



Revista de OBRAS PÚBLICAS

Año CXXIII

AGOSTO 1976

Núm. 3136

PROBABILIDAD Y GEOTECNIA (*) (PRIMERA PARTE)

COLEGIO INGENIEROS DE CAMINOS
BIBLIOTECA

Por EDUARDO ALONSO PEREZ DE AGREDA

Ing. de Caminos, Canales y Puertos
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos,
de Barcelona

En la solución de los problemas geotécnicos pueden seguirse vías deterministas o probabilistas, según la consideración que se haga o no de los criterios de probabilidad. En el artículo, que consta de dos partes, se pasa revista al estado actual de los conocimientos en este campo, considerando los tres enfoques principales: macroscópico discontinuo, macroscópico continuo y microscópico, en cada uno de los cuales son diferentes las posibilidades de aplicación y el grado actual de desarrollo.

Introducción.

Es quizá prematuro en estos momentos pretender una síntesis coherente de los temas que el título de este artículo pueda sugerir. En efecto, es muy reciente la aparición de trabajos de esta índole, y por otra parte, una gran mayoría de ellos concentran sus esfuerzos en consideraciones estadísticas (el capítulo "Application of Statistics in Soil Mechanics", por P. Lumb, 1974, quizá el primer tratamiento extenso de estos temas en formato libro, destaca el planteamiento estadístico a que nos referimos).

Y, sin embargo, aunque no es posible aislar el problema del análisis de datos de los esquemas probabilísticos previos que le estructuran y le dan herramientas de trabajo, sí conviene en la actualidad hacer hincapié en la concepción probabilista de modelos. Porque es esta faceta, el análisis de los modelos de predicción probabilista en geotecnia, la que nos interesa destacar aquí.

No es posible verse libre de una íntima re-

lación con la descripción del medio en que nos movemos, el terreno, y por consiguiente de lo que nuestros instrumentos de medida nos comunican. En este sentido es, en buena lógica, un análisis estadístico de los datos el que nos llevará a la formulación de los correspondientes modelos probabilistas que más se ajusten a ellos. A partir de este momento, nuestra inquietud ha de dirigirse hacia la confección de modelos globales consecuentes y construir, si es posible, soluciones probabilistas a los problemas planteados. Llevarlas hasta sus últimas consecuencias en el terreno práctico será, al igual que en los modelos deterministas, una ardua labor de ajuste entre lo real y lo conceptual, que forzosamente ha de ser simplificado.

En la figura 1 se aventura una clasificación de los modelos de predicción utilizables actualmente en geotecnia. Son los modelos deterministas los de amplio uso en la actualidad, y en ellos se han querido distinguir, arbitrariamente, tres niveles de aproximación: microscópico (discontinuo), macroscópico (continuo) y macroscópico (discontinuo), de los que se han indicado tres ejemplos típicos. Es posible buscar la contrapartida probabilista de estos tres

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que pueden remitirse a la Redacción de esta revista hasta el 30 de noviembre de 1976.

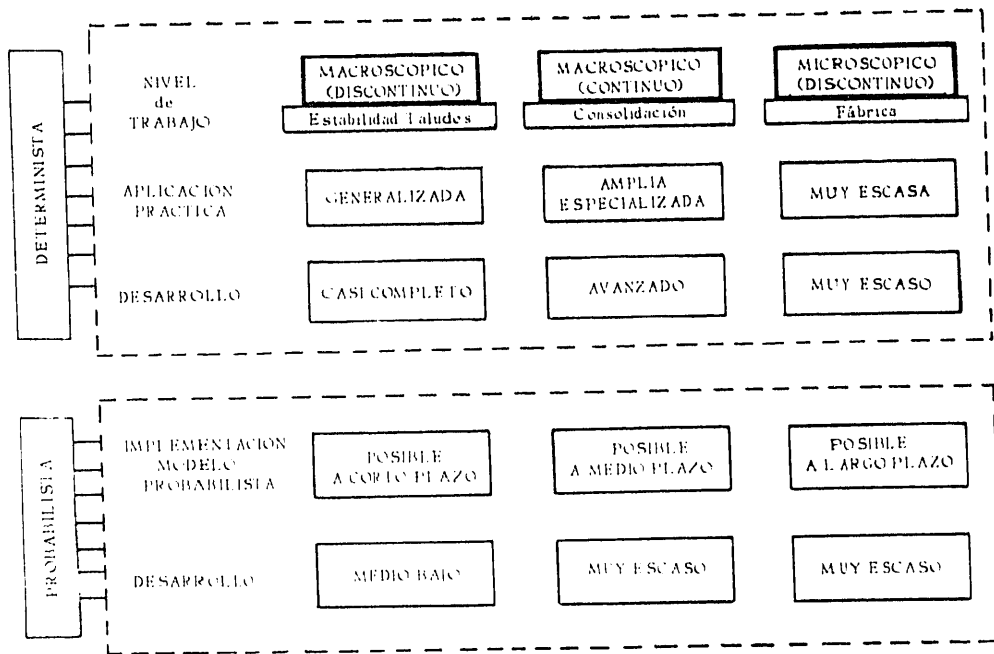


Fig. 1. — Modelos de predicción en Geotecnia.

"niveles", y en ella nos concentraremos más adelante. Se indica también unos juicios aproximados de valor sobre el grado de aplicación práctica de estos modelos y su desarrollo, tanto en el caso determinista como probabilista, con el fin de establecer una comparación a *grosso modo*.

No se pretende en este trabajo exponer con todo detalle los desarrollos analíticos necesarios ni siquiera agotar los resultados que puedan derivarse en cada caso particular. Se ha querido dar una visión global, deteniéndonos con más curiosidad en los aspectos que se juzgan más importantes, por lo que suponen de principios conceptuales, susceptibles de un desarrollo más amplio.

NIVEL MICROSCOPICO. DESCRIPCION DE LA ESTRUCTURA

La observación detallada de la microestructura de los suelos en todo su espectro de granulometrías demuestra la existencia de un marcado carácter aleatorio en la disposición de partículas. Los recientes estudios microestructurales utilizan, en efecto, técnicas estadísticas para la descripción del medio. En última instancia se busca una interpretación básica para el comportamiento macroscópico, digamos ingenieril, del suelo.

En lo que se refiere al comportamiento tensión-deformación del suelo, dos caminos se abren para incorporar en el análisis el carácter aleatorio de la fábrica del suelo. El primero consistiría en obtener relaciones constitutivas, teniendo presente la microestructuración, y una vez conseguidas utilizar los procedimientos de la mecánica del continuo, bien desarrollada —al menos en sus aspectos conceptuales— en el momento presente.

Un segundo camino quizá no tan ortodoxo, pero atractivo por su intento de no salir de la fase discreta, consiste en proponer, con cierta arbitrariedad, unos mecanismos de transmisión de cargas dentro del suelo, que nos permitan en última instancia la obtención de tensiones y deformaciones dentro de la masa sometida a cargas en su contorno.

Dentro del primer camino señalado anteriormente hemos de hacer mención a los numerosos estudios de que ha sido objeto el medio granular no cohesivo (ver, por ejemplo, Deresiewicz, 1958, para un planteamiento determinista y las numerosas referencias en Scott y Ko, 1969). La existencia de contactos hertzianos entre partículas es el punto de partida para estos desarrollos. Un nuevo paso lo constituye el desarrollo sistemático de la teoría de los sólidos estructurados aleatoriamente (Axelrad y Provan, 1972), que en principio contiene los elementos:

indispensables para hacerlos extensibles a relaciones más complejas entre partículas como es el caso de las arcillas. Pero aquí tropezamos con una dificultad importante. ¿Qué sabemos de los enlaces entre partículas de un suelo de grano fino? ¿Cómo caracterizarlos? La observación o ensayo directo de estas relaciones no es posible con los medios actuales. Pueden, sin embargo, proponerse modelos de interacción y proceder a la elaboración de respuestas macroscópicas susceptibles de ser medidas. Pero excepto en el caso de suelos en estado prácticamente líquido donde los modelos coloidales han tenido un relativo éxito, los intentos en este sentido son realmente escasos (ver Ozaydin, 1974) y de poca significación práctica.

