y tercero pueden realizarse en laboratorio y medirse sus alargamientos (el (B) directamente en una prensa y el ($A + B$) en una célula triaxial). El caso primero (A) es imaginario, pero nos ha servido para determinar la fórmula del alargamiento unitario del caso ($A + B$).

Del caso (B) deducimos el coeficiente volumétrico de elasticidad:

$$B = \frac{p}{3 [\varepsilon_B]},$$

y sustituyendo este valor en el primer término de la ecuación (9) (o bien directamente en la fórmula que da el alargamiento unitario del tercer caso) resulta:

$$\eta = 1 - \frac{[\varepsilon_{A+B}]}{[\varepsilon_B]}. \tag{10}$$

Es obvio que si se suprimen los poros de un material, los coeficientes de elasticidad del resultante son los del antiguo multiplicados por el inverso de $(1-\eta)$. Así, el coeficiente volumétrico de elasticidad del material sin poros es:

$$B_c = \frac{B}{1-\eta}, \tag{11}$$

y la expresión (10) puede escribirse (Geertsma):

$$\eta = 1 - \frac{B}{B_c}. \tag{12}$$

Obsérvese que la exposición anterior puede simplificarse con sólo aplicar al estado $(A + B)$ la relación existente entre tensiones "efectivas" y tensiones "totales" (6). No obstante, su valor está, como veremos más adelante, en el análisis de una estructura simple cuyos resultados pueden generalizarse.

CONSIDERACIONES

a) Al plantear la ecuación de D'Alembert (fig. 1) para deducir las ecuaciones diferenciales se ha prescindido, como ya se dejó indicado, del término correspondiente a las fuerzas de inercia. El valor de la aceleración (*), referida a uno de los ejes (eje x), es como sigue (ecuaciones de Euler):

$$\frac{d V_x}{d t} = \frac{\partial V_x}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial V_x}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial V_x}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial t}$$

$$J_x = \frac{\partial V_x}{\partial x} V_x + \frac{\partial V_x}{\partial y} V_y + \frac{\partial V_x}{\partial z} V_z.$$

b) Iguales resultados se obtienen por la aplicación del teorema de Bernouilli. En este caso el término del cual se prescinde es, en la función potencial, de $\frac{1}{2} V^2$ que al derivar sale directamente la proyección correspondiente de la aceleración:

$$V_x \frac{d V_x}{d x} = V_x \frac{\partial V_x}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial x} = V_x \frac{\partial V_x}{\partial t}\frac{I}{V_x} = J_x.$$

En la resolución mediante el teorema de Bernouilli se percibe más claramente el principio de la conservación de la energía —diferencia de energía potencial entre dos puntos, igual al trabajo de la fuerza que opone el medio sobre el fluido—, pero en realidad ambos teoremas son una misma aplicación del principio citado.

(*) Si se admite como válida la fórmula de Darcy, se tiene:

$$V_x = \frac{d x}{d t} = R\frac{\partial p}{\partial x}; \quad J_x = \frac{d V_x}{d t} = R^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}\frac{\partial p}{\partial x}; \quad R = \frac{K}{\eta}.$$

c) Dentro de esta línea, prescindir de las fuerzas de inercia, las tensiones debidas a la presión intersticial pueden resolverse directamente partiendo de las tensiones "totales" y tal vez resulte el procedimiento más intuitivo y práctico.

Indudablemente, en un elemento diferencial del medio poroso hay equilibrio entre las tensiones "totales", sin que intervengan otras fuerzas de masa (volumen) que las debidas al peso. Puede plantearse directamente el sistema (3); pero, al haber considerado las tensiones $\eta\, p$ actuando sobre el material poroso (fracción de la tensión "total" que actúa solamente en el fluido —agua—), hay que corregir, restando, los alargamientos unitarios en este sentido. De aquí la analogía térmica que hemos mencionado (5).

Esta forma de operar con tensiones "totales" resulta especialmente práctica en las bóvedas. El efecto de la presión intersticial puede evaluarse rápidamente, al menos en su aspecto cualitativo.

d) También resulta de utilidad pensar en tensiones "totales" cuando se trata de material en el que pueden presentarse zonas de permeabilidad variable. Habrá que considerar una porosidad estadística media, pero en zonas determinadas la porosidad puede ser muy diferente de esta media e, incluso, igual a la unidad —caso de una grieta—.

e) Sobre el valor de η (porosidad) interesa resaltar que puede ser mucho mayor que el que se considera normalmente a efectos de bombeo. El agua puede estar en el material en diferentes formas, incluso en espesores moleculares dentro de la red cristalina. Toda agua, cualquiera que sea su estado, capaz de transmitir presiones, debe incluirse en la porosidad (*). La forma de medir la porosidad ha sido anteriormente expuesta y definida por la expresión de Geertsma (12). Es posible que medidas de porosidad con valores muy próximos (prácticamente) a la unidad respondan a una anisotropía o al estado de rotura del material (ver Leliavsky: Uplift in Gravity Dams) (**).

