

Nota relativa al abollamiento de almas metálicas en régimen anelástico según la Norma Básica MV -103/1972

por: **Jesús ORTIZ HERRERA**
Dr. Ingeniero de Caminos

Se comentan en esta nota diversos criterios sobre tensiones críticas de chapas metálicas en el dominio anelástico, cuestionándose los valores numéricos expresados en la tabla 5.4 de la Norma MV-103 (Cálculo de las estructuras de acero laminado en la edificación).

La presente nota hace referencia al criterio propuesto en la Norma MV-103/1972 sobre inestabilidad de chapas metálicas en el dominio anelástico; dicho criterio difiere aparentemente de forma manifiesta de otros criterios sobre el mismo tema, y debería, pues, ser discutido y, en su caso, revisado. Entre la información disponible por el autor de estas líneas no figura ningún comentario o discusión del criterio expresado en dicha Norma; esta nota pretende precisamente abrir esa discusión. Se ciñe la misma al tema estricto de las tensiones críticas (bifurcación del equilibrio), sin entrar a discutir en qué medida estas tensiones son adecuadas para estimar las tensiones últimas (agotamiento) de las almas metálicas.

El criterio que se cuestiona es el establecido en el apartado 5.6.2.4 de la citada Norma MV-103 y en la tabla 5.4 de la misma, que definen el valor de la tensión de comparación crítica real (σ_{cor}) de un rectángulo de chapa solicitado por tensiones normales, en función de la correspondiente tensión de comparación crítica ideal (σ_{coi}). La relación entre ambas magnitudes se establece en la forma:

$$(a) \quad \sigma_{cor} = \sqrt{K_r} \sigma_{coi} \text{ si } \sigma_{coi} > \sigma_p; \\ \sigma_{cor} = \sigma_{coi} \text{ si } \sigma_{coi} \leq \sigma_p \quad (\sigma_p = \text{límite de proporc.})$$

siendo K_r un coeficiente dependiente del tipo de acero y de la magnitud σ_{coi} . Es inmediato que los valores de σ_{cor} propuestos en la tabla 5.4 de la citada Norma coinciden con los que resultan de aplicar (a) con el siguiente valor de K_r :

$$(b) \quad K_r = \frac{y_1(x)}{x}, \text{ siendo:}$$

$$(c) \quad x = \frac{\sigma_{coi}}{\sigma_e} \quad (\sigma_e: \text{límite elástico del acero; } \sigma_e = 2400, 2600 \text{ y } 3600 \text{ kp/cm}^2 \text{ respectivamente para aceros tipo A37, A42 y A52}).$$

$$(d) \quad y_1(x) = \alpha - \frac{(1-\alpha)^2}{2x} + \sqrt{\left[\alpha - \frac{(1-\alpha)^2}{2x}\right]^2 + 1 - 2\alpha} \\ = 0,8 - \frac{0,02}{x} + \sqrt{\left(0,8 - \frac{0,02}{x}\right)^2 - 0,6}$$

$$(e) \quad \alpha = \frac{\sigma_p}{\sigma_e} \quad (\text{se adopta } \alpha = 0,8)$$

Como primer término de comparación de este criterio, es lógico apelar a la Instrucción e.m.62; adaptando lo dispuesto en la misma a la notación de las fórmulas precedentes, se tiene:

$$(f) \quad \sigma_{cor} = K_r \sigma_{coi} \text{ si } \sigma_{coi} > \sigma_p; \\ \sigma_{cor} = \sigma_{coi} \text{ si } \sigma_{coi} \leq \sigma_p$$

Efectivamente, los valores numéricos de la relación tensión crítica reducida/tensión crítica real según la tabla XVIII de la Instrucción e.m.62, coinciden con el parámetro K_r calculado mediante las fórmulas (b) - (c) - (d).

