

LA RESONANCIA EN LA VIBRACION EXTERNA DEL HORMIGON (*)

Por JACINTO MARTIN PALANCA

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.

Se analiza en este artículo el fenómeno de la vibración de encofrados, haciendo ver que en régimen de funcionamiento a molde lleno no se produce nunca resonancia en elementos que, desde el punto de vista estático, estén razonablemente bien dimensionados. Pero, por el contrario, existe siempre un momento de resonancia, durante el proceso de llenado del molde, cuyas desagradables consecuencias obligan a adoptar precauciones especiales, en lo que respecta a la colocación del vibrador, a su régimen de utilización, e incluso a su elección.

Una pieza elástica cualquiera, sometida a una sollicitación estática gravitoria (produciendo en ella flexiones, torsiones, etc.), si es apartada de la correspondiente posición de equilibrio por una cierta causa, al desaparecer ésta tenderá a volver a su equilibrio primitivo, según un movimiento oscilatorio, cuya frecuencia será:

$$n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\Delta}} \quad (1)$$

donde g es la aceleración debida a la gravedad, y Δ la flecha, deformación o corrimiento elásticos, originados en la pieza por su carga estática. Utilizando el sistema C. G. S., las frecuencias vendrán en hertzios (oscilaciones por segundo). La expresión correspondiente a una sollicitación no obligadamente gravitoria es similar a la que antecede, no resultando de interés en nuestro caso.

Es lo que se llama "frecuencia natural o de oscilación propia" de la pieza, aunque con manifiesta inexactitud, puesto que no sólo es función de su forma y dimensiones, sino también de su estado de sollicitación. Lo que ocurre es que casi siempre, por razones de economía de medios, la sollicitación de la pieza es la máxima admisible por ella, y entonces no existe más invariante que la pieza en sí. En cambio, obsérvese que la frecuencia es independiente del desplazamiento generador de la vibración, el cual sólo influye en la amplitud oscilatoria.

El fenómeno es sobradamente conocido. En una cuerda de guitarra (en este caso, la sollicitación estática no es gravitoria), el tono, o sea, la frecuencia vibrante

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que pueden remitirse a la Redacción de esta revista hasta el 31 de diciembre de 1976.

te, depende no sólo de su diámetro y longitud, sino también de su grado de tensión elástica a tracción, dado por medio de la clavija. Variar la tensión es cambiar el tono. Aquí también existe una tensión axial normal, cuya búsqueda constituye el "afinado".

En el caso de que la pieza elástica sea prismática recta, solicitada a flexión por una carga gravitatoria uniforme perpendicular a su directriz con sustentación isostática de simple apoyo en sus dos extremos, la flecha estática será:

$$\Delta = \frac{5}{384} \cdot \frac{Q L^3}{E I}$$

Pero si la pieza ha sido adecuadamente dimensionada, su momento resistente deberá ser:

$$\Omega = \frac{Q L}{8 \sigma}$$

Recordemos además, que para secciones flectadas en que la fibra neutra es un eje de simetría (lo que constituye un caso muy frecuente), se cumplirá:

$$\frac{I}{\Omega} = \frac{C}{2}$$

siendo C el canto de la pieza.

El anterior sistema de tres ecuaciones, eliminando Ω e I , dará:

$$\Delta = \frac{80}{384} \cdot \frac{\sigma}{E} \cdot \frac{L^2}{C}$$

Si sustituimos σ y E por sus valores habituales en el hierro ($1,2 \times 10^3$ y $2,1 \times 10^6$ Kg/cm², respectivamente), tendremos:

$$\Delta = \frac{1,2}{10^4} \cdot \frac{L^2}{C}$$

que introducido ahora en la expresión (1), le dará la forma:

$$n = 460 \frac{\sqrt{C}}{L} \quad (2)$$

En un encofrado metálico genérico, supondremos el cálculo de todos sus elementos, realizado para una presión granulostática (que, en definitiva, es gravitatoria) unitaria de 4,0 Tn/m², a una tensión elástica máxima de 1.200 Kg/cm², con sustentación isostática de simple apoyo en ambos extremos. Existirá siempre un elemento primario, constituido por la propia chapa empanelante (que supondremos de 4 mm), trabajando a flexión entre costillas (estimadas de U. 60 mm), las cuales a su vez flectarán entre elementos terciarios más robustos, admitiendo para ellos las siguientes hipótesis: que estén constituidos por dos perfiles laminados gemelos; que se trate de un solo perfil, también laminado; que estén formados por un

solo perfil, pero peraltado, tipo Boyd. El elemento terciario, cuando es jerárquicamente el último (muy pocas veces existen, en los encofrados metálicos, elementos cuaternarios), se denomina rigidizador, y puede estar vertical u horizontal, según los casos. La anchura de reparto de cargas en un elemento cualquiera será siempre la luz de cálculo del elemento de graduación inmediatamente inferior. Con estos criterios obtendremos para cada elemento una cierta longitud admisible, que se anota en el cuadro siguiente, en el que se hacen constar también las frecuencias de oscilación propia, calculadas en hertzios, y su conversión a revoluciones por minuto.