Existe en la actualidad un cierto rigor en la descripción cualitativa de la microestructura de suelos de grano fino. Los términos "aggregate", "clusters", "ped" y "domain" responden a concepciones simplificadas de las imágenes (generalmente de caolinitas) que han podido recogerse por medio del microscopio electrónico de barrido S. E. M. (Yong y Warkentin, 1975). En opinión del autor, esta clasificación es un tanto cuestionable y difícilmente pueden catalogarse

con estos esquemas las imágenes de suelos reales observadas en un S. E. M. Habrían de crearse más modelos conceptuales, y aun así, un volumen (pequeño) de suelo estaría constituido por un buen número de ellos.

Existen, por otra parte, suelos especiales, cuya caracterización básica mediante el concepto de "agregado de partículas" puede no ser el correcto. La figura 2 nos muestra una fotografía de un suelo de origen volcánico con gran contenido en materia amorfa (alofana). Como vemos, las divisiones citadas anteriormente difícilmente pueden ser de utilidad en este caso.

Existe abierto, como decíamos, una segunda vía de ataque al problema. Nos detendremos aquí con más detalle a exponer algunas características sobresalientes de estos métodos que pretenden resolver el problema discreto de una manera directa. Se observan dos facetas bien diferenciadas: los denominados modelos de subsidencia, relacionados con la predicción de corrimientos y los que se concentran en la determinación de esfuerzos transmitidos en una masa granular.

Fijémonos en estos últimos. Parten todos ellos de una definición más o menos simplificada del medio. La característica fundamental a efectos



Fig. 2.—Esta microfotografía muestra el aspecto hojoso de la materia amorfa, que a modo de tejido recubre un cristal, posiblemente de gibortita.

de determinación de esfuerzos y/o deformaciones de un medio granular es probablemente su índice de densidad o densidad relativa. La figura 3 indica que no perderíamos información, antes, al contrario, la incrementaríamos, si se

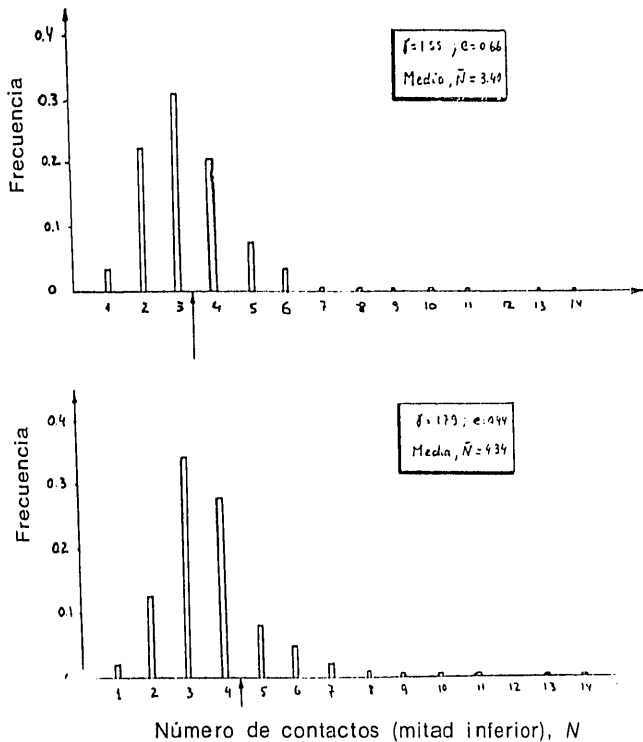


Fig. 3. — Histograma del número de contactos entre partículas en un medio granular (Field, 1957).

especificara el número de contactos existentes entre partículas en la unidad de volumen representativa del suelo granular en cuestión (Field, 1957).

Consideremos, tal como indica la figura 4, el problema de la determinación de tensiones verticales (σ_z) en el interior de una masa granular por efecto de una carga puntual vertical (P) aplicada en la superficie del medio. Puede especularse que a la carga P se le abren un sinnúmero de caminos de transmisión en el interior de la masa granular. Uno de estos caminos dentro de una masa de esferas iguales de radio R_i se representa en la figura 5. Responde a un camino de generación aleatoria y consta de un determinado número de transmisiones. La carga vertical recibida en un determinado punto se postula igual a la carga P , multiplicada por la probabilidad de "recibir" uno de estos caminos aleatorios en el punto en cuestión. Un procedimiento posible de obtención de esta ley de pro-

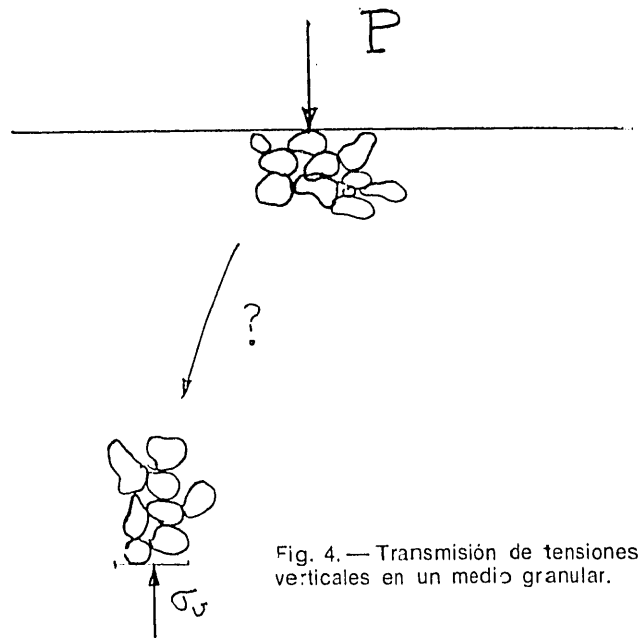


Fig. 4. — Transmisión de tensiones verticales en un medio granular.

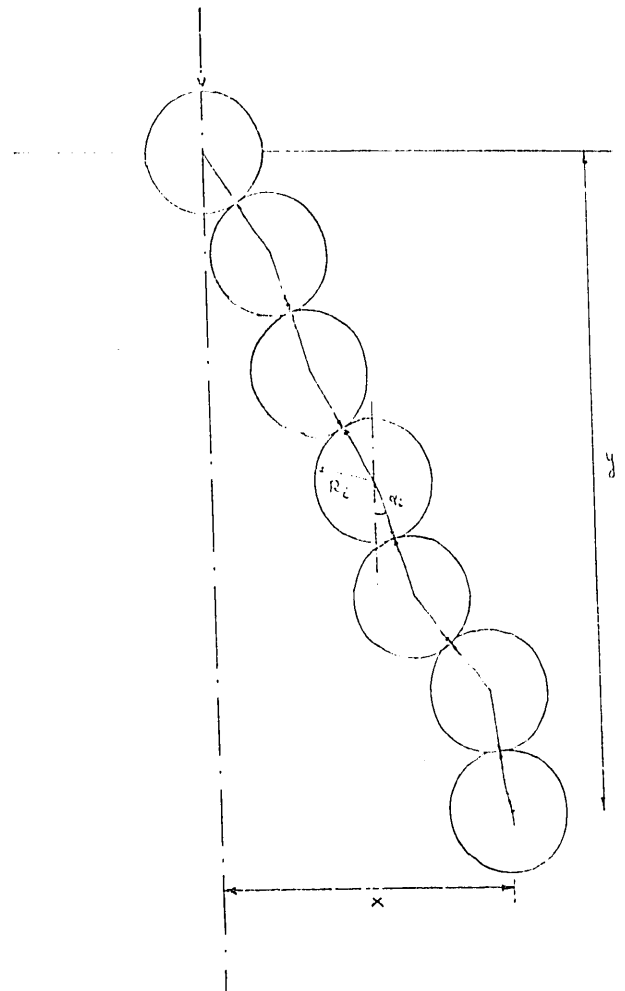


Fig. 5. — Ilustración del camino crítico.

probabilidades que tenga en cuenta la compacidad del medio sería el siguiente:

a) Partir de una esfera inicial cargada. Generar el número de contactos en la cara inferior de la esfera según sea la densidad relativa del medio y en función de histogramas como los representados en la figura 3.

b) Generar la posición de un contacto por el cual se efectúa la transmisión (la distribución de la posición de los contactos pueden buscarse en función del número de contactos y algún criterio adicional). Efectuar la transmisión y "anotar" la posición en que nos encontramos.

c) Interrumpir el proceso al encontrar la profundidad deseada.

d) Repetir muchas veces el proceso.

e) Calcular las frecuencias de aparición de un camino en intervalos a lo largo de una horizontal. Esta curva o histograma de frecuencias corresponde a la presión vertical normalizada al nivel considerado.