Interesa, para proseguir esta discusión, introducir las siguientes variables:

$$(g) \quad y = \frac{\sigma_{cor}}{\sigma_e}$$

$$(h) \quad \lambda_o = \sqrt{\frac{\sigma_e}{\sigma_{coi}}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

Entonces los criterios (a) y (f) se expresan, respectivamente:

$$(i) \quad y = x y_1(x) \text{ si } x > \alpha; \\ y = x = 1/\lambda_o^2 \text{ si } 0 < x \leq \alpha \\ (j) \quad y = y_1(x) \text{ si } x > \alpha; \\ y = x = 1/\lambda_o^2 \text{ si } 0 < x \leq \alpha$$

De esta forma, la comparación de éstos y otros criterios puede efectuarse sobre la base de las correspondientes funciones $y(x)$ o $y(\lambda_o)$ (definidas analítica o numéricamente en cada caso); estas funciones presentan las ventajas formales de ser adimensionales e independientes del tipo de acero.

Si se comparan las dos funciones (i) (MV-103) y (j) (e.m.62), se observará que, mientras la segunda tiende a la unidad cuando $x \rightarrow \infty$ ($\lambda_o \rightarrow 0$), la primera se hace infinita en circunstancias análogas; esto último determina valores de la tensión crítica real superiores al límite elástico de cada acero (tabla 5.4 de la MV-103), lo cual es sin duda un contrasentido (*).

La bibliografía referida al final de esta nota expresa con claridad que, cuando se excede el límite de proporcionalidad del acero ($\sigma_{coi} > \sigma_p$), la tensión crítica ideal debe corregirse afectándola de un factor η igual a $(E_{s,tang}/E_s)'$, siendo $E_{s,tang}$ el módulo de elasticidad tangente del acero correspondiente a la tensión crítica real σ_{cor} , E_s el módulo de elasticidad del acero en régimen lineal ($E_s = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kp/cm}^2$) y r un exponente igual a 1/2 ó 1 según los distintos autores. No corresponde a esta nota el justificar este criterio

(*) Para chapas muy poco esbeltas puede llegar a iniciarse la fase de endurecimiento del acero (con grandes deformaciones) sin pandeo previo, siendo entonces la tensión efectiva de agotamiento superior al límite elástico. Pero ni es usual considerar este efecto, ni el mismo estaría correctamente definido por la citada tabla 5.4 de la MV-103.

ni uno u otro valor del exponente r ; es necesario, no obstante, resaltar que el valor $r = 1/2$ aparece como valor más preciso que el $r = 1$, el cual conduce a valores de σ_{cor} más del lado de la seguridad.

Se tiene, pues:

$$(k) \quad \sigma_{cor} = \eta \sigma_{coi}, \text{ con:}$$

$$(l) \quad \eta = \left(E_{s, tang} (\sigma_{cor}) / E_s \right)^r \text{ si } \sigma_{coi} > \sigma_p; \eta = 1 \text{ si } \sigma_{coi} \leq \sigma_p$$

Con objeto de permitir despejar explícitamente σ_{cor} , suele adoptarse para $E_{s, tang}$ la siguiente expresión cuadrática (DIN 4114):

$$(m) \quad E_{s, tang} (\sigma) = E_s \cdot \left[1 - \left(\frac{\sigma - \sigma_p}{\sigma_e - \sigma_p} \right)^2 \right] \text{ para } \sigma_p \leq \sigma \leq \sigma_e,$$

expresión que verifica $E_{s, tang} (\sigma_p) = E_s$ y $E_{s, tang} (\sigma_e) = 0$.

Con la notación (c) (e) y (g) se tiene, en forma dimensional:

$$(n) \quad y = \eta x$$

$$(o) \quad \eta = \left[1 - \left(\frac{y - \alpha}{1 - \alpha} \right)^2 \right]^r = \left[1 - \left(\frac{y - 0,8}{0,2} \right)^2 \right]^r = \pi(y)$$

Para deducir la relación funcional $y = y(x)$ es preciso resolver en cada caso la ecuación en y : $y = \eta(y)x$. Para $r = 1$ se obtiene precisamente $y = y_1(x)$ (expresión d); es decir, la elección $r = 1$ se corresponde con el criterio propuesto por la Instrucción e.m.62.

Para $r = 1/2$, resulta:

$$(p) \quad y = y_{1/2}(x) = \mu + \sqrt{\left(\mu + \frac{1}{\alpha} - 2 \right) \mu} = \mu + \sqrt{(\mu - 0,75) \mu} \text{ si } x > \alpha;$$

$y = x$ si $0 < x \leq \alpha$, siendo:

$$(q) \quad \mu = \frac{\alpha x^2}{(1 - \alpha)^2 + x^2} = \frac{0,8 x^2}{0,04 + x^2}$$

Entre otras, en las refs. núms. 4 y 5 (E.C.C.S.) se propone el criterio (k) - (l) con $r = 1/2$; se denomina pues abreviadamente "criterio ECCS" al definido por las expresiones (p) - (q), correspondientes a esa elección del exponente r .