Elementos	Perfil		Momento resistente	Separación	Luz de cálculo	Frecuencia oscilatoria propia	
			(cm ³)			(cm)	Hertzios
Primario	Chapa 4 mm		—	—	25	11,6	698
Secundario	U. 60 mm		10,5	25	100	11,3	676
Terciario	2 U.	100	82,4	100	141	10,3	619
		140	172,8		204	8,4	506
		180	300		268	7,3	437
	1 U.	140	86,4	100	144	12,0	717
		180	150		190	10,3	616
		220	245		243	8,9	533
	1 U. Boyd	180	91	100	148	13,2	791
		240	174		204	11,0	663
		300	286		262	9,6	577
		450	730		419	7,4	442

Es curioso observar como, a pesar de las muy diferentes características y dimensiones de cada uno de los elementos escalonados que se tabulan, las frecuencias de oscilación propia son del mismo orden de magnitud, que corresponden más o menos a la octava musical — 3 (entre 8 y 16 hertzios, aproximadamente), en el límite de las vibraciones subsónicas, casi inaudibles en condiciones normales, pero contiguas ya a las notas más bajas (octava — 2) existentes en los instrumentos de registro más amplio, el piano y el órgano.

El fenómeno, tal como antes se ha descrito, constituye una oscilación libre, inevitablemente amortiguada, por razones de rozamiento. Pero si la rotura del equilibrio estático ha sido producida por un vibrador, fijado al elemento elástico correspondiente, se producirá una oscilación forzada, que constituye también una situación de equilibrio, aunque dinámico. Salvo en el caso particular teórico (denominado re-

sonancia), en que la frecuencia de la vibración coincida con la propia del elemento que soporta el vibrador, apareciendo entonces deformaciones progresivamente crecientes.

Primera conclusión. Como las frecuencias de los vibradores comerciales están comprendidas entre 3.000 y 15.000 r.p.m. (muy pocas veces algo menos, pero nunca por debajo de 1.500 r.p.m.), es decir, apreciablemente mayores que las propias de un elemento cualquiera de un encofrado metálico, según la tabla anterior, no suele ser problema nunca la resonancia, en régimen de funcionamiento normal.

No obstante, para asegurarse respecto a lo anterior, deberán ser sistemáticamente proscritas las frecuencias de vibración inferiores a 3.000 r.p.m. En elementos muy robustos, como son las mesas y borriquetas vibrantes, deben ser eludidos incluso los vibradores de frecuencia comercial más baja.

Resulta sorprendente el hecho de que, a efectos de la vibración externa, sea tan perjudicial el sobredimensionamiento de perfiles en el encofrado, como lo podría ser la insuficiencia, desde el punto de vista resistente. En efecto, una inercia mayor de la necesaria daría una menor flecha elástica en el equilibrio estático, y en consecuencia (véase expresión 1), una mayor frecuencia de oscilación propia al correspondiente perfil, que la acercaría a la frecuencia del vibrador, aumentando el peligro de resonancia.

Ahora bien, decíamos al principio que la frecuencia propia de un elemento elástico no sólo depende de su forma y dimensiones, sino también de su estado de cargas. Por tanto, solicitaciones crecientes desde cero hasta el máximo admisible darán frecuencias decrecientes desde infinito hasta la que se considera como propia y característica del elemento. En esa sucesión, que se produce siempre cronológicamente durante el llenado del molde, habrá un momento en que la frecuencia propia decreciente del elemento elástico coincidirá con la del dispositivo vibrante. Es decir, se producirá siempre resonancia en un determinado momento del proceso de llenado del molde.

Si consideramos 10 hertzios (600 r.p.m.) como posible valor medio de los distintos elementos encofrantes figurados en el cuadro anterior, la relación de frecuencias con el vibrador variará entre 0,20 y 0,04, según que la de éste sea de 3.000 ó 15.000 r.p.m. A la vista de la expresión (1), se cumplirá:

$$\frac{\Delta_2}{\Delta_1} = \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2$$

Pero además en un rigidizador vertical (con una aproximación más o menos burda, según los casos):

$$\frac{\Delta_2}{\Delta_1} = \frac{Q_2}{Q_1} = \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^2$$

siendo Q la solicitación total, debida a una cierta altura h de llenado del molde.

Por tanto:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{h_2}{h_1}$$

Quiere decir que la resonancia de llenado se producirá cuando la altura del hormigón alcance un valor entre el 0,20 y el 0,04 de la altura final a molde lleno. Si el rigidizador fuera horizontal, como Q será proporcional a h (y no a su cuadrado), las relaciones límites de alturas serán los cuadrados de los anteriores valores, o sea, entre 0,04 y 0,0016, considerablemente más bajos.

El hecho de que la resonancia de llenado se produzca apenas iniciado el proceso, hace atribuir frecuente e inexplicadamente sus consecuencias, a las de una vibración en vacío.

La misma circunstancia antes indicada de su presentación precoz resta peligrosidad al fenómeno, pues realmente en esos momentos la vibración no es necesaria por razones de compactación, ni suele serlo tampoco por exigencias del llenado, no existiendo inconveniente, por tanto, en mantener el vibrador parado. Por lo demás, siendo los tiempos de llenado de molde, en general, muy superiores a los recomendados para funcionamiento de los vibradores, es inevitablemente obligado un accionamiento discontinuo de ellos.

Sin embargo, la razonable línea de conducta de retrasar la puesta en marcha de los vibradores, no siempre resulta fácil de cumplir, pues el operario que los maneja suele estar fuera del molde, y no se da exacta cuenta del nivel de llenado, especialmente en elementos largos (vigas prefabricadas, cajeros de canal, revestimientos de túnel en hormigonado continuo, etc.), en que el hormigonado progresa horizontalmente, con frente de avance inclinado.

La peligrosidad de la resonancia de llenado, apenas tiene importancia para los vibradores neumáticos que, por otra parte, si se produjese, podrían fácilmente soslayarla, disminuyendo su frecuencia mediante reducción del paso de aire, hasta haber rebasado el nivel crítico de llenado.

En los vibradores eléctricos el fenómeno es muy distinto, pues obligados a mantenerse en la misma frecuencia, y a proporcionar la energía necesaria para la realización de unas deformaciones elásticas oscilatorias de amplitud creciente, tienen que tomar mayor intensidad de corriente, calentándose, y llegando muchas veces hasta quemar sus devanados.

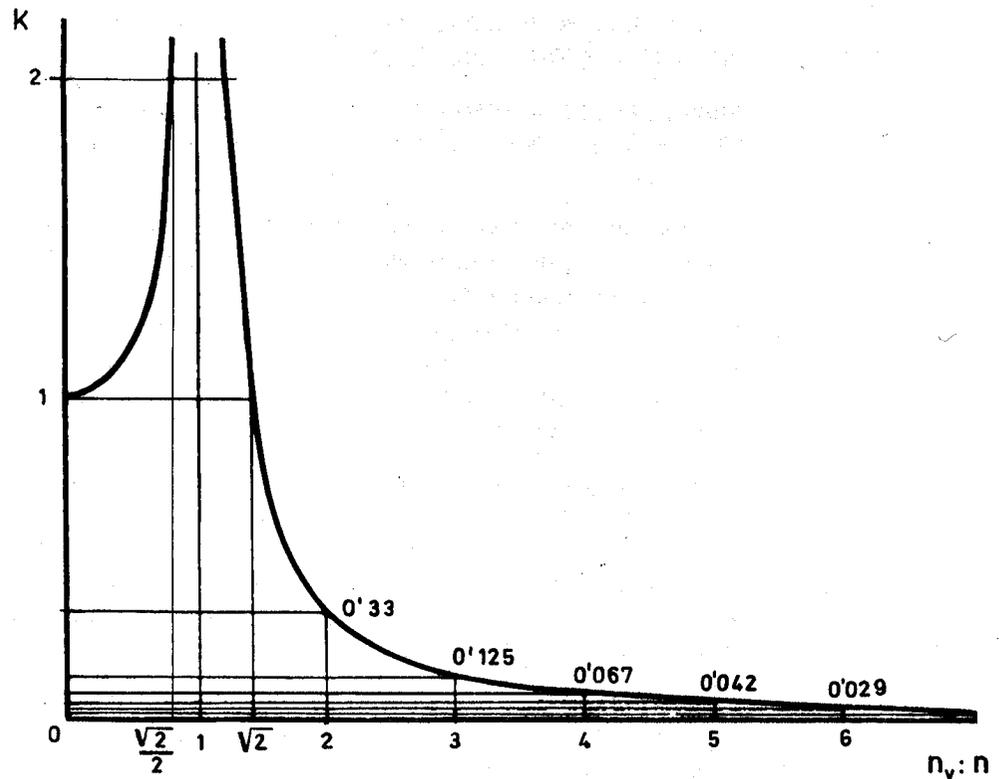
Pero donde reside el verdadero y mayor peligro de la resonancia de llenado es en el propio encofrado metálico. Sabemos que cuando un elemento elástico, sometido a una carga estática, es solicitado también por una fuerza pulsatoria, cuya frecuencia (n_v) sea distinta de la propia (n) del elemento elástico, su deformación máxima total será:

$$\Delta_t = \Delta \pm K \cdot \Delta_v$$

donde Δ es la deformación correspondiente a la sollicitación estática, Δ_v la que originaría la fuerza oscilatoria aplicada estáticamente, y K un coeficiente de resonancia, función de la relación entre ambas frecuencias, según la expresión que sigue:

$$K = \frac{1}{1 - \left(\frac{n_v}{n}\right)^2}$$

La representación gráfica de este valor K (prescindiendo de signos), es la conocida ley de resonancia, que figura a continuación:



Obsérvese que para frecuencia pulsatoria nula, la flecha complementaria será la propia Δ_v , como es lógico. Al aumentar la frecuencia vibrante, el sumando de la flecha dinámica crece muy rápidamente, hasta llegar a un valor asintótico infinito, en el momento de la resonancia, cuando se produce la igualdad de frecuencias. Después disminuye también muy rápidamente, y ya para los valores usuales (relación de frecuencias entre 5 y 25), los coeficientes de resonancia están comprendidos entre 0,04 y 0,0016. Quiere decir que las sobrepresiones complementarias procedentes de la vibración no es preciso considerarlas en ningún caso, para el cálculo resistente, en régimen de funcionamiento normal.

Un segundo grado de aproximación en el cálculo hace aparecer un sumando que limita la infinitud del valor asintótico, en función del rozamiento interno del material constitutivo de la pieza elástica. Prescindimos de ello, por lícita simplificación, al no tener que movernos en la zona de semejanza de frecuencias.

Pero al existir inevitablemente la resonancia de llenado, es difícil sustraerse a la necesidad de considerar como posibles relaciones de frecuencias más próximas a la unidad. Para el valor 2, por ejemplo, el coeficiente de resonancia vale 0,33. Si suponemos un vibrador robusto (trabajando con aire comprimido, es lo normal), que proporcione, digamos, 4.500 Kg, la fuerza a considerar a efectos de deformaciones debidas a la vibración será de 1.500 Kg. Los elementos terciarios, calculados para cargas totales muy fuertes (los de la tabla anterior, entre 5,6 y 16,8 Tn), apenas resultarán afectados por la sobrecarga dinámica de 1,5 Tn que además se pro-

duce al principio del llenado, cuando la carga estática es aún muy pequeña. Pero no ocurrirá igual con los elementos secundarios (el de la tabla, calculado para carga total de 1,0 Tn), y mucho menos para los primarios; para estos últimos especialmente, la sobrecarga puntual de 1,5 Tn está muy por encima de su capacidad resistente, incluso sin carga estática, produciendo inevitablemente roturas, o al menos deformaciones permanentes.

Se deduce de lo anterior el conocido (aunque no siempre respetado) principio, de que los vibradores no deben ser montados nunca sobre la chapa encofrante (ni siquiera reforzándola de forma sustancial), ni tampoco sobre sus costillas de rigidez. Su lugar adecuado está en los elementos más robustos del encofrado, en los propios rigidizadores, y no por las consecuencias casi inapreciables que se derivarían del funcionamiento a molde lleno (lo que con mucha frecuencia enmascara el fenómeno), sino por las muy probables e importantes de las proximidades del período de resonancia de llenado.

Podría parecer que, al tratar de restar importancia a las deformaciones dinámicas pulsatorias, estamos disminuyendo también los deseables efectos de la vibración externa sobre la masa del hormigón. Nada más lejos de la realidad. La vibración se transmite de vibrador a hormigón de una manera directa, en forma de ondas de presión que atraviesan más o menos perpendicularmente, el medio metálico interpuesto. Las macrodeformaciones debidas a la flexión o a la torsión nada tienen que ver con todo ello, y deben ser consideradas como un fenómeno secundario, cuyas desagradables consecuencias es preciso combatir, sin perjudicar por eso en nada al principal.

Antes, al contrario, la producción de fuertes deformaciones elásticas pulsatorias en las proximidades del punto de resonancia requiere un consumo de energía que, naturalmente, ha de salir del vibrador, mermando así la disponible para vibrar el hormigón.

Por lo demás, con mucha frecuencia se transmiten vibraciones sin deformaciones o corrimientos apreciables, como en el caso de robustas mesas o borriquetas vibrantes, moviendo una multiplicidad de moldes de dimensiones reducidas.