COMPARACION DE FORMULAS DE APROXIMACION LINEAL ENTRE UN METODO DE CORRELACION Y EL DE MINIMOS CUADRADOS CON ACOTACION DE ERRORES (*)

Por ANGEL POVEDA CUESTA

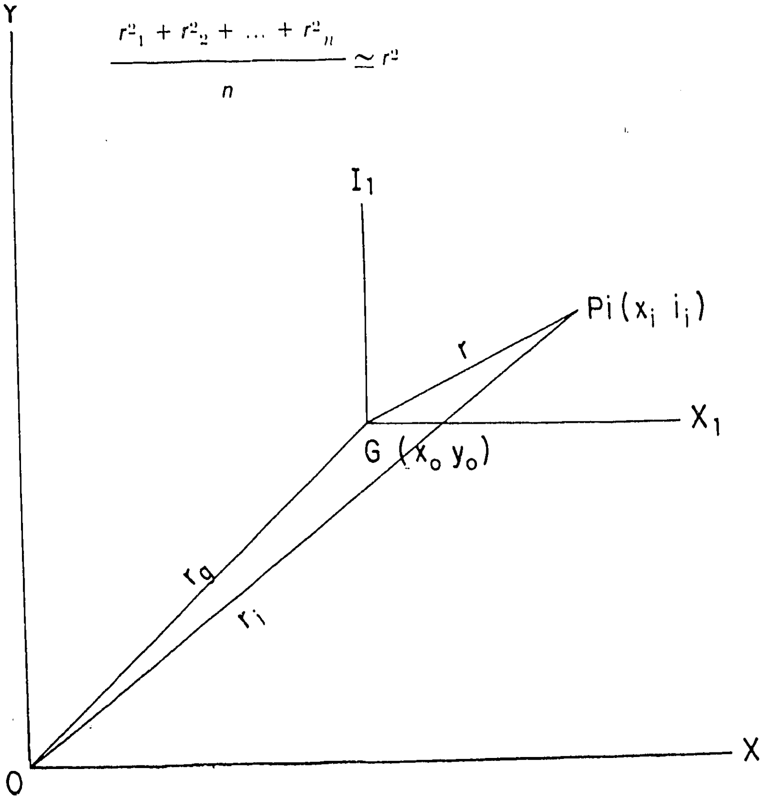
Dr. Ing. de Caminos, Canales y Puertos.

Se expone un método de correlación lineal casi exacto prácticamente para los casos en que tg α (relación entre alturas y distancias en horizontal es inferior a los 12º 40′ 2″ exactos, siempre posible por elección del centro de coordenadas), haciendo una comparación para un ejemplo con el de los mínimos cuadrados de frecuente aplicación con acotación de los errores.

1. UNA FORMA DE APROXIMACION LINEAL

Sea un conjunto de puntos (x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3) ... (x_i, y_i) con centro de gravedad G (x_0, y_0):

$$\frac{r^2_1 + r^2_2 + \ldots + r^2_n}{n} \simeq r^2$$



$$t_g\, \alpha_i = \frac{y_i - y_0}{x_i - y_0}$$

$$t_g\, \alpha^2_i = \frac{(y_i - y_0)^2}{(x_i - x_0)^2}\, \alpha_i = \sqrt{\frac{(y_i - y_0)^2}{(x_i - x_0)^2}}$$

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = R \qquad R = r \cdot \overline{\alpha}$$

$$t_g\, \alpha^2_i = \frac{\left(y - \dfrac{y_1 + y_2 + \ldots + y_n}{n}\right)^2}{\left(x - \dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}\right)^2} \qquad \frac{[(y - y_1) + (y - y_2) + \ldots + (y - y_n)]^2}{[(x - x_1) + (x - x_2) + \ldots + (x - x_n)]^2} =$$

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que pueden remitirse a la Redacción de esta Revista hasta el 31 de julio de 1975.