Resumiendo: según la Instrucción e.m.62, el coeficiente reductor η , a aplicar a σ_{coi} cuando $\sigma_{coi} > \sigma_p$, vale:

$$(r) \quad \eta = \eta_1 = \frac{y_1(x)}{x} = K_r \text{ (expresiones b - c - d),}$$

mientras que según el "criterio ECCS":

$$(s) \quad \eta = \eta_{1/2} = \frac{y_{1/2}(x)}{x} \text{ (expresiones p - q)}$$

Es claro que $\eta_{1/2} \neq \sqrt{\eta_1}$, a pesar de que el coeficiente η_1 procede de adoptar $r = 1$ en la expresión (l), y de que $\eta_{1/2}$ corresponde a $r = 1/2$. Para obtener $\eta = \sqrt{\eta_1} = \sqrt{K_r}$ (es decir, el criterio de la Norma MV-103), sería preciso que en la expresión (l) el segundo miembro se particularizase para σ_{coi} en lugar de para σ_{cor} .

Se adjunta una comparación gráfica de los tres criterios comentados (e.m.62, ECCS y MV-103), disponiéndose:

$$\text{— En abscisas: } \lambda_0 = \sqrt{\frac{\sigma_e}{\sigma_{coi}}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\text{— En ordenadas: } y = \frac{\sigma_{cor}}{\sigma_e}$$

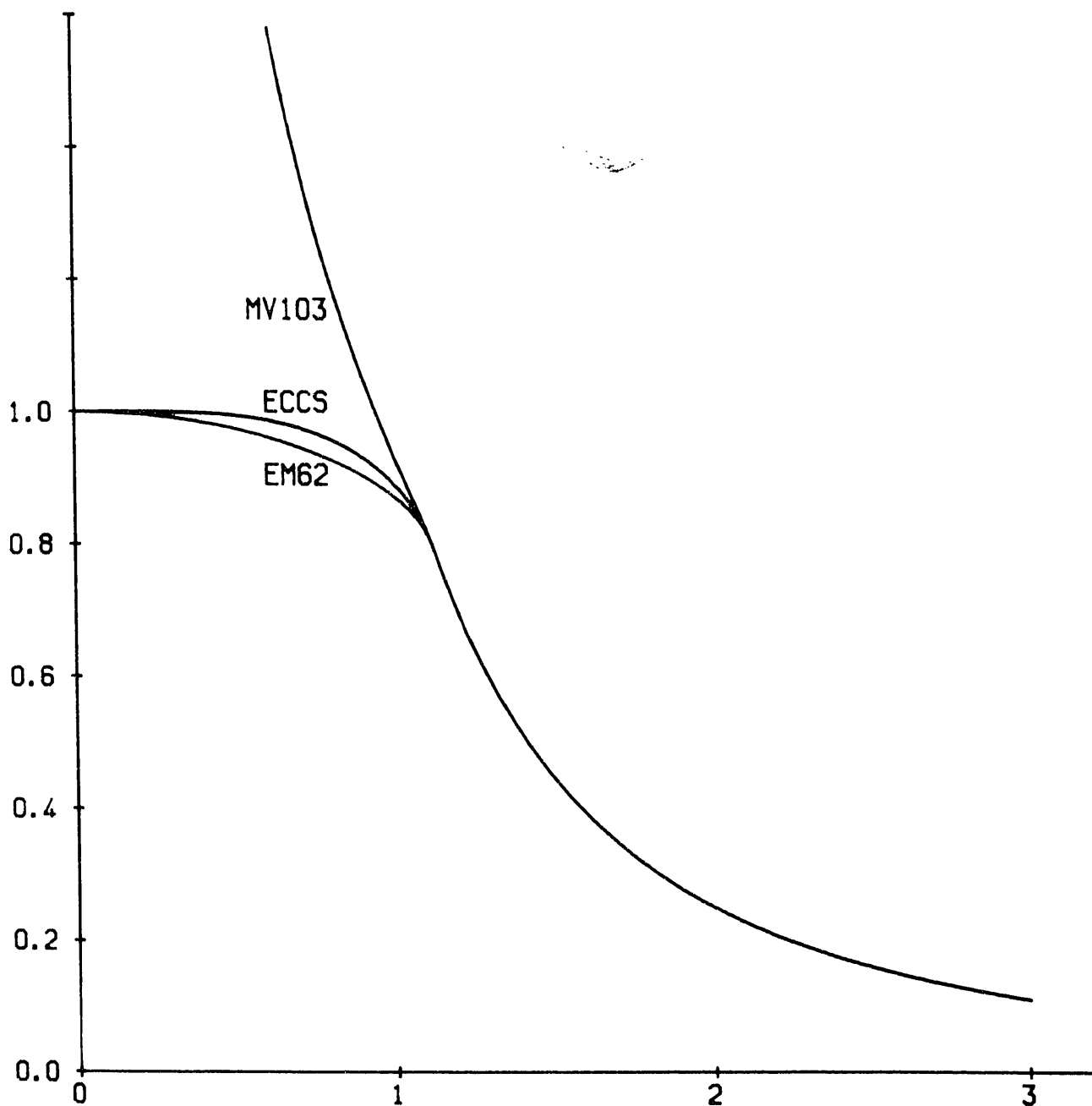
Las diferencias entre los dos primeros criterios (e.m.62 y ECCS) son poco importantes; las dos curvas correspondientes pueden aceptarse indistintamente como leyes "adimensionales" de pandeo de las chapas metálicas.

