COMENTARIOS AL ARTICULO "DIFRACCION DE ONDAS MONOCROMATICAS POR UN DIQUE SEMIINDEFINIDO" DE J. R. ACINAS Y M. A. LOSADA, PUBLICADO EN EL NUMERO DE MARZO DE 1978

Por Miguel Angel HACAR BENITEZ
Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

"...Vienen a lo lejos las olas como manadas de caballos salvajes, adornados con crines de plata, empujándose; atropellándose; pero como si les faltara confianza en su dominación, la confianza en su justicia, vuelven atrás con el clamor de un ejército derrotado, en lágrimas brillantes, en hilos de agua, en blancos espumarajos" (1).

Como antiguo "aficionado" al estudio del oleaje y de su acción sobre las obras portuarias he procurado tratar de seguir algo de lo que sobre ello se va publicando y en especial la contribución española que estimo ha sido de importancia en los últimos años.

Quiero agradecer a J. R. Acinas y a M. A. Losada la alusión que hacen a mis artículos de la Revista de Obras Públicas de 1953 y 1964.

En este último me limité a presentar la solución de Putman y Arthur (1948) que permite determinar, con cierta aproximación y a distancia suficiente del extremo del dique, la altura y la fase de la ola en cualquier punto, siempre que se trate de profundidad constante. Basta el auxilio de una sencilla tabla con las clásicas integrales C y S de Fresnel.

El trabajo que presentan estos compañeros es más preciso. Partiendo de la solución de Sommerfeld y de los estudios de Penny y Price, que desarrolló y tabuló R. L. Wiegel, (2) dan una tabla muy útil de triple entrada en la que, en función del ángulo de incidencia del Oleaje θ_0, queda definido el coeficiente de difracción K_d (altura relativa de la onda difractada con respecto a la incidente) en cada punto, definido este por sus coordenadas polares: θ_0 ángulo con respecto al dique, y R/L o radio relativo (con respecto a la longitud L de la ola incidente) desde el extremo exterior o morro del dique (fig. 1a.).

Esta tabla es la que indicaba yo en 1964 que convenía hacer. Me satisface que al cabo de catorce años estos compañeros la hayan hecho superando en calidad y precisión la que yo entonces pensaba realizar.

Su utilidad es indudable para las aplicaciones prácticas pues, aunque sea para profundidad constante, puede servir para tanteos y anteproyectos.

Yo me he permitido resumir algunos de los resultados en la figura 2a. que adjunto. Para ángulos de θ_0 comprendidos entre 45º y 135º indico unos valores medios, groseramente aproximados del coeficiente de difracción en 10 puntos de la zona abrigada; 5 de ellos para distancias relativas R/L = 2 y otros cinco para R/L = 5.

El dique semiindefinido puede considerarse como caso particular límite de la boca de entrada a un puerto formado por dos diques semiindefinidos situados en la misma alineación (3), al agrandar indefinidamente el ancho l = 2c de dicha boca, como se ve en la figura 3a.

También dicho dique semiindefinido podrá considerarse como límite de un dique rectilíneo aislado (4), de longitud l' = 2c' cuando esta crece indefinidamente. Indicamos esto en la figura 3b.

Pensamos que puede ser conveniente, en lugar de utilizar las clásicas coordenadas cartesianas rectangulares (x;y) o las polares (R;θ) utilizar otros sistemas de coordenadas curvilíneas ortogonales, como por ejemplo las parabólicas (ξ ; η) o de Hankel (doble sistema de parábolas homofocales) (fig. 4a).

$$x = \frac{\xi - \eta^2}{K} \qquad y = \frac{2\,\xi\,\eta}{K} \tag{5}$$

De este modo el dique semiindefinido vendría dado sencillamente por $\xi = 0$; la semirrecta, prolongación del mismo, por $\eta = 0$; la perpendicular en su extremo sería $\xi = \eta$, etc.