$$= \frac{\Sigma (y - y_i)^2}{\Sigma (x - x_i)^2} \alpha_i \simeq \sqrt{\frac{\Sigma (y - y_i)^2}{\Sigma (x - x_i)^2}} \omega = r \cdot \alpha$$

$$r_2 = G_2 + \rho_2 - 2 \rho G \cos \omega \qquad \omega = 180 - u =$$

$$r_2 = G_2 + P_2 - 2 P G \cos (p - s); \; 180 - (180 - p) - S = \rho - s$$

$$r^2 = \left(\sqrt{x^2_0 + y^2_0}\right)^2 + \left(\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 \cdot}\right)^2 -$$

$$- 2 \sqrt{x^2_0 + y^2_0} \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2} \cos (\rho - \beta)$$

$$r_2 = \left(\sqrt{x^2_0 + y^2_0}\right)^2 + \left(\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2}\right)^2 - 2 \sqrt{x^2_0 + y^2_0}$$

$$\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} (\cos \rho \cos S + \text{sen} \cdot \text{sen}\, S)$$

$$t_g\, s = \frac{y_0}{x_0} \cos \rho = \frac{1}{\sqrt{\frac{1 + y^2_0}{x^2_0}}} = \frac{x_0}{\sqrt{x^2_0 + y^2_0}} \text{sen}\, \rho = \frac{y_0}{\sqrt{x^2_0 + y^2_0}}$$

$$= \cos \rho = \frac{x_i - x_0}{\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2}}; \; \text{sen}\, \rho = \frac{y_i - y_0}{\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2}}$$

$$r_2 = (x^2_0 + y^2_0) + \left(x_i - \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}\right)^2 + \left(y_i - \frac{y_1 + y_2 + \ldots + y_n}{n}\right)^2 -$$

$$- 2 \sqrt{x^2_0 + y^2_0} \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} \left(\frac{x_0 (x_i - x_0)}{\sqrt{x^2_0 + y^2_0} \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2}} + \right.$$

$$\left. + \frac{y_0 (y_i - y_0)}{\sqrt{x^2_0 + y^2_0} \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2}} \right)$$

$$r^2 = 2 (x^2_0 + y^2_0) + (x^2_i + y^2_i) - 2 (x_i x_0 + y_i y_0) - 2$$

$$\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} \left(\frac{x_0 (x_i - x_0) + y_0 (y_i - y_0)}{\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2}}\right)$$

$$= 2 (x^2_0 + y^2_0) + (x^2_i + y^2_i) - 2 (x_i x_0 + y_i y_0) - 2 (x_i x_0 + y_i y_0 -$$

$$- x^2_0 - y^2_0) = 4 (x^2_0 + y^2_0) + (x^2_i + y^2_i) - 4 (x_i x_0 + y_i y_0) =$$

$$= 2 ((x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2) + 2 (x^2_0 + y^2_0) - (x^2_i + y^2_i) =$$

$$= 2 \{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2\} + 2 (x^2_0 + y^2_0) - (x^2_i + y^2_i) = r^2_i$$

$$\boxed{r^2_i = 2 \{(x_0 - x^2_i) + (y_0 - y_i)^2\} + 2 (x^2_0 + y^2_0) - (x^2_i + y^2_i)}$$