Es obvio que se han introducido una serie de simplificaciones e hipótesis de difícil justificación. Pero su consideración no deja de ser atractiva por el cambio considerable de actitud que supone respecto a los modelos macroscópicos continuos.

Pueden, incluso, establecerse procedimientos que conduzcan a expresiones analíticas para la tensión vertical (Sergeev, 1969). En la figu-

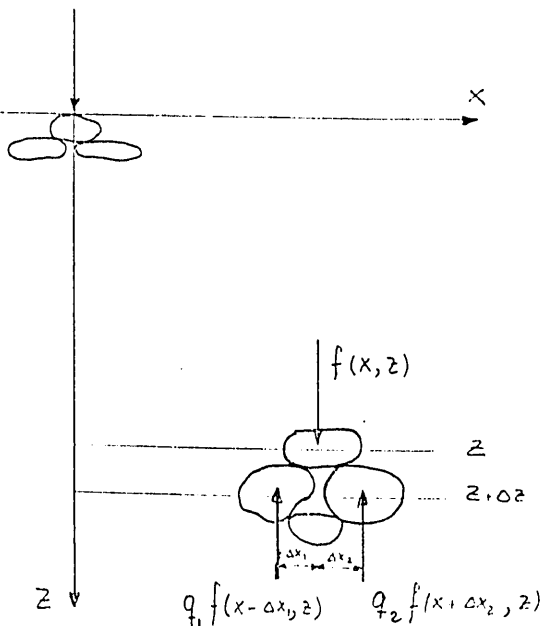


Fig. 6. — Reparto de tensiones en un medio granular (Sergeev, 1969).

ra 6 se contempla el mismo problema anterior, pero limitando a dos el número de contactos en la cara inferior de una partícula. Sean q_1 y q_2 las probabilidades (a izquierda y derecha, respectivamente) de producirse una transmisión elemental. La probabilidad $f(x_i, z_k)$ de que la carga se reciba en un determinado punto (x_i, z_k) es entonces descrita por la conocida ley de Bernoulli:

$$f(x_i, z_k) = \binom{k}{m} q_1^m q_2^{k-m} \quad (1)$$

La propiedad:

$$\binom{k+1}{m} = \binom{k}{m} + \binom{k}{m-1} \quad (2)$$

conduce a la siguiente relación:

$$f(x, z + \Delta z) - f(x, z) = q_1 [f(x - \Delta x_1, z) - f(x, z)] + q_2 [f(x + \Delta x_2, z) - f(x, z)] \quad (3)$$

En el límite:

$$\Delta z \frac{\partial f}{\partial z} = -(\Delta x_1 q_1 - \Delta x_2 q_2) \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{1}{2} (\Delta x_1^2 q_1 + \Delta x_2^2 q_2) \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \quad (4)$$

Si elegimos q_1 y q_2 de manera que:

$$q_1/q_2 = \Delta x_2/\Delta x_1, \quad (5)$$

se anula el coeficiente de $\partial f/\partial x$. El término que multiplica a la segunda derivada de f incluye las características del medio, y Sergeev lo hace igual a un parámetro a que puede determinarse mediante experimentación y comparación con resultados medidos. En definitiva, la ley de probabilidades $f(x, z)$ está regida por la ecuación:

$$\frac{\partial f(x, z)}{\partial z} = a \frac{\partial^2 f(x, z)}{\partial x^2} \quad (6)$$

La hipótesis que permite pasar de probabilidades a tensiones es simplemente:

$$\sigma_z = P f(x, z) \quad (7)$$

que conduce a

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = a \frac{\partial^2 \sigma_z}{\partial x^2} \quad (8)$$

La solución de esta ecuación con las condiciones de contorno adecuadas (carga puntual vertical en superficie):

$$\sigma_z = A e^{-B(x/\gamma)^2} \quad (9)$$

tiene forma de campana de Gauss y se adapta bien a la conocida solución elástica para el mismo problema, que a su vez refleja suficientemente bien las tensiones verticales medidas en numerosas ocasiones (ver a este respecto Morgan y Gerrard, 1971).

Recordemos, sin embargo, que la expresión de Boussinesq no contiene referencia a las constantes elásticas del terreno, lo que en principio confiere a esta solución probabilista una superior capacidad de adaptación.

Pero son muchas las dificultades con que tropieza un análisis de esta clase. Una fundamental es la incapacidad de relacionar tensión y deformación (empleamos un lenguaje tomado del concepto de continuo por facilidad de expresión) en un planteamiento como el enunciado. Ello limita la aplicabilidad de las soluciones e impide el tratamiento de clases enteras de problemas (la interacción suelo-estructura es uno de ellos).

Podríamos señalar también un sinnúmero de simplificaciones en la representación elegida del medio, la carencia de justificación para el razonamiento del camino aleatorio, la identificación de la probabilidad calculada anteriormente y tensión, etc. Es cierto que un método que proporciona buenos resultados es aceptable en ingeniería, y en el caso anterior se han llegado a calcular unas tensiones verticales que corresponden a la realidad.

¿Pero cómo buscar las acciones que corresponden a nuestro concepto de esfuerzo cortante?

Es posible incrementar la complejidad de estos modelos, pero vamos a señalar una limitación común a todos los mencionados en este apartado, y es su incapacidad para mostrarnos ninguna incertidumbre en las tensiones o deformaciones calculadas. Porque una vez obtenida una ley constitutiva a partir de una microestructura aleatoria, los resultados son tan deterministas como lo puedan ser en elasticidad. La (desconocida) heterogeneidad del terreno no es tenida en cuenta. Ni lo es la incertidumbre derivada de una insuficiencia de datos, que estará siempre presente. Y volviendo al desarrollo an-

terior, en el momento en que escribimos una ecuación como la (7) estamos haciendo de nuevo determinista el problema.

La experiencia del ingeniero en relación con el terreno es, sin embargo, muy otra. Es consciente de la gran heterogeneidad del medio en que trabaja, dispone de una información limitada a unos medios imperfectos de reconocimiento, conoce la imprecisión de los aparatos de medida, las imperfecciones de los procedimientos de ensayo, la aleatoriedad de las cargas impuestas, el cambio —impredictible por métodos deterministas— de factores ambientales, como puede ser la fluctuación de niveles piezométricos, la desconocida bondad de los métodos de predicción que utiliza y que no puede abandonar, etc.

Debemos adecuar la escala de observación a estas realidades. Es preciso acudir a un nivel macroscópico que solvente, mediante el "plumazo" de la determinación empírica de parámetros en muestras "grandes", las dificultades señaladas anteriormente.

NIVEL MACROSCOPICO. EL SUELO COMO CONTINUO DEFORMABLE

La definición de las propiedades básicas de identificación de un suelo ha de hacer referencia forzosa a la escala de observación si se pretende hacer un uso coherente de ellas. En realidad esta necesidad tiene tintes académicos, pues no suelen surgir problemas en su uso. Así, cuando se define índice de poros (e), y a continuación se utiliza en la teoría de la consolidación como una función continua de cada punto de la masa, hemos omitido la explicación de lo que significa "punto" en un medio como el suelo. La dificultad queda solventada si se hace uso de un volumen elemental de suelo, por debajo del cual, el cálculo de e oscilaría erráticamente (reflejo de la microestructura), y por encima no presentaría variación, a menos de encontrarnos en presencia de materiales heterogéneos, y aun así la variación sería lenta.

En esta sección nos referimos a la problemática del modelo probabilista de comportamiento del suelo, manteniendo este volumen elemental anterior como cota inferior de observación,

Ejemplo primero: el asiento edométrico.