Para estudios de dique aislado o boca con dos diques semiindefinidos en prolongación, sería sencillo utilizar coordenadas elípticas homofocales (η , ξ)

$$x = c \operatorname{ch} \cos \xi \; ;$$

$$y = c \operatorname{sh} \eta \operatorname{sen} \xi \tag{6}$$

Los focos corresponderían a los extremos (del dique aislado o de los dos semiindefinidos) (fig. 4b)

También podrían utilizarse coordenadas bipolares (η ; ξ) tales que: (fig. 4c)

$$x = c \frac{\operatorname{sh} \eta}{\operatorname{ch} \eta - \cos \xi}$$

$$y = c \frac{\operatorname{sen} \xi}{\operatorname{ch} \eta - \cos \xi} \; ; \text{etc, etc.}$$

La ventaja de cualquiera de estos sistemas es que determinan inmediatamente una malla rectangular y cuadrada. El elemento diferencial en estas coordenadas curvilíneas ortogonales (α_2 , α_2) está dado por: $ds^2 = g_1\, d\,\alpha_1 + g_2\, d\,\alpha_2$ siendo g_1 y g_2 funciones de α_1 y α_2 Entonces el operador de Laplace aplicado a la función de ondas F (α_1 α_2) es:

$$\Delta F = \frac{1}{\sqrt{g_1\, g_2}} \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_1} \left(\sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \; \frac{\partial F}{\partial \alpha_1} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial}{\partial \alpha_2} \left(\sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \; \frac{\partial F}{\partial \alpha_2} \right) \right]$$

Así por ejemplo, en coordenadas polares, como $ds^2 = dr^2 + r^2\, d\theta^2$

$$g_1 = 1, \qquad g_2 = r^2$$

$$\Delta F = \frac{1}{r} \left[\left(\frac{\partial F}{\partial r} + r\, \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{r}\, \frac{\partial F}{\partial \theta^2} \right] = \frac{\partial^2 F}{\partial^2 r^2} +$$

$$+ \frac{1}{r}\, \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\, \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2}$$

Su anulación, en el caso de tratarse de coordenadas polares, dá origen a las conocidas funciones de Bessel. En coordenadas elípticas a las funciones de Mathieu; etc.

Finalmente diremos que el problema de la distribución del oleaje en el caso general, se reduce a construir una solución de la ecuación $AF+K^2F=0$ lo que se logra a partir de las funciones de Green (7) de 1a. y 2a. especie $G_1(M_i, M_j)$ y $G_2(M_i, M_j)$, considerando que la agitación en el punto M_i resulta de la suma de las agitaciones inducidas por todos los puntos M_j del contorno C

$$F(M_i) = -\frac{i}{4}\int_c F(M_j)\,\frac{\partial G_1}{\partial n}\,ds$$

ó

$$F(M_i) = \frac{i}{4}\int_c \frac{\partial F(M_j)}{\partial n}\,G_2\,ds$$

El conocimiento de las funciones de Green y del reparto de la agitación sobre el contorno (M_j) permite pues conocer la agitación en cualquier punto del dominio considerado.

Se puede probar que en el caso en que el dominio esté limitado por una frontera rectilínea las funciones de Green pueden contruirse a partir de las funciones de Hankel de primera especie de orden uno y cero.

Para otra ocasión —espero no retrasarme otros catorce años— expondré algunas consideraciones sobre la "onda lateral" que puede aparecer cuando la refracción se presenta en determinadas condiciones. Es posible que esto ayude algo a explicar en parte las "corrientes" que aparecen a lo largo de las playas y de los diques, las cuales contribuyen al transporte de arena en las primeras y a producir inestabilidades en los segundos. Aunque sobre ello he encontrado poco escrito (8) con rigor en ondas en los líquidos, puede ocurrir que esté poco informado, y me alegraría que se me adelantase a explicarlo algún competente compañero o exdiscípulo como en el caso que hemos examinado. "La mayor gloria para un maestro no es ser admirado por sus discípulos sino superado por ellos", como dijo alguien...