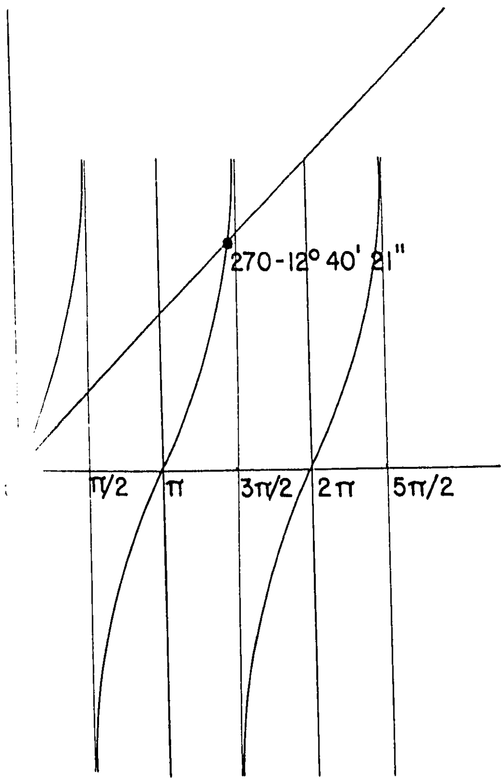
$$\frac{\dfrac{\Sigma r_i \alpha_i}{n}}{\dfrac{\Sigma r_i}{n}} = \mu = \frac{\Sigma r_i \alpha_i}{\Sigma r_i} =$$

$$= \frac{\sum_{1}^{n} \sqrt{2\{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2\} + 2(x_0^2 + y_0^2) - (x_i^2 + y_i^2)}\,\dfrac{y_i}{x_i}}{\sum_{1}^{n} \sqrt{2(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2 + 2\cdot(x_0^2 + y_0^2) - (x_i^2 + y_i^2)}}$$

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{\sum_{1}^{n} \sqrt{2\{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2\} + 2(x_0^2 + y_0^2) - (x_i^2 + y_i^2)}\,\dfrac{y_i}{x_i}}{\sum_{1}^{n} \sqrt{2\{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2\} + 2(x_0^2 + y_0^2) - (x_i^2 + y_i^2)}}$$

El error de esta fórmula es la de considerar el α por tg α, luego para ángulos pequeños de α estará aproximado y vamos a acotar el error.

Teniendo en cuenta los números de Bernoulli, el desarrollo en serie de tg α es:



$$t_g\, x = x - \frac{x_3}{15} + \frac{2}{135} x^5 = (-1)^{K-1} \frac{2^{2K}(2^{K-1})}{2K} B_{2K}\, x\, 2^{K-1}$$

$$\boxed{B_n = (b - 1)\, n}$$

$$(t_g\, x - x) = E < x^3 + x^5 + x^7 + x^9 = \frac{x_3}{1 - x_2}$$

válida para los entornos $a\,b\,c \ldots |x| < 1$.

Soluciones de la ecuación para su acotación:

$$t_g\, x - x;\ \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} = x;\ \frac{\dfrac{e^{xi} - e^{-xi}}{2i}}{\dfrac{e^{xi} + e^{-xi}}{2}} = x;\ \frac{e^{2xi} - 1}{e^{2xi} + 1} = i\,x$$

$$e^{2xi} - 1 = i\,x\,(e^{2xi} + 1)$$

$$(1 - i\,x)\, e^{2xi} = 1 + i\,x \qquad e^{2xi} = \frac{1 + i\,x}{1 - i\,x} =$$

$$= 2\,x_i = l\,(1 + i\,x) - l\,(1 - i\,x)$$

$$\frac{1}{1-z} = 1 + z + z^2 + z^3 - \qquad \frac{1}{1+z} = 1 - z + z^2 - z^3 + \qquad \left\{ \begin{array}{l} l\,(1+z) - l\,(1-z) = 2\left(z + \dfrac{z^3}{4} + \dfrac{z^5}{5} + \dfrac{z^7}{7}\right) \\ z = x_i \\ z\,2\,x\,i = 2\,i\left(x - \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{x^5}{5} - \dfrac{x^7}{7}\right) \end{array} \right.$$

$$x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9}$$

$$\boxed{\frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} - \frac{x^9}{9} + \frac{x^{11}}{11} - \ldots = E}$$

$$E = \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} = E \qquad \varepsilon < \frac{x^9}{9}$$