El método de cálculo de asientos denominado edométrico es un excelente y típico del ejemplo del tipo de aproximaciones que se suelen utilizar en geotecnia ante la dificultad de implementación de métodos más elaborados. Se trata de un procedimiento *ad hoc*, que es capaz de combinar teoría y experimentación dentro de un esquema que presupone el conocimiento cualitativo de los fenómenos que tienen lugar en el suelo como consecuencia de la aplicación de cargas. Este mismo conocimiento de los principios básicos de deformación del suelo dicta las limitaciones y condicionamientos que han de tenerse en cuenta para su uso. En cualquier caso es la correspondencia entre cálculo y observación la primera premisa para aceptar su validez.

El planteamiento clásico es bien conocido. Lo exponemos brevemente con relación a la figura 7, que muestra un conjunto de n , estratos

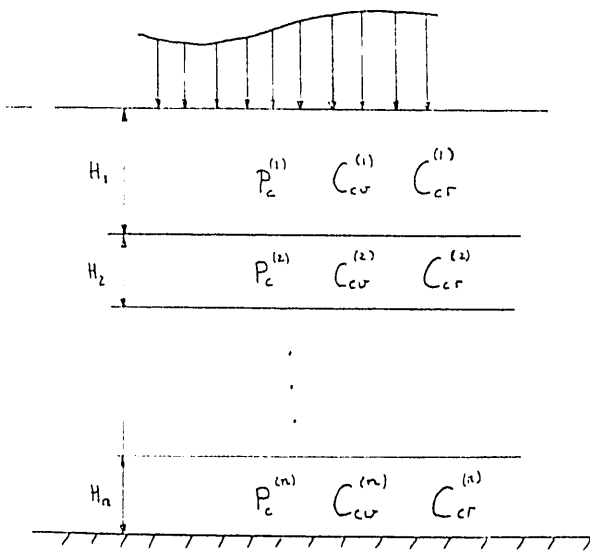


Fig. 7. — Condiciones del terreno para el cálculo del asiento edométrico.

tos sometidos a una carga exterior extensa. Caracteriza a estos estratos su presión de sobreconsolidación ($P_c^{(i)}$), los índices de compresión y entumecimiento ($C_{cv}^{(i)}$, $C_{cr}^{(i)}$) y los índices de poros correspondientes al estado inicial ($e_0^{(i)}$) y a la presión de sobreconsolidación ($e_c^{(i)}$). Un incremento de tensión vertical que lleve al suelo desde su ten-

sión vertical inicial P_z a su tensión final σ_z (supongamos $\sigma_z > P_c$) produce las siguientes deformaciones unitarias por capa (supuestos uniformes los incrementos de tensión en cada capa):

$$\begin{aligned} \epsilon_{z_i}^{(i)} &= \frac{C_{cr}^{(i)}}{1 + e_0^{(i)}} \log \frac{P_c^{(i)}}{P_z^{(i)}} = \\ &= C_{cr}^{(i)} \log \frac{P_c^{(i)}}{P_z^{(i)}} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{z_i}^{(i)} &= \frac{C_{cv}^{(i)}}{1 + e_c^{(i)}} \log \frac{\sigma_z^{(i)}}{P_c^{(i)}} = \\ &= C_{cv}^{(i)} \log \frac{\sigma_z^{(i)}}{P_c^{(i)}} \end{aligned} \quad (11)$$

donde se introduce la definición de C_{cr}^* y C_{cv}^* .

La deformación unitaria vertical de cada capa será:

$$\epsilon_{z_i} = \epsilon_{z_i}^{(i)} + \epsilon_{z_i}^{(iv)} \quad (12)$$

y el asiento total:

$$\Delta = \sum_{i=1}^n H_i \epsilon_{z_i} \quad (13)$$

Sin embargo, las características del terreno no son conocidas con exactitud. Existen razones, mencionadas anteriormente, para asignarles un cierto grado de incertidumbre. ¿Cómo tenerlo en cuenta?

Si convenimos en que los parámetros que caracterizan las capas de terreno (P_c , C_{cv}^* , C_{cr}^*) quedan adecuadamente representadas por variables aleatorias es factible la obtención de la distribución de probabilidad de la variable derivada, en este caso el asiento. En efecto, utilizando procedimientos de la teoría de distribuciones derivadas puede demostrarse (*) que:

$$\begin{aligned} f_{\epsilon_z^{(i)}}(\epsilon_z) &= 2 \cdot 3 \sigma_z \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{t} \right) f_{C_{cv}^*} \left(\frac{\epsilon_z}{t} \right) \\ &10^{-1} f_{P_c} \left(\frac{\sigma_z}{10^t} \right) dt \end{aligned} \quad (14)$$

(*) Se prescinde de cualquier indeterminismo en tensiones verticales, y se admite que se calculan exactamente por la teoría de la elasticidad clásica: La hipótesis quizá no sea muy errónea en vista del éxito de la expresión de Boussinesq y derivadas para predecir tensiones verticales. Se admite también la independencia de las variables aleatorias introducidas.

donde se ha omitido, por simplicidad, la referencia a cada capa. Teniendo en cuenta (12):

$$f_{\zeta_z}(\zeta) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\zeta_z^{(r)}}(t) \int_{-\infty}^{\infty} f_{\zeta_z^{(u)}}(z-t) dt \quad (16)$$

En estas expresiones, $f_A(a)$ denota la función de densidad de probabilidad de la variable A . Como es natural, $f_{p_c^{(p)}}$, $f_{c_{cr}^{(c)}}$, $f_{c_{cv}^{(c)}}$ se suponen conocidas. Finalmente, la probabilidad de que Δ tome un valor determinado $\bar{\delta}$ es resuelto mediante sucesivas convoluciones (ecuación 16), una vez conocidas las funciones $f_{\zeta_z^{(i)}}$.

En principio, pues, el problema está resuelto, y presumiblemente lo está también en otros casos que admiten una formulación analítica relativamente sencilla. No puede ocultarse, sin embargo, la complejidad de las expresiones cuando trabajamos con distribuciones completas. Es improbable que puedan manejarse expresiones deterministas algo más complicadas a menos que se utilice un procedimiento de simulación que puede llegar a ser costoso.

Pero existe un dilema fundamental, ¿qué representan realmente funciones de densidad como las anteriores? Y en caso de responder a esta pregunta, ¿cuáles son las funciones adecuadas y cómo calcularlas? Para contestar hemos de acudir a las causas de la existencia de incertidumbre en las propiedades del suelo. La condición heterogénea de los depósitos es, sin duda, una razón fundamental de nuestra falta de confianza en los resultados de ensayos. Cabe entonces preguntarse si es lícito representar un material heterogéneo como es el suelo por medio de una variable aleatoria. La respuesta es negativa como veremos en más detalle en el próximo apartado.

Lo que parece indicarnos este tratamiento, basado en variables aleatorias, es que estamos seguros de que el suelo es homogéneo, pero desconocemos el valor de sus propiedades. Estamos proponiendo, arbitrariamente, que existe una cierta probabilidad de que las propiedades de este suelo afectado por el problema sean menores que una dada. Y no es este el caso. No estamos en presencia de una colección de materiales homogéneos diferentes, cada uno asociado a un nivel probabilístico de existencia, sino de un medio aleatoriamente heterogéneo.

Una posible salida al análisis indicado aquí la ofrece una práctica común del técnico ocupado en estos problemas, que fue, por otra parte, suscrita por Terzaghi (1957) cuando escribe:

"The performance of a foundation depends on the average mechanical properties and the pattern of stratification of the soil located between the base of the foundation and a considerable depth below the base."

En consecuencia, y en primera aproximación, podríamos utilizar las distribuciones de los valores medios ($f_{p_c^{(p_c)}}$, $f_{c_{cr}^{(c)}}$, $f_{c_{cv}^{(c)}}$) en vez de las distribuciones manejadas anteriormente. Este camino se ha seguido en ocasiones.