Si me disculpan diré algo más sobre el mar. Creo que vale la pena de recoger lo que escribió Gracián (9) hace más de tres siglos.

"... Parece que envidioso el mar de la tierra, haciéndose lenguas en sus aguas, me acusaba de tardo y a las voces de sus olas me llamaba atento a que emplease otra gran porción de mi curiosidad en su prodigiosa grandeza. Cansado, pues, yo de caminar, que no de discurrir, sentéme en una de estas más eminentes rocas, repitiendo tantos pasmos cuantas el mar olas. Ponderaba mucho aquella su maravillosa prisión, el ver un tan horrible y espantoso monstruo reducido a orillas y sujeto al blando freno de la menuda arena...". Esto de "sujeto al blando freno de la menuda arena" es formidable y definitivo.

---

(1) Pío Baroja: "Las inquietudes de Shanti Andía" (Los arrecifes de Frayburo).

(2) Recogido por Robert M. Sorensen en "Basic Coastal Engineering" John Wiley and Sons 1978.

(3) Expuesto por R. L. Wiegel en "Oceanographical Engeneering" Prentice-Hallinc. 1964. Recoge los coeficientes de difracción tanto en diques semiindefinidos como de bocas de puerto (semiindefinite breakwater a single breakwater gap) para oleaje normal y oblicuo a los diques y para distintos anchos relativos de la boca.

(4) Michael Stiassnie and Gedeon Dagan "Wave defraction buy Detached breakwater" Proceed of the ASCE. Vol. 98 n.° - WW.2. May. 1972 pp. 209-224.

(5) Horace Lamb "Hydrodinamics" Dover Publications 1945. Diffraction by a semi-infinite screen" Chap X.

(6) Ver artículo citado de M. Stiassnie y otro.

(7) D. Marín Toyos "tratado de ecuaciones diferenciales" Cap. 4 Madrid 1942.
- I an N. Sneedon "partial Differential Equations" pp 121 y siguientes MC. Graw 1957.
- S. Colombo "Les équations aux dérivées partielles en Physique et en Mécanique des milieux continus" Masson 1976 (Chap 5 y 6).

(8) René Bonnefille "Cours d'Hydraulique Maritime" Chap. 3, Masson 1976.

(9) W. Pfiester und O. H. Roth "Reflexión am geschichteten Medium" Jabrbuch 1938. Der Deutschen Luftfahrforschung" III pp. 53-58.
- L. Landau et E. lifchitz "Mecanique des fluides" Ed. Mir 1971 Chap 8.
- W. M. Ewing; W. S. Jardetzlay; F. Press "Elastic Waves in layered media". Mc. Graw 1957.

(10) Baltasar Gracián "El Criticón" 1.ª parte. Crisis 3.ª.