En las fórmulas de los mínimos cuadrados la fórmula que da los errores, es.:

$$\frac{1}{\sum\limits_1^n x^2}\left(\sum_1^n x\,y - \sum_1^n x\;\frac{\sum\limits_1^n x \sum\limits_1^n x\,y - \sum\limits_1^n x^2 \sum\limits_1^n y}{\left(\sum\limits_1^n x\right)^2 - n \sum\limits_1^n x^2}\right) x^1 +$$

$$+ \frac{1 \sum\limits_1^n x \sum\limits_1^n x\,y - \sum\limits_1^n x^2 \sum\limits_1^n y}{\left(\sum\limits_1^n x\right)^2 - n \sum\limits_1^n x^2}.$$

$$- \frac{1}{\sum\limits_1^{n+1} x^2}\left(\sum_1^{n+1} x\,y - \sum_1^{n+1} - \text{etc}\right) = E$$

Diferencia de la fórmula aproximada para el punto y en n puntos y para el punto y en $(n + 1)$ puntos.

En la fórmula general de la aproximación:

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{\sum\limits_1^n \sqrt{2\,(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2\,2 + 2\,(x^2_0 + y^2_0) - (x^2_i + y^2_i)\,\dfrac{y_i}{x_i}}}{\sum\limits_1^n \sqrt{2\,\{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2\} + 2\,(x^2_0 + y^2_0)}}$$

$$= \frac{\text{arco medio}}{\text{radio medio}}$$

o bien por áreas girando los ejes:

$$\frac{n\,r_i\,m^2\,2\,n\,r_G}{n\,r^2_G} = \frac{2\,n\,r_i\,m^2}{r_G}$$

en el espacio:

$$\frac{(r_G + r_i\,m)\,3 - r^3_G}{r^3_G}$$

o bien tomando en vez de $x - \frac{y_i}{x_i}$ $\boxed{\frac{1}{3}\left(\frac{y_i}{x_i}\right)^3 - \frac{1}{5}\left(\frac{y_i}{x_i}\right)^5 + \frac{1}{7}\left(\frac{y_i}{x_i}\right)^7} = M_t$

$$E < \frac{(y_i)^9}{(x_i)}$$

En la fórmula general tenemos:

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{\sum_1^n r_i\ \alpha_i}{\Sigma\, r_i}$$

donde $|\,r_i\,|$ es en valor mayorado M_i:

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{\sum_1^n M_i\ \alpha_i}{\Sigma\, r_i}$$

$r_1 \ldots K_1$	r_G	α_1
$r_2 \ldots K_2$	r_G	α_2
$r_3 \ldots K_3$	r_G	α_3
$r_n \ldots K_n$	r_G	α_n
n_r		0

Donde r_G es el correspondiente al centro de gravedad:

Solución de la ecuación $t_g\,x = x$:

$x = 0 \qquad (12^o\ 40')$

$x = 270^o - (12^o\ 40'\ 2'')$

Para el valor 270 — 12° 40′ 2″, $E = 0{,}00003$.

Para:

$$\text{art}_g\, x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} E$$

$$(0{,}00003)^9 = \left(\frac{3}{10^5}\right)^9$$

$$\boxed{E < \frac{3^9}{10^{45}}} \qquad \frac{= 0{,}000 \ldots 0}{38°} \quad \frac{195}{}$$

$$A = (0{,}00003)^9\ l_g\ A = 9 \times 5'\ 6989700 = 45 + 6{,}2907300 =$$

$$= 39'\ 2907300 = 0{,}0 \underset{38}{\text{——}} 0\ 195$$

El error es:

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{P_1\,\varepsilon_1 + P_2\,\varepsilon_2 + P_3\,\varepsilon_3 + P_n\,\varepsilon_n}{P_i} < \frac{\Sigma P_i}{\Sigma P_i} x\, E < E$$

$$\boxed{\text{Válida para los valores } \frac{y_i}{x_i} < t_g\ (12°\ 47'\ 20'')}$$