Surgen, sin embargo, contradicciones. Es bien conocido el hecho de que la desviación estándar de la media es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del número de observaciones. Si éstas crecieran comprobaríamos que la incertidumbre en la media decrece a pesar de que se mantiene un mismo terreno heterogéneo lejos de ser descrito o evaluado en su complejidad. Pero con más importancia quizá debe ponerse en tela de juicio la afirmación citada de Terzaghi. En efecto, el uso de propiedades medidas no conduce a valores medios de propiedades derivadas. El parámetro "equivalente" que conduce a una situación media no es en modo alguno el parámetro medio. Esta situación es bien conocida en probabilidad y queda convenientemente ilustrada al considerar el flujo perpendicular a estratos de muy variable permeabilidad. El parámetro equivalente que necesitamos será o no el valor medio en función de la formulación del problema en cuestión.

Surgen estas dificultades como consecuencia del olvido premeditado a que hemos sometido la situación real del terreno. A este importante aspecto dedicamos el apartado siguiente, lo que nos permitirá formular más tarde los problemas con una base más real.

Descripción estocástica de las propiedades del suelo.

La limitación del número de ensayos disponibles puede hacer conveniente un análisis basado en variables aleatorias. Sin embargo, si el número de ensayos es suficientemente grande o existe experiencia acumulada que permita definir con precisión el carácter aleatorio de un suelo heterogéneo, el método anterior peca de simplista y debe intentarse otra formulación.

Las figuras 8, 9, 10 y 11 son típicos resultados de la variación en propiedades que cabe esperar a lo largo de un sondeo de reconocimiento o ensayo de penetración. Son ejemplos de suelos de muy diferente localización geográfica y corresponden a propiedades tan dispares como lo son la humedad, presión de sobreconsolidación o resistencia por la punta en ensayos de penetración. En todos ellos es evidente el carácter estocástico de la variación espacial de propiedades. Todo problema que implique una interacción entre puntos de este suelo, considerado como continuo, debe tener en cuenta

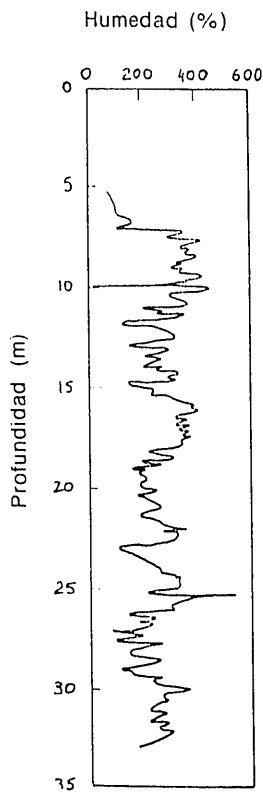


Fig. 8. — Distribución del contenido de humedad en el subsuelo de la ciudad de Méjico (Marsal, 1959).

esta situación, y en particular las correlaciones existentes.

Considérese, por ejemplo, la variación del contenido en agua del subsuelo de la ciudad de Méjico, representado en la figura 8 (Marsal, 1959). El proceso geológico de deposición permite considerar el conjunto de los valores de la humedad medibles a un mismo nivel como valores correspondientes al dominio de la humedad considerada como variable aleatoria. La colección de todas estas variables aleatorias, en

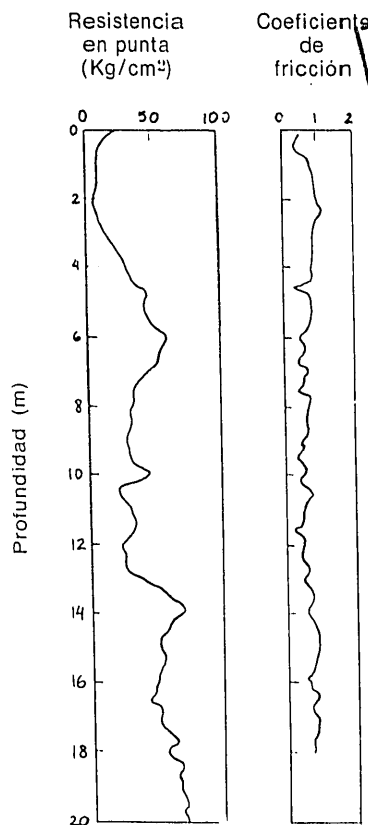


Fig. 9. — Ensayo de penetración estática en el depósito de arena de Eglin, Florida (Schmertmann, 1969).

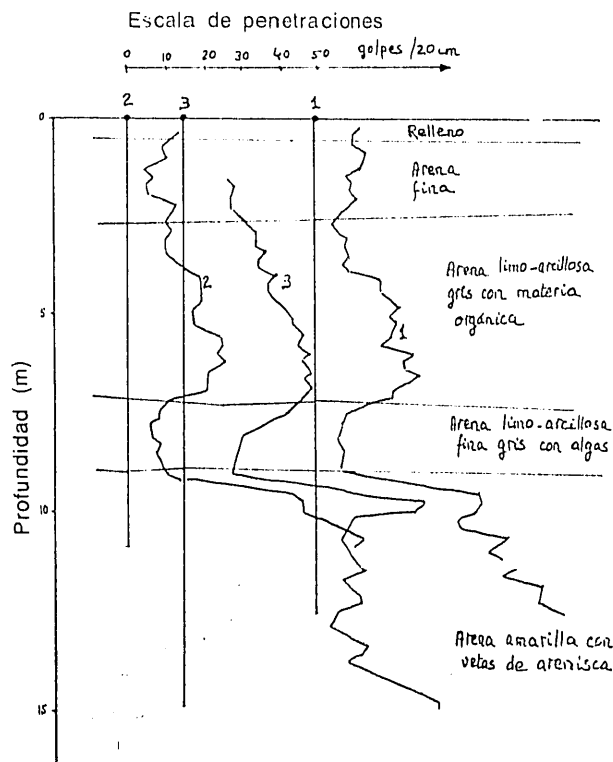


Fig. 10. — Ensayos de penetración dinámica en un depósito costero en Castellón.

COLEGIO INGENIEROS DE CAMBIOS
BIBLIOTECA

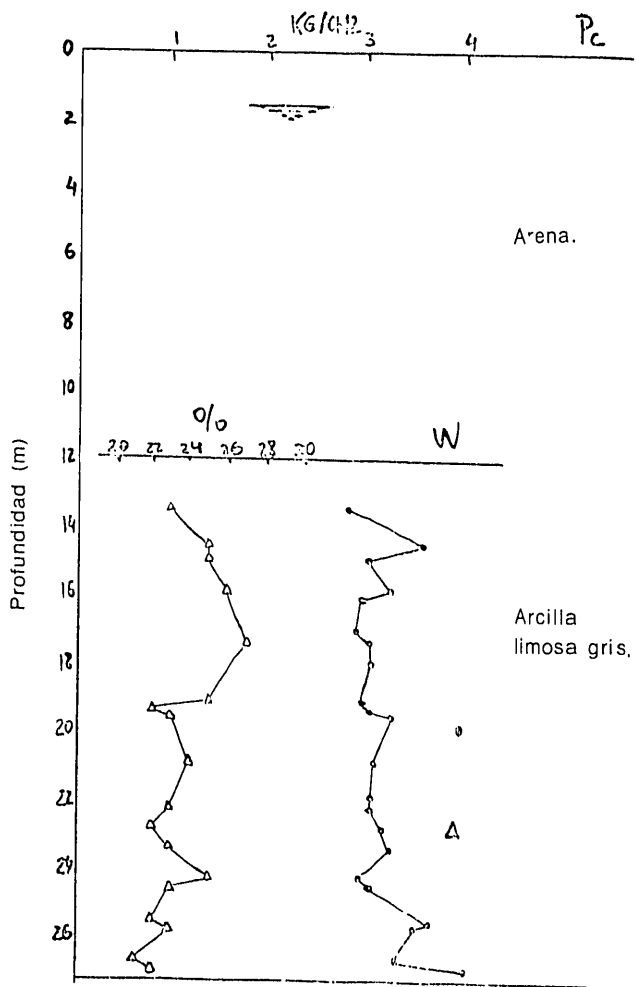


Fig. 11. — Variación de la humedad y presión de preconsolidación en una arcilla sobreconsolidada, de Baffinston, Indiana (Osterberg, 1971).

principio correlacionadas entre sí, constituye una función aleatoria. Esta función aleatoria puede con toda generalidad considerarse como función de tres coordenadas espaciales aunque las condiciones de simetría impuestas por el proceso de deposición o la particular formulación de un problema reducirá el número de coordenadas.

