Revista de OBRAS PUBLICAS

Año CXXV SEPTIEMBRE 1978 Núm. 3161

INCIDENCIA DE LOS DATOS DISPONIBLES EN LA FIABILIDAD DE LA ESTIMACION DE LA OLA DE CALCULO EN LAS OBRAS MARITIMAS*

Por MIGUEL A. LOSADA
ENRIQUE CASTILLO
JAIME PUIG-PEY
Doctores Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, E.T.S. de Ingenieros de Caminos de Santander

En el presente artículo se obtiene una valoración de la influencia de los datos disponibles en la elección de la ola de cálculo de obras y estructuras marítimas, mediante el empleo de la teoría estadística de los intervalos de confianza. Para ello se supone que la ocurrencia de las olas con altura superior a un cierto valor durante un período D (vida útil de la obra) es poissoniana, si bien la teoría desarrollada es igualmente válida para cualquier otro tipo de distribución.

1. INTRODUCCION

Uno de los problemas más frecuentes del ingeniero, que trabaja con variables aleatorias, es cuantificar el valor exacto de los datos de que dispone, o dicho en otras palabras, conocer hasta qué punto la información que posee es o no significativa para determinadas predicciones. El problema puede también plantearse como la determinación de la cantidad de información necesaria para operar dentro de una determinada fiabilidad.

Conviene desde el principio separar las tres fuentes de incertidumbre presentes en todo problema de este tipo, que son:

a) Incertidumbre asociada al modelo que reproduce el fenómeno.
b) Incertidumbre asociada a los parámetros del modelo.
c) Incertidumbre asociada a su propio carácter aleatorio.

Por incertidumbre del modelo entendemos la asociada al desconocimiento del tipo o familia de modelos que rigen un fenómeno completo; así muchas veces se desconoce si tal fenómeno viene regido por la ley de Poisson, binomial, geométrica, etc. Por tanto la hipótesis de que dicho fenómeno viene regido por una de ellas lleva asociada una incertidumbre que denominamos incertidumbre asociada al modelo.

Por incertidumbre asociada a los parámetros entendemos la que se deriva del desconocimiento del valor del parámetro real del modelo, supuesto éste perteneciente a una familia, dentro de la cual se encuentra el que describe el fenómeno analizado. Así por ejemplo en la hipótesis de que un fenómeno puede describirse por un modelo de la familia poissoniana, queda por estimar el parámetro real que lo determina dentro de la misma. Ello lleva consigo una incertidumbre que se denomina asociada a los parámetros.

Finalmente y supuesto perfectamente conocido el modelo que reproduce el fenómeno y sus parámetros queda aún una componente más de incertidumbre que se deriva del carácter aleatorio del modelo. Así, en el caso del ejemplo anterior y supuesto conocido no sólo que el proceso es poissoniano, sino también el parámetro real del mismo, no puede asegurarse el número de ocurrencias que tendrán lugar en un período dado, ya que se trata de un fenómeno aleatorio.

En este trabajo sólo se presta atención a la incertidumbre asociada a los parámetros, que suele ser la que da mayores problemas en los casos prácticos, especialmente en el campo de las obras marítimas cuya solicitación principal es el oleaje.

En los últimos años se ha venido desarrollando una intensa actividad en el registro directo de los principales parámetros de oleaje, especialmente de la altura de ola, lo cual permite disponer de una cierta información a la hora de proyectar una obra marítima. Una característica común en toda esta información suele ser su reducida dimensión en el tiempo, es decir que lo frecuente es disponer de pocos años de datos.

Uno de los problemas de más interés y sin embargo muy poco tratado en la literatura existente, es la determinación del valor real de esta información para la predicción de futuros acontecimientos.

Así por ejemplo si se dispone de un conjunto de datos de altura de ola recogidos durante tres años, la pregunta del proyectista es acerca de la precisión con que pueden estimarse las probabilidades de ocurrencia de determinados sucesos, de qué depende, y cómo mejora al aumentar el período de registro. El objetivo de este artículo es precisamente dar algo de luz a estos problemas, para lo cual se ha utilizado el modelo de Poisson y se han determinado los inter-

* Se admiten comentarios al presente artículo, que pueden ser enviados a la Redacción de la Revista hasta el 30 de Noviembre de 1978.

valos de confianza del parámetro en función de los datos muestrales, si bien la metodología desarrollada es igualmente válida para otro tipo de modelos.

2. PROCESOS DE POISSON. REVISION CONCEPTUAL

Consideremos una sucesión en el tiempo de sucesos aleatorios que tienen lugar en los instantes t_1, t_2, ... Así por ejemplo la ocurrencia de olas de altura mayor que una dada. El estudio de fenómenos de este tipo lleva a considerar el proceso estocástico N (t) que da el número de sucesos ocurridos en el intervalo (0,t).

En el proceso llamado de Poisson se hacen las hipótesis siguientes:

1) La probabilidad de que ocurra un solo suceso en un corto intervalo, Δt, de tiempo, es $\lambda.\Delta t$, es decir
$$P_1(\Delta t) = \lambda.\Delta t + O(\Delta t)^2 \qquad (1)$$
donde $P_n(\Delta t)$ es la probabilidad de n sucesos en el intervalo Δt.

2) La probabilidad de que ocurra más de un suceso en un mismo intervalo Δt suficientemente pequeño, es despreciable frente a la anterior, es decir
$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_n(\Delta t)}{\Delta t} = 0 \ (\text{para } n > 1) \qquad (2)$$

3) El número de sucesos que ocurren en dos intervalos de tiempo sin solape son variables aleatorias independientes.

4) La probabilidad $P_n(t)$ de n sucesos en dos intervalos de tiempo idénticos son las mismas.

Basándose en estas hipótesis y resolviendo las ecuaciones diferenciales y en diferencias que resultan se llega a que
$$P_n(t) = e^{-\lambda . t} \cdot \frac{(\lambda . t)^n}{n!} \qquad (3)$$
donde λ es el parámetro de Poisson que representa el número medio de sucesos que ocurren en la unidad de tiempo.

La estimación del parámetro λ puede hacerse mediante el estimador puntual, $\hat{\lambda}$, tal que
$$\hat{\lambda} = \frac{\text{número de sucesos en el intervalo } t}{t} \qquad (4)$$

3. INTERVALOS DE CONFIANZA

La estimación del parámetro λ mediante estimadores puntuales tiene el inconveniente de no dar información acerca de su precisión, en el