En la fórmula de los mínimos cuadrados $y = m\,x + h$ para el conjunto de puntos (x, y) (x_2, y_2) ... (x_i, y_i) — (x_n, y_n) la fórmula resultante es:

$$y = \frac{1}{\sum_1^n x^2}\left(\sum_1^n x_i\, y_i - \sum_1^n x_i\right) \frac{\sum_1^n x_i \sum_1^n x_i\, y_i - \sum_1^n x^2_i \sum_1^n y_i}{\left(\sum_1^n x_i\right)^2 - n \sum_1^n x^2_i}\ x +$$

$$+ \frac{\sum_1^n x_i \sum_1^n x_i\, y_i - \sum_1^n x^2_i \sum_1^n y_i}{\left(\sum_1^n x_i\right)^2 - n \sum_1^n x^2_i}$$

con la condición de que la suma de los cuadrados de los errores es mínima.

Ejemplo de cálculo: Correlación alturas-precipitaciones.

x = altitud: 1.000, 800, 1.200, 1.500, 600, 2.000, 2.500, ¿1.300 m?

y = precipitación anual: 8,5, 7, 10, 13, 6,5, 14, 14,5 dm.

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{\sum_1^n \sqrt{2\,(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2 + 2\,(x^2_0 + y^2_0) - (x^2_i + y^2_i)}\ \dfrac{y_i}{x_i}}{\sum_1^n \sqrt{2\,(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2 + 2\,(x^2_0 + y^2_0) - (x^2_i + y^2_i)}}\ e < 0{,}003$$

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{0{,}0085\ \text{Dm}}{1.000\ \text{m}} = 0{,}00085 = \frac{0{,}0085\ \text{Hm}}{1.000\ \text{m}} = 0{,}000008 = 0{,}000008$$

$$\frac{y_2}{x_2} = \frac{0{,}007}{800} = 0{,}0000\frac{7}{8} = 0{,}000009 \qquad = 0{,}000009$$

$$\frac{y_3}{x_3} = \frac{0{,}010}{1.200} = \frac{0{,}00001}{12} = 0{,}000008 \qquad = 0{,}000008$$

$$\frac{y_4}{x_4} = \frac{0{,}013}{1.500} = \frac{0{,}00013}{15} = 0{,}00008 \qquad = 0{,}00008$$

$$\frac{y_5}{x_5} = \frac{0{,}0065}{600} = 0{,}00001 \qquad = 0{,}00001$$

$$\frac{y_6}{x_6} = \frac{0{,}014}{2.000} = 0{,}000007 \qquad = 0{,}000007$$

$$\frac{y_7}{x_7} = \frac{0{,}0145}{2.500} = \frac{0{,}0000145}{2{,}5} = 0{,}000005 \qquad = 0{,}000005$$

$$x_0 = 1.371{,}4 \quad x_1 = 1.000 \quad x^2_1 = 10^6 \quad (x_0 - x_1) = 371{,}4 \quad (x_0 - x_1)^2 = 137{,}641 \; x^2_0 = 1.879.641$$
$$y_0 = 0{,}0105 \quad y_1 = 0{,}085 \quad y^2_1 = 0{,}0065 \quad y_0 - y_i = -0{,}07 \quad (y_0 - y_1)^2 = 0{,}0049 \quad y^2_0 = 0{,}0001$$
$$\frac{y_1}{x_1} = 0{,}000085$$

$$x_0 = 1.371{,}4 \quad x_2 = 800 \quad x^2_2 = 64 \times 10^4 \quad (x_0 - x_2) = 571 \quad (x_0 - x_2)^2 = 326.041 \quad x^2_0 = 1.879.641$$
$$y_0 = 0{,}0105 \quad y_2 = 0{,}07 \quad y^2_2 = 0{,}0049 \quad (y_0 - y_2) = -0{,}06 \quad (y_0 - y_2)^2 = 0{,}0036 \quad y^2_0 = 0{,}0001$$
$$\frac{y_2}{y_2} = \frac{0{,}007}{800} = 0{,}0000$$