La existencia de procedimientos continuos o cuasicontinuos de medición de propiedades permite analizar los registros resultantes utilizando procedimientos puestos a punto en la teoría de las series aleatorias. Aunque la descripción completa de una función aleatoria requiere el conocimiento de su estructura probabilista (o un número infinito de momentos), los denominados momentos de primer y segundo orden constituyen una aproximación suficiente

para las aplicaciones prácticas. Si es posible, además, demostrar el carácter homogéneo y ergódico de estos registros, las expresiones para la media, función de autocorrelación y densidad espectral (transformada de Fourier de la función de autocorrelación) son simplemente:

$$E[X] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X(t) dt \quad (17)$$

$$R_X(\tau) = E[X(t)X(t+\tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X(t)X(t+\tau) dt \quad (18)$$

$$G_X(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_X(\tau) e^{-2\pi f \tau} d\tau \quad (19)$$

donde τ es el intervalo de la función de autocorrelación, y f una "frecuencia" con la dimensión de oscilación por unidad de longitud.

Aunque no existe en general evidencia fuerte para evitar el uso de la aproximación ergódica siempre que se analicen resultados de estratos que globalmente puedan considerarse homogéneos o, mejor, pertenecientes a una misma unidad geológica se presentan ciertas dificultades propias del carácter de los registros de propiedades de suelos naturales. Podemos citar:

- La existencia abundante de registros de tendencia o media no constante.
- Es necesario disponer de criterios prácticos para calificar de homogéneo un registro.
- Los registros de propiedades de suelos son, por su propia naturaleza, marcadamente cortos lo que conduce a errores altos en la determinación de parámetros o funciones derivadas. Sin embargo, suele disponerse de varios registros que afectan a un mismo estrato o depósito, y es por consiguiente muy interesante disponer de criterios y procedimientos para la consideración conjunta de estos registros, lo que lógicamente redundará en una mayor fiabilidad de los resultados.
- La acusada finitud de los registros, mencionada anteriormente, introduce distorsiones y errores, sobre todo en la determinación de la densidad espectral (recordemos que la transformada de Fourier requiere integraciones que se extienden hasta el infinito). Es necesario disponer de procedimientos que minimicen la importancia de estos defectos.

Frente a estas dificultades pueden proponerse determinadas soluciones:

A) Obtención de la tendencia por un procedimiento de promedio entre varios registros, si se dispone de ellos, o mediante una aproximación por mínimos cuadrados, por ejemplo, de una función simple que corresponde visiblemente a la media, si el registro es único. Esta tendencia así obtenida puede entonces separarse del registro con objeto de convertirlo en homogéneo para su análisis.

B) Pueden emplearse estadísticas no paramétricas, referidas a la media y variancia únicamente, para decidir la homogeneidad de un registro. Uno adecuado puede ser el *test* de secuencia (Run Test).

C) La equivalencia de las densidades espectrales de diferentes registros puede ser un buen criterio para considerar equivalentes los registros mismos (Bendat y Piersol, 1971). Esta equivalencia se puede buscar, para un nivel de significación deseado, a partir de una estadística

teórica confeccionada con los valores de las densidades espectrales correspondientes.

D) Se han propuesto, en la literatura especializada, procedimientos para calcular densidades espectrales a partir de registros incompletos. Todos ellos pretenden buscar una aproximación, $\hat{G}_x(f)$, de la función de densidad espectral $G_x(f)$ mediante la siguiente convolución (Bendat y Piersol, 1971):

$$\hat{G}_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(s) U(f-s) ds \quad (20)$$

donde $U(f-s)$ es un cierto peso que "suaviza" la función de densidad espectral calculada con los datos disponibles en un intento de aproximarse a la teórica. En la figura 12 se muestra la efectividad de alguna de estas funciones en la eliminación de valores negativos de la densidad espectral del registro de humedad del subsuelo de la ciudad de Méjico y en la progresiva suavización de los picos. En la obtención de los resultados que se mencionan más adelante se utilizó la denominada función de Parzen.

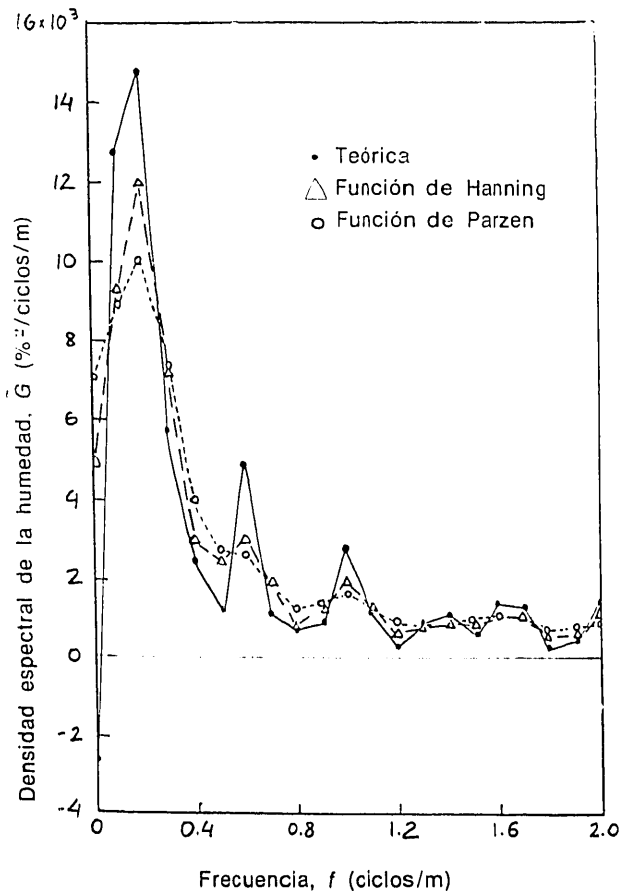


Fig. 12. — Densidad espectral del contenido de humedad de la arcilla del subsuelo de la ciudad de Méjico.

El análisis de los registros de suelos debe hacerse ordenadamente. Un posible esquema de organización se indica en la figura 13.

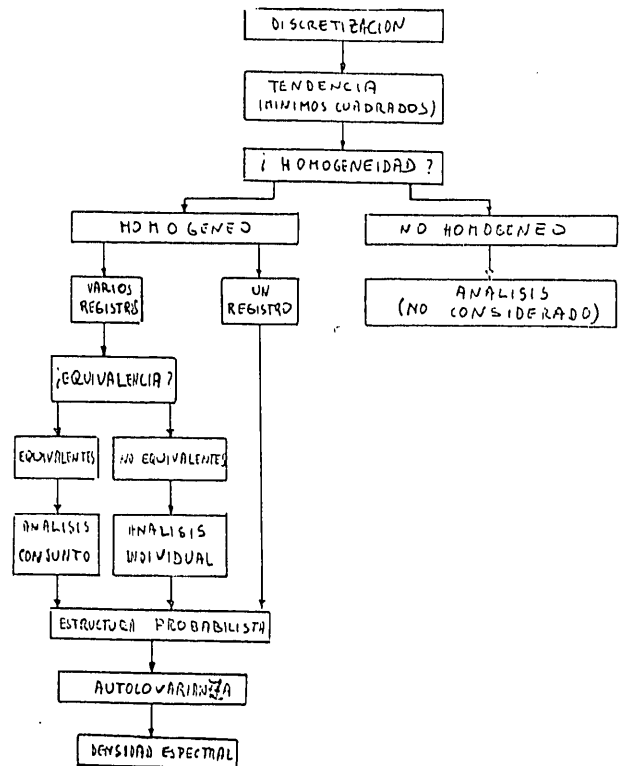


Fig. 13. — Organización del análisis.