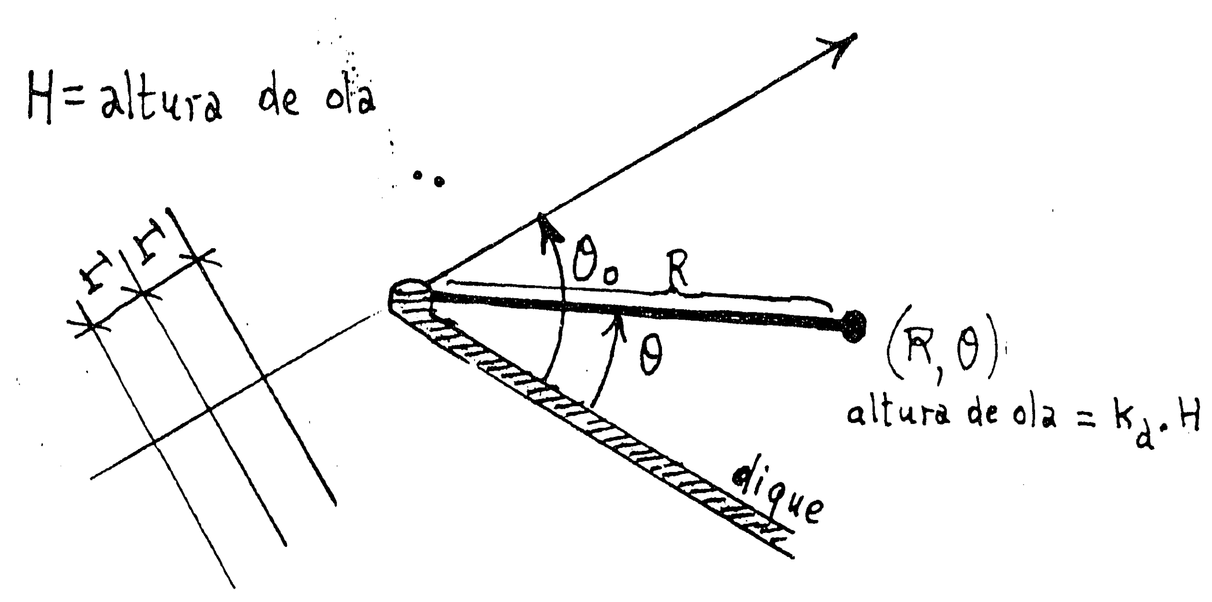


Fig. 1

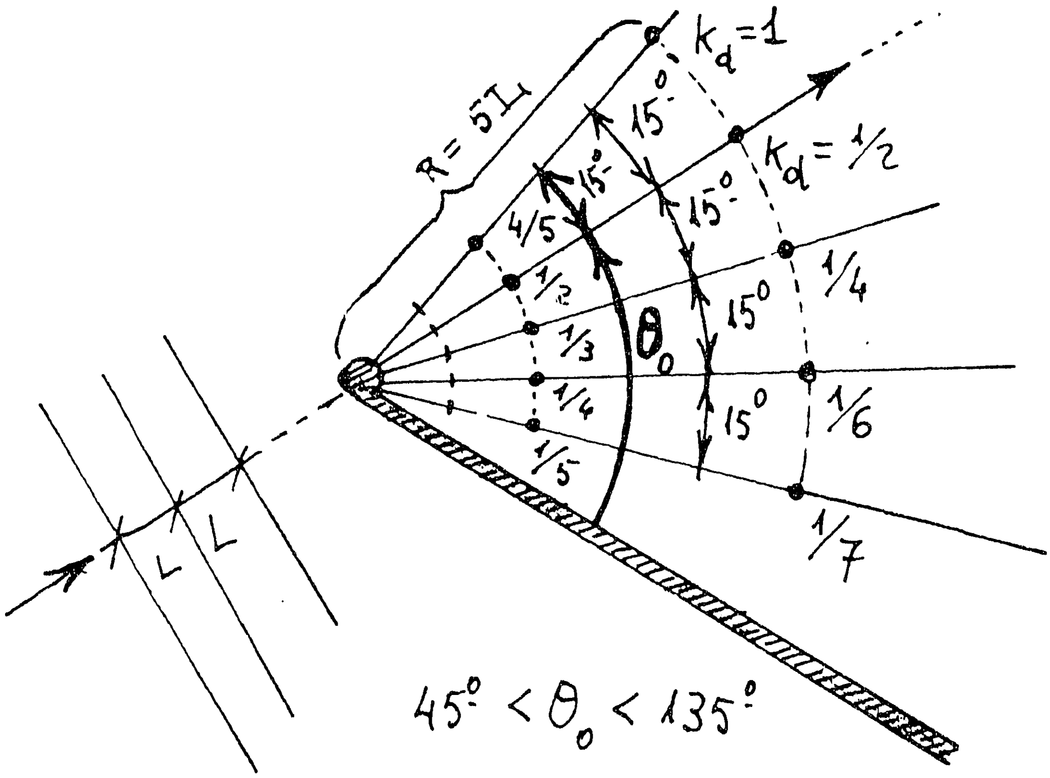

$K_d = 1$
$R = 5I_1$
15°
15°
15°
15°
15°
15°
$K_d = 1/2$
4/5
1/2
1/3
1/4
1/5
1/4
1/6
1/7
θ_0
L
L
45° < θ_0 < 135°