Naturalmente que será necesario comprobar, aparte del cálculo general con el valor de la porosidad media, zonas de la estructura con porosidad igual a la unidad (juntas, posibles roturas, discontinuidades, anisotropía, etc), como hemos indicado en el apartado *d*), e, incluso, con superficies límite que alcancen porosidad 1. En este último caso la presión intersticial tiende a actuar como una fuerza exterior y puede pasarse de un problema de elasticidad a otro de estabilidad estática.

f) Un ejercicio ingenuo, pero que en ciertas ocasiones puede servir de guía para aplicaciones más complejas, es la aplicación de los métodos expuestos al *caso $(A + B)$* de la figura 2 (la probeta hace ahora de estructura en estudio) (***).

(*) Se entiende que la transmisión de estas presiones se realiza a través del fluido, lo cual exige la continuidad en el mismo.

(**) Por otro lado, la presencia de agua a presión puede dar lugar a cambios físicos y químicos en ciertos materiales, modificando los coeficientes elásticos, incluso produciendo roturas parciales por concentración de esfuerzos. El alcance del presente trabajo, limitado a una elemental teoría racional, aconseja no extenderse en estas cuestiones.

(***) Conviene añadir a los esquemas de la figura 2 el correspondiente a la aplicación de la presión exterior en las zonas macizas de las caras de la probeta. En este caso, la tensión es: $\sigma = (1 - \eta)\, p$.

En el caso de probeta homogénea, cualquiera de los procedimiento —tensiones "efectivas" o tensiones "totales"— conduce rápidamente a la solución. Pero si introducimos en la probeta una sección con permeabilidad diferente al resto, se comprueba que la solución por tensiones "totales" resulta más fácil e intuitiva.

En este sentido, el del aspecto intuitivo, tiene valor el desarrollo de los diferentes estados hecho para la determinación de la porosidad. En una estructura, el efecto del agua puede considerarse descompuesto en tres: 1, acción "pascaliana" del agua en sus superficies límite (estado *B* de la probeta del ejemplo); 2, presión interior del agua en sus poros (estado *A* de la probeta del ejemplo), y 3, condiciones de hiperestaticidad, tanto en lo que se refiere al apartado 1 como al apartado 2 (analogía térmica). Estas últimas no intervienen en el ejemplo tratado, pero resulta fácil introducir modificaciones para resaltar sus efectos.

g) El artículo de *Cimbra*, citado al principio, termina con unas observaciones generales, que por el interés que tienen y como complemento del presente trabajo, anotamos a continuación algunas de sus ideas:

1. Por lo que se refiere al empleo de las ecuaciones diferenciales expuestas, su valor es nulo en la práctica cotidiana, pero no así las consecuencias que de ellas se han deducido. En este sentido resulta generalmente más práctico incluir el efecto de la presión intersticial desde el punto de vista de las tensiones "totales" y deducir las tensiones efectivas conforme se ha indicado en el texto.

2. En una presa, con hormigón de buena calidad, se puede considerar un llenado relativamente rápido, de forma que no haya lugar a establecerse el régimen permanente de filtraciones a través de su fábrica durante un cierto período. Sin embargo, estamos obligados a admitir que en algunas zonas (defectos, juntas de trabajo, contacto con el terreno, etc.) puede llegar el agua y mantenerse prácticamente a la presión del embalse (o según una función convencional). En este caso, dentro de visualizar el problema en el sentido de tensiones "totales", puede considerarse, transitoriamente, $\eta = 0$ y en zonas locales $\eta \simeq 1$.

3. Siguiendo con el ejemplo de la presa bóveda, una vez establecido el régimen de filtraciones, habrá que considerar las tensiones "totales" debidas a la circulación interna del agua. Como ya hemos dejado indicado, estas tensiones "totales" se componen de las correspondientes a la acción "pascaliana" del agua y a las correspondientes a una "variación térmica". Designado por $\bar{\sigma}$ la tensión "total", debida a esta circulación, la que realmente sufre el material, tensión "efectiva", será: $\sigma = \bar{\sigma} - \eta p$, en donde η puede variar entre $\eta = 0$ (caso de zonas prácticamente impermeables) y $\eta = 1$ (caso de zonas muy permeables —defectuosas, juntas, roturas, contactos con el terreno, etc.—). Naturalmente, en el cálculo de $\bar{\sigma}$ se habrá tenido en cuenta un valor de η por asimilación a materiales análogos al hormigón de la presa considerada.