Los párrafos anteriores demuestran que es posible encontrar procedimientos para la formulación coherente de las propiedades del suelo como una función espacial aleatoria. Si quiere introducirse en el análisis la aleatoriedad de las propiedades del suelo es necesario acudir a los orígenes de las diferentes formulaciones empleadas en geotecnia y plantear el problema de la heterogeneidad de los materiales con generalidad para, a continuación, introducir el carácter aleatorio de esa heterogeneidad.

Desafortunadamente no son ciertamente comunes los medios de reconocimiento que proporcionen la abundancia de información necesaria. La publicación de análisis de registros apropiados puede mejorar esta situación y proporcionar datos que acoten los parámetros derivados del análisis y proporcione primeras aproximaciones para los resultados presumibles en diferentes tipos de terreno.

Un análisis de esta clase, confeccionado con 17 registros diferentes (Alonso y Krizek, 1975), arrojó, entre otras, las siguientes conclusiones:

- La distribución normal de probabilidad puede considerarse razonablemente aproximada en la mayoría de los casos. Subsiste la indeterminación en la forma de la cola de las distribuciones.
- Dos funciones simplificadas de autocovarianza ($R(\tau) = B e^{-\alpha \tau}$ y $R(\tau) = B e^{-\alpha \tau} \cos 2\beta \tau$), donde B es la variancia del registro, y α y β son parámetros con la dimensión de frecuencia y pueden usarse para describir un número significativo de las funciones de autocovarianza estudiadas. En la figura 14 se muestra la función de autocovarianza de la resistencia en punta de los ensayos de penetración estática descritos por Schmertmann (1969). La curva aproximada corresponde al primer tipo mencionado más arriba con un parámetro, $\alpha = 0,9 \text{ m}^{-1}$.
- Se encuentran correlaciones positivas en distancias en general no superiores a cuatro metros. A distancias mayores, las correlaciones pueden ser tanto positivas como negativas, pero son mucho menos importantes.
- Frecuencias relativamente bajas (o a $1,6 \text{ m}^{-1}$) dominan la porción significativa de la función de densidad espectral. Los

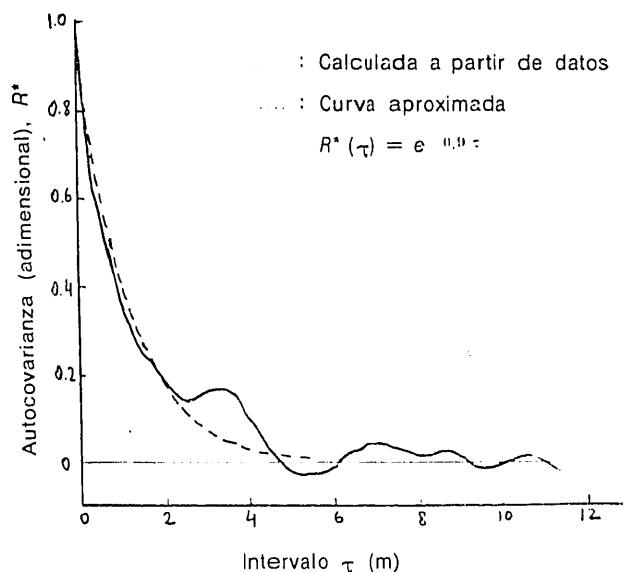


Fig. 14. — Función de autocovarianza de la resistencia en punta del ensayo de penetración estática en Eglín, Florida.

picos de máxima "energía" se sitúan a frecuencias inferiores a $0,5 \text{ m}^{-1}$. Empleando una terminología tomada de la teoría del control se observa que los registros son en general de banda estrecha.

Ejemplo segundo: consolidación de suelos aleatoriamente heterogéneos.

Conocido el modelo que describe satisfactoriamente la variación aleatoria de las propiedades del suelo es necesario introducirlo en el análisis de los diversos problemas planteados en geotecnia y explorar sus consecuencias.

Dentro de una caracterización del suelo como medio continuo elegimos el problema de la consolidación como ejemplo para ilustrar un posible camino de solución y señalar algunas conclusiones de orden general.

El tema de la consolidación es ciertamente importante en geotecnia. Desde un punto de vista histórico podemos señalar su carácter fundacional de la ciencia de la mecánica del suelo quizá con más méritos que ningún otro. En efecto, en él se dan cita con singular coherencia las etapas de laboratorio, cálculo y aplicación. La doctrina, como ha señalado algún autor, permanece relativamente simple para tratarse de un problema de interacción de continuos por la habilidad de su primer estudioso, K. Terzaghi, para

destacar y caracterizar correctamente el fenómeno fundamental que tiene lugar en el suelo.

Dos son los parámetros fundamentales que caracterizan al medio en un planteamiento clásico unidimensional: la permeabilidad k_x , y el coeficiente de compresibilidad de la matriz sólida, a_v . Corresponden, respectivamente, a un flujo de Darcy del agua intersticial a través de la fase sólida, y a una deformabilidad volumétrica lineal, con la tensión efectiva, de la matriz sólida.

El mero planteamiento de la continuidad de la fase líquida conduce a la ecuación diferencial del fenómeno (ver, por ejemplo, Schiffman y Gibson, 1964):

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial x^2} + \frac{1}{k_x} \frac{dk_x}{dx} \frac{\partial u_r}{\partial x} = \frac{1}{c_v} \frac{\partial u_r}{\partial t} \quad (21)$$

donde u_r es el exceso de presión intersticial, y c_v es el coeficiente de consolidación definido en la forma usual como combinación de k_x y a_v .

Sin embargo, en nuestro problema (fig. 15)

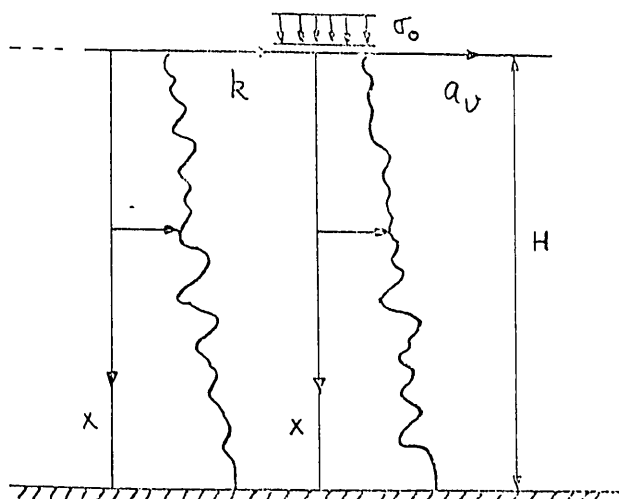


Fig. 15.— Formulación del problema de la consolidación unidimensional en términos estocásticos.

hemos adoptado una descripción aleatoria de k_x y a_v , lo que convertirá a la ecuación anterior en una ecuación diferencial aleatoria que debe resolverse con unas determinadas condiciones iniciales y de contorno que vamos a suponer conocidas determinísticamente.

Bajo estas condiciones, el exceso de presión intersticial se habrá convertido a su vez

en una función aleatoria, precisamente la que satisfaga la siguiente ecuación adimensional:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{d}{dX} (\ln K(X)) \frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial U}{\partial T} \quad (22)$$

donde:

$$X = \frac{x}{H}; \quad T = \frac{c_v t}{H^2}; \quad U = \frac{u_r}{\sigma_0} \quad (23. a, b, c)$$

donde H es la potencia del estrato que consolidada, y σ_0 es la tensión vertical total que suponemos constante.

En la obtención de la ecuación (22) se ha supuesto que el coeficiente de consolidación c_v es una constante como consecuencia de las contribuciones de signo opuesto de a_v y k_x . Esta hipótesis, que simplifica la resolución de la ecuación anterior, parece fundamentada en estratos sensiblemente homogéneos (Schiffman y Gibson, 1964), que por otra parte son los sujetos de nuestra descripción estocástica (recordemos la condición de homogeneidad, en sentido aleatorio, introducida en el apartado anterior).

Haciendo uso de un proceso de simulación, en conjunción con un esquema implícito de diferencias finitas, esta ecuación fue resuelta para el caso particular que se indica en la figura 16. Prescindimos de los detalles de su solución que pueden encontrarse en otra parte (Alonso y Krizek, 1975), pero queremos señalar alguna conclusión respecto a la solución obtenida.