Fig. 2

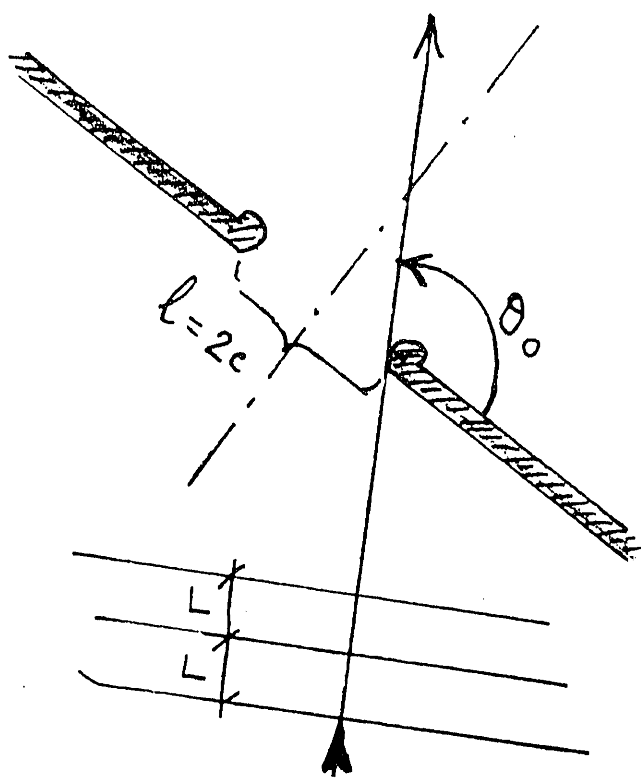