$$x_0 = 1.371{,}4 \quad x_3 = 1.200 \quad x^2_3 = 144 \times 10^4 \quad x_0 - x_3 = 171{,}4 \quad (x_0 - x_3)^2 = 29.377{,}9 \quad x^2_0 = 1.879.641$$
$$y_0 = 0{,}0105 \quad y_3 = 0{,}1 \quad y^2_3 = 0{,}01 \quad y_0 - y_3 = 0{,}0900 \quad (y_0 - y_3)^2 = 0{,}0081 \quad y^2_0 = 0{,}0001$$
$$\frac{y_3}{x_3} = 0{,}00000$$

$$x_0 = 1.371{,}4 \quad x_4 = 1.500 \quad x^2_4 = 225 \times 10^4 \quad x_0 - x_4 = -129 \quad (x_0 - x_4)^2 = 16.641 \quad x^2_0 = 1.879.641$$
$$y_0 = 0{,}0105 \quad y_4 = 0{,}13 \quad y^2_4 = 0{,}0169 \quad y_0 - y_4 = 0{,}012 \quad (y_0 - y_4)^2 = 0{,}0144 \quad y^2_0 = 0{,}0001$$
$$\frac{y_4}{x_4} = 0{,}000008$$

$$x_0 = 1.371{,}4 \quad x_5 = 600 \quad x^2_5 = 36 \times 10^4 \quad x_0 - x_5 = 771{,}4 \quad (x_0 - x_5)^2 = 594.441 \quad x^2_0 = 1.879.641$$
$$y_0 = 0{,}0105 \quad y_5 = 0{,}065 \quad y^2_5 = 0{,}00360 \quad y^2_5 = -0{,}050 \quad (y_5 - y_0)^2 = 0{,}0025 \quad y^2_0 = 0{,}0001$$
$$\frac{y_5}{x_5} = 0{,}00001$$

$$x_0 = 1.371{,}4 \quad x_6 = 2.000 \quad x^2_6 = 400 \times 10^4 \quad x_0 - x_6 = 629 \quad (x_0 - x_6)^2 = 395.641 \quad x^2_0 = 1.879.641$$
$$y_0 = 0{,}0105 \quad y_6 = 0{,}140 \quad y^2_6 = 0{,}0196 \quad y_0 - y_6 = 0{,}13 \quad (y_0 - y_6)^2 = 0{,}0169 \quad y^2_0 = 0{,}0001$$
$$\frac{y_6}{x_6} = 0{,}00007$$

$$x_0 = 1.371{,}4 \quad x_7 = 2.500 \quad x^2_7 = 625 \times 10^4 \quad x_0 - x_7 = 1.129 \quad (x_0 - x_7)^2 = 1.353.671 \quad x^2_0 = 1.879.641$$
$$y_0 = 0{,}0105 \quad y_7 = 0{,}145 \quad y^2_7 = 0{,}0196 \quad y_7 - y_0 = 0{,}130 \quad (y_7 - y_0)^2 = 0{,}0169 \quad y^2_0 = 0{,}0001$$
$$\frac{y_7}{x_7} = 0{,}000005$$

$$3.034.564 \frac{1}{2} = 1.750 \qquad 1.750 \times 0{,}000085 = 0{,}148$$

$$3.771.364 \frac{1}{2} = 1.940 \qquad 1.940 \times 0{,}000009 = 0{,}0176$$

$$2.378.036 \frac{1}{2} = 1.540 \qquad 1.540 \times 0{,}000008 = 0{,}0124$$

$$1.542.564 \frac{1}{2} = 1.220 \qquad 1.220 \times 0{,}000008 = 0{,}010$$

$$4.588.164 \frac{1}{2} = 2.150 \qquad 2.150 \times 0{,}00001 = 0{,}020$$

$$550.564 \frac{1}{2} = 740 \qquad 740 \times 0{,}00007 = 0{,}0518$$

$$216.624 \frac{1}{2} = 460 \qquad 460 \times 0{,}000005 = 0{,}002$$

$$9.800 \qquad 0{,}2618$$

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{0,2618}{9.800} = 2,5 \times 10^{-5}$$