La variación de la presión intersticial y del grado de consolidación a lo largo del tiempo dejará de ser una función conocida analíticamente. En su lugar podremos hablar de una

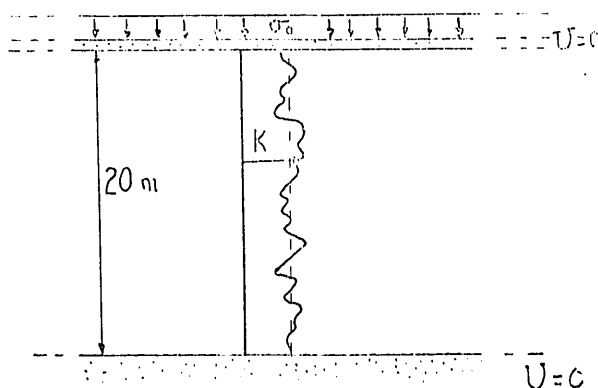


Fig. 16.— Caso particular de consolidación resuelto; K es una función aleatoria, log normal.

distribución de probabilidad de la presión intersticial o grado de consolidación en cada tiempo. Tal resultado, referido al grado de consolidación, se indica en la figura 17 para un coeficiente de variación (*) de la permeabilidad de 0,7. En la misma figura se indica, en trazo discontinuo, la solución clásica de Terzaghi para el mismo valor medio de la permeabilidad, sujeta constante, y el valor medio de la va-

Sin embargo, la solución probabilista completa contiene mucha más información. Las decisiones pueden basarse en unos niveles de significancia que el proyectista esté dispuesto a no rebasar. Por otra parte, soluciones de esta índole permiten la incorporación de los posibles comportamientos defectuosos en un proceso de optimización. Recordemos que el coste asignable a la posible rotura de un elemento deter-

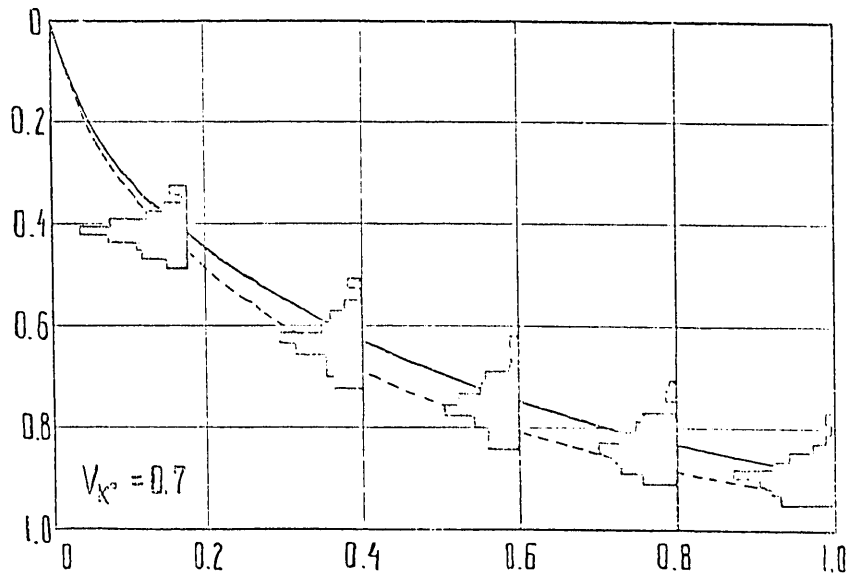


Fig. 17. — Evolución del grado de consolidación con el tiempo. Solución probabilista.

riación del grado de consolidación en trazo continuo.

Puede observarse que en la media, la solución probabilista predice un tiempo más elevado para alcanzar un determinado grado de consolidación que la solución clásica. Se indica también el rango de posibles valores con sus niveles de probabilidad asociados. La curva media proporciona la posibilidad de obtención de una permeabilidad equivalente del estrato. Podría definirse como la permeabilidad que, introducida en un modelo de parámetros constantes, conduce a la obtención de los valores medios de un modelo probabilista como el estudiado. Claramente, el parámetro equivalente no coincide con la media. Su valor está íntimamente relacionado con el problema en cuestión.

(*) El coeficiente de variación se define como el cociente de la desviación estándar y el valor medio.

minado puede calcularse como el producto del coste real de la rotura y la probabilidad de que ésta se produzca.

Indiquemos por último que los problemas planteados desde un punto de vista continuo y estocástico presentan una dificultad apreciable de solución. En efecto, ecuaciones como la (22) anterior son no lineales en su aspecto estocástico.

Ello impide el cálculo exacto de los primeros momentos de la solución a partir de una simple aplicación del operador, esperanza a una solución ya obtenida (mediante un principio de superposición por ejemplo) o a la ecuación en sí. En la mayoría de los casos debe recurrirse a un proceso de simulación que puede resultar costoso si el problema determinista debe ser resuelto a su vez por procedimientos numéricos.

(Continuará.)

BIBLIOGRAFIA

- ALONSO, E. E., y KRIZEK, R. J.: "Stochastic formulation of soil properties". Proceedings of the 2nd International Conference on Applications of Statistics and Probability to Soil and Structural Engineering, vol. 1, Aachen Germany, pp. 9-32, 1975-a.
- ALONSO, E. E., y KRIZEK, R. J.: "Consolidation of randomly heterogeneous clay Layers". Presented at the 54th Annual Meeting of the Transportation Research Board, Washington, In Press, 1975-b
- AXELRAD, D. R., y PROVAN, J. W.: "Probabilistic micromechanics of structured solids". Six Lectures Presented at the Symposium on Statistical Continuum Mechanics, Institute for Fundamental Studies, Jablonna, Warsaw, 1972.
- BENDAT, J. S., y PIERSOL, A. G.: "Random data: analysis and measurement procedures". Wiley Interscience, N. Y., 1971.
- DERESIEWICZ, H.: "Mechanics of granular matter". Advanced Applied Mechanics, vol. 5, pp. 233-306, 1958.
- FIELD: "Toward the statistical definition of a granular mass", 1957.
- LUMB, P.: "Application of statistics in soil mechanics" in "Soil mechanics. New horizons". Ed. por I. K. Lee, Newness-Butterworths, London, 1975.
- MARSAL, R. J.: "Unconfined compression and vane shear tests in volcanic lacustrine clays". Proceedings of the American Society of Testing Materials Conference on Soils for Engineering Purposes, Méjico City, 1959.
- MORGAN, J. R., y GERRARD, C. M.: "Behavior of sands under surface loads". Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, A.S.C.E., vol. 97, No. SM 12, pp. 1675-1699, 1971.
- OSTERBERG, J. O.: Apuntes del curso. "Advanced soil mechanics". Northwestern University, Evanston, Illinois, 1972.
- OZAYDIN, I. K.: "A micro-mechanistic analysis for creep response of kaolin clay". Thesis, Northwestern University, Department of Civil Engineering, Evanston, Illinois, 1974.
- SCHIFFMAN, R. L., y GIBSON, R. E.: "Consolidation of nonhomogeneous clay layers". Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, A. S. C. E., vol. 90, No. SM 5, pp. 1-30, 1964.
- SCHMERTMANN, J. H.: "Dutch friction-cone penetrometer exploration of research area at field 5". Eglin Field, Air Force Base, Florida, Contract Report S-69-4 U. S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, Mississippi, 1969.
- SCOTT, R. F., y KO, H.-K.: "Stress-deformation and strength characteristics". Proceedings of the 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, State of the Art Volume, pp. 1-47, Méjico, 1969.
- SERGEEV, I. T.: "The application of probability-processes equations to the theory of stress distribution in non-cohesive foundation beds". Osnavaniya Fundamenti i Mekhanika Gruntov, núm. 2, traducido al inglés por Consultants Bureau, N. Y., pp. 84-88, 1969.
- TERZAGHI, K.: Presidential Address at the Opening Session of the Fourth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, vol. 1, p. 57, London, 1957.
- YONG, R. N., y WARKENTIN, B. P.: "Soil properties and behavior". Elsevier, Amsterdam, 1975.