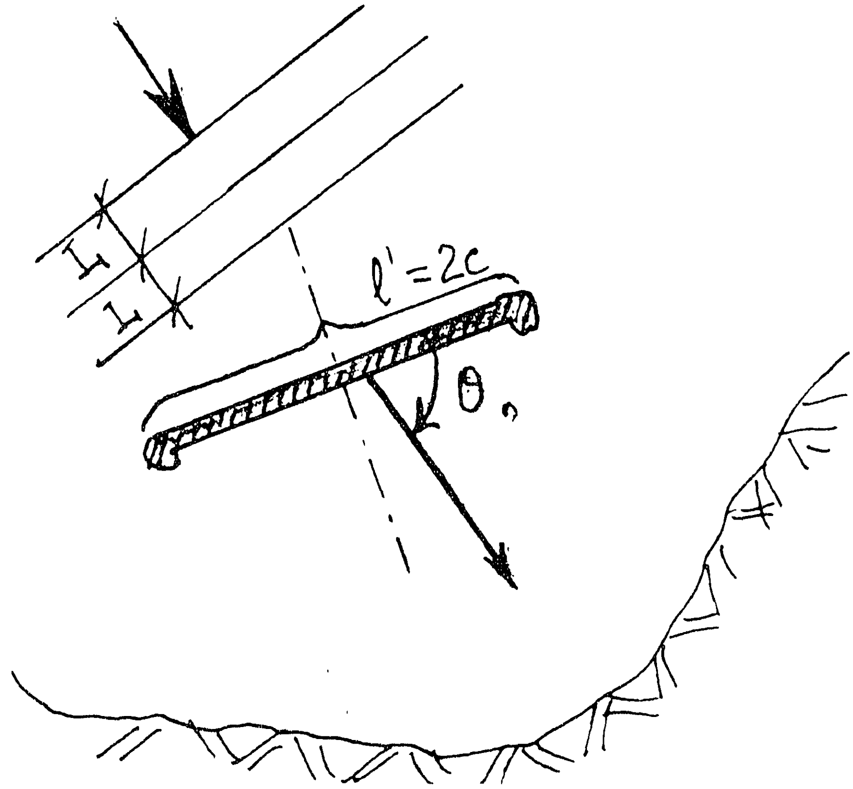
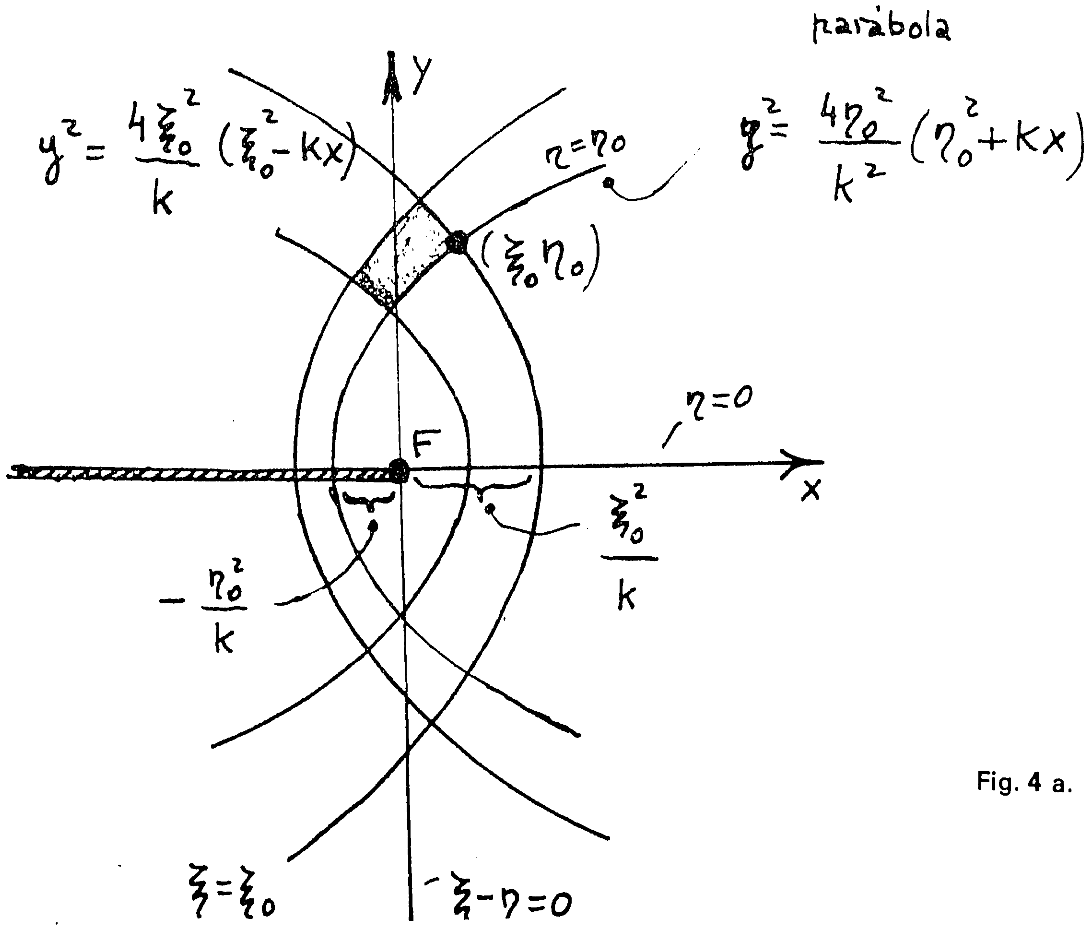