Obsérvese que las tensiones correspondientes a lo que hemos llamado acción "pascaliana" del agua son las que se consideran por efecto de la carga hidrostática sin otra consideración. Así, al considerar la presión intersticial, solamente hay que añadir las tensiones correspondientes a la analogía térmica y sustraer las de "presión interna" (presión intersticial por porosidad) (*). Si, por el contrario, hubiésemos tratado la cuestión planteando directamente las ecuaciones en tensiones "efectivas", la complicación del problema resulta evidente.

RECOPILACION FINAL

El cálculo de las tensiones producidas en una presa (o terreno) por la acción del agua embalsada, incluidas las correspondientes a la circulación de la misma en el interior del material, no ofrece otras dificultades que las que puedan presentarse en la resolución de las ecuaciones de elasticidad.

El enfoque admite dos procedimientos: por tensiones "efectivas" y por tensiones "totales"; ambos conducen a los mismos resultados.

Visualizando la cuestión en tensiones "totales" (por claridad de exposición y ecuaciones más sencillas), las tensiones efectivas en el material se componen de tres términos, que designaremos por *a*), *b*) y *c*).

a) *Tensión "pascaliana"*, correspondiente a la presión del agua en las superficies de contacto. No es otra cosa que la acción hidrostática considerando tales superficies completamente impermeables.

b) *Tensión "interna"* a descontar de la anterior. Responde a la presión del agua en el interior del material. Su valor es igual al producto de dicha presión por el coeficiente de porosidad del material en el lugar considerado.

c) *Tensión de "analogía térmica"*. No es otra cosa que la corrección de la anterior como consecuencia de las condiciones de hiperestaticidad. Dicha fórmula (5) responde a una elevación de temperatura proporcional a la presión interna que existe en cada punto y a la porosidad media del material (**).

Respecto al apartado *a*) no hay nada que añadir. Responde a las tensiones que aparecen por la acción del agua cuando se prescinde de la presión intersticial.

En el apartado *b*) destacamos que pueden admitirse valores locales en la porosidad (de cero a uno) independientemente del valor medio del material (***), lo cual nos permite hacer comprobaciones de juntas, posibles roturas, etc. Este apartado no incluye otra dificultad de cálculo que la correspondiente al conocimiento de la distribución de presiones internas en el material (presa o terreno).

(*) En el desarrollo matemático equivale a desdoblar el sistema (4) —ecuaciones de los alargamientos unitarios— en otros dos sistemas: uno correspondiente a las fuerzas exteriores actuando en las superficies límite (acción "pascaliana") y el otro el correspondiente a la variación de la temperatura (analogía térmica). En lo que respecta al peso del material o al del agua de saturación, ya hemos dejado indicado en otro lugar que no introduce complicación; resulta más claro tratarlo independientemente.

(**) De ser importantes las variaciones locales, sus coeficientes mecánicos y físicos influyen en las características elásticas de la estructura (sistema de las deformaciones unitarias) y, en consecuencia, las tensiones que se derivan de las apartados *a*) y *c*) sufrirán variación. En la resolución de estos problemas elásticos se acude generalmente a hipótesis simplificadoras (deformación plana, incrementos finitos, modelos, etc.).

(***) Se comprende que, en general, estas tensiones locales tenderán a homogeneizarse como conseceuencia de la corrección correspondiente a la analogía térmica. Otra forma de tratar esta cuestión es la de hacer intervenir a modo de fuerzas exteriores los incrementos de tensión en las zonas locales.

En cuanto a las tensiones incluidas en el apartado *c*), repetimos, corrección impuesta a las del grupo anterior a causa de las condiciones de hiperestaticidad externa o interna de la estructura (*), es también necesario conocer la distribución de la presión en el interior del material. Se comprende que el cálculo exacto de las tensiones de este apartado es complicado, pero es factible hacer una evaluación cualitativa e, incluso, determinar valores en zonas críticas con suficiente aproximación.

También interesa destacar que esta visualización del problema, en tensiones "totales", permite apreciar de inmediato la importancia que tiene la presión intersticial y, en consecuencia, resaltar la importancia del drenaje en su triple finalidad: auscultación (conocer si lo imaginado se cumple), disminuir tensiones y posibilidad de rectificar.

(*) En otras palabras, son las tensiones que aparecen al oponerse el material a una libre deformación, cuando se le somete a las tensiones "internas". Obsérvese que en estas últimas las componentes principales son iguales, y de aquí la analogía térmica.