$$\frac{y - 0,0105}{x - 1.371,4} = 2,5 \times 10^{-5} \qquad y - 0,0105 = 2,5 \times 10^{-5} \quad x - 1.371,4 \times 2,5 \times 10^{-5}$$

$$y - 0,0105 = 0,000025 \quad x - 0,0342$$

$$+ 0,0105$$

$$y - 0,000025 \quad x = 0,0237 \qquad \text{para} \quad x = 1.300$$

$$y = 0,000025 \quad x + 0,0237 = 0,0325 + 0,0237 = 0,0562 \quad \boxed{562} \text{ mm. Precipitación media}$$

$$y = a\,x + b$$

$$y = a\,x + b + E \qquad \Sigma\,(y - a\,x - b)^2 = \Sigma\,E^2 = \emptyset$$

$$\emptyset_a = 2\,\Sigma\,(y - a\,x - b)\,x = 0$$

$$\emptyset_b = 2\,\Sigma\,(y - a\,x - b)\,x = 0$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \Sigma\,x\,y - a\,\Sigma\,x^2 - b\,\Sigma\,x = 0 \\ \Sigma\,y - a\,\Sigma\,x - n\,b = 0 \end{array}}$$

$x_1 = 1$	$y_1 = 8,5$	$x_1\,y_1 = 8,5$	$x^2_1 = 1$
$x_2 = 0.8$	$y_2 = 7$	$x_2\,y_2 = 5,6$	$x^2_2 = 0,64$
$x_3 = 1.2$	$y_3 = 10$	$x_3\,y_3 = 12$	$x^2_3 = 1,44$
$x_4 = 1.5$	$y_4 = 13$	$x_4\,y_4 = 19,5$	$x^2_4 = 2,25$
$x_5 = 0.6$	$y_5 = 6,5$	$x_5\,y_5 = 3,9$	$x^2_5 = 0,36$
$x_6 = 2$	$y_6 = 14$	$x_6\,y_6 = 28$	$x^2_6 = 4$
$x_7 = 2.5$	$y_7 = 14,5$	$x_7\,y_7 = 36,5$	$x^2_7 = 6,25$
$x = 9.6$	73,5	114,0	15,94
$\Sigma\,x = 7.1$	$\Sigma\,y_n = 59,0$	$\Sigma\,x_n\,y_n = 77,5$	$\Sigma\,x^2_n = 9,69$

$$\boxed{\begin{array}{l} 114 - a\,15,94 - b\,9,6 = 0 \\ 73,5 - a\,9,6 - 7\,b = 0 \end{array}}$$

$$798 - 111,58\,a - b\,67,2 = 0$$

$$705,60 - 92,16\,a - 667,2 = 0$$

$$92,4 - 19,42\,a = 0$$

$$\frac{92,4}{19,42} = a = 4,758\,a = 4,758$$

$$b = \frac{73,5 - 9,6\,a}{7} = \frac{73,5 - 47,77}{7} = \frac{25,73}{7} = 3,67$$

$$y = 5,96\,x + 7,05 \quad x = 1,3$$

$$y = 7,748 + 7,05 = \underline{14,798}$$

$$n = 9,86$$

$$n + 1 = \underline{14,79}$$

$$= \underline{4,93} \text{ absoluto.}$$

$$\boxed{\frac{4,92}{14,73} = 0,3}$$

En fórmula de mínimos cuadrados para los datos dichos, $E = 0,3$, dependiendo del conjunto de los seis o siete datos que se tomen.

En fórmula propuesta, $E = 0,0003$.