$\ell = 2c$
θ_0
L
L

Fig. 3



L
L
l' = 2c
θ₀

Fig. 3 b.



parábola
y
$y^2 = \frac{4\xi_0^2}{k}(\xi_0^2 - kx)$
$y^2 = \frac{4\eta_0^2}{k^2}(\eta_0^2 + kx)$
$\eta = \eta_0$
$(\xi_0 \eta_0)$
$\eta = 0$
F
x
$\frac{\xi_0^2}{k}$
$-\frac{\eta_0^2}{k}$
$\xi = \xi_0$
$\xi - \eta = 0$

Fig. 4 a.

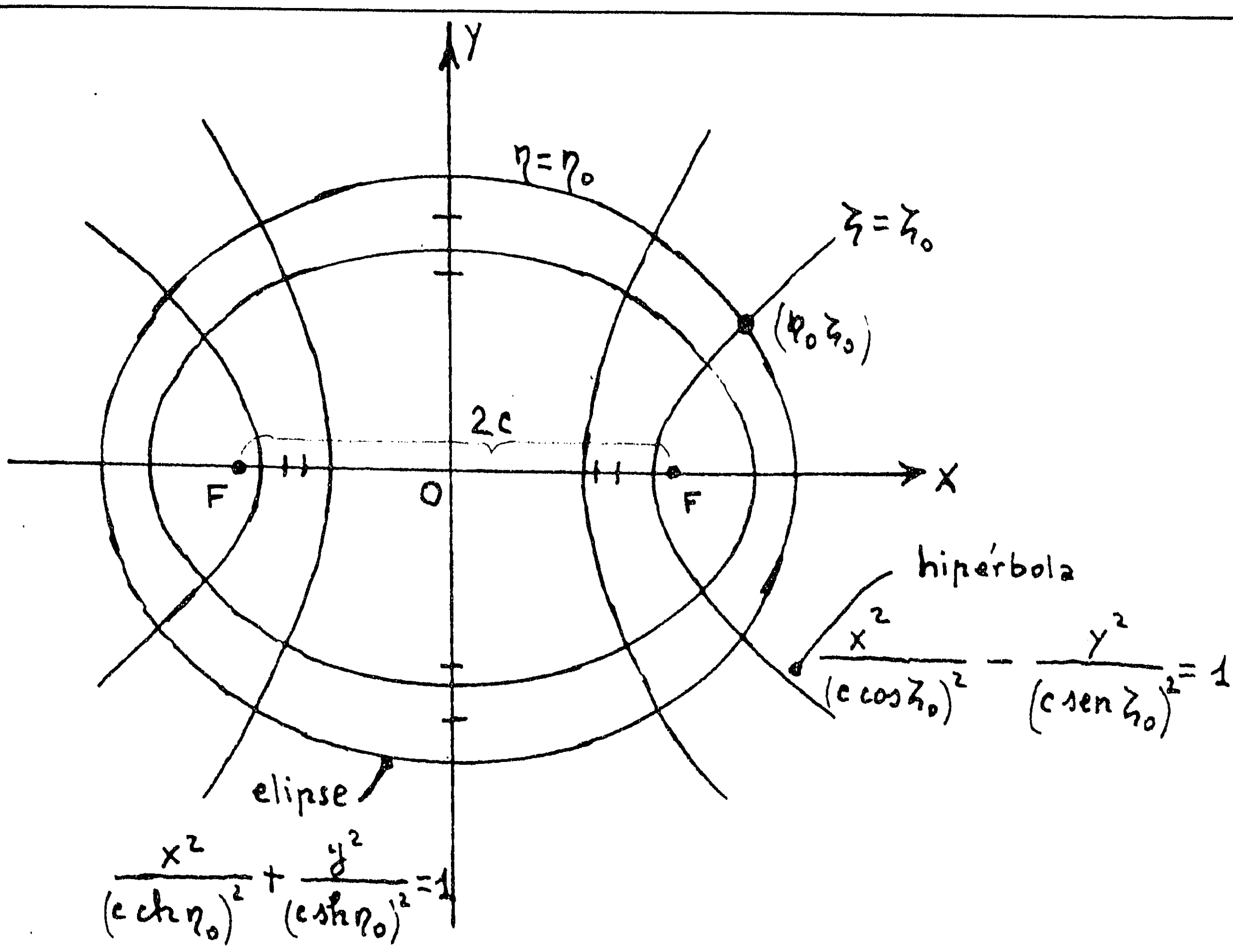

y
$\eta=\eta_0$