Se adjunta asimismo la tabla alternativa de la tabla 5.4 de la Norma MV-103, en caso de aplicación del segundo criterio (ECCS).

TABLA 5.4

ABOLAMIENTO DE ALMA ANELASTICO

Tensión de comparación crítica ideal (kp/cm ²)	Tensión de comparación crítica real (kp/cm ²)		
	A 37	A 42	A 52
1920	1920	1920	1920
2000	1983	2000	2000
2080	2027	2080	2080
2100	2037	2099	2100
2200	2078	2168	2200
2300	2111	2218	2300
2400	2138	2257	2400
2500	2161	2289	2500
2600	2181	2316	2600
2700	2199	2340	2700
2800	2214	2360	2800
2880	2225	2374	2880
2900	2227	2378	2899
3000	2239	2393	2974
3200	2260	2420	3077
3400	2277	2442	3151
3600	2290	2460	3207
3800	2302	2475	3252
4000	2312	2487	3290
4200	2320	2498	3321
4400	2327	2507	3347
4600	2334	2515	3370
4800	2339	2522	3390
5000	2344	2529	3407
5500	2354	2541	3442
6000	2361	2551	3468
6500	2367	2558	3488
7000	2372	2564	3503
8000	2378	2572	3526
10000	2386	2582	3553
20000	2397	2596	3588
100000	2400	2600	3600



Referencias

1. Norma MV-103: Cálculo de las estructuras de acero laminado en la edificación. Ministerio de la Vivienda, 1972 (págs. 55 y 56).
2. Instrucción e.m.62 para estructuras de acero, segunda edición. Instituto Eduardo Torroja, 1969 (págs. 140, 145 y 267).
3. Norma DIN 4114: v., por ej.: "El acero en la construcción", ed. Reverté, 1972 (págs. 656, 658 y 668).
4. Recommendations for Steel Constructions. European Convention for Constructional Steelwork, 1976 (Vol. II, Apéndice núm. 4, tablas 1.4.4.).
5. Manual on Stability of Steel Structures. European Convention for Constructional Steelwork, 1976 (ap. 6.1.4, pág. 151).
6. Timoshenko, S.: Teoría de la estabilidad elástica. Edlar, 1961 (ap. 71, págs. 418-423).
7. Brush, D. O.; Almroth, B. O.: Buckling of Bars, Plates and Shells. McGraw-Hill, 1975 (ap. 3.8, pág. 116).
8. (En imprenta.) Martínez Calzón, J.; Ortiz Herrera, J.: Construcción mixta. Ed. Rueda (ap. IV.7.4).