$\zeta=\zeta_0$
$(\eta_0\zeta_0)$
2c
X
F
O
F
hipérbola
$\frac{x^2}{(c\cos\zeta_0)^2}-\frac{y^2}{(c\,\mathrm{sen}\,\zeta_0)^2}=1$
elipse
$\frac{x^2}{(c\,\mathrm{ch}\,\eta_0)^2}+\frac{y^2}{(c\,\mathrm{sh}\,\eta_0)^2}=1$

Fig. 4 b.

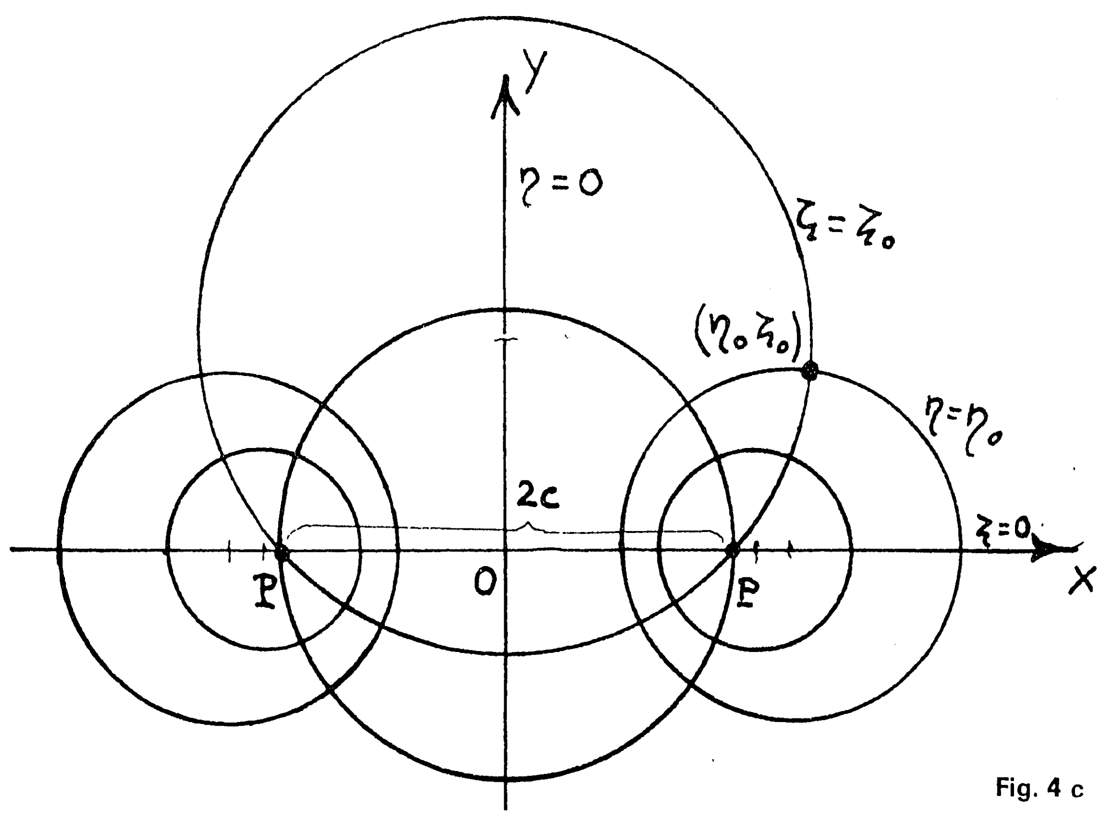

y
$\eta=0$
$\zeta=\zeta_0$
$(\eta_0\zeta_0)$
$\eta=\eta_0$
2c
$\zeta=0$
X
P
O
P

Fig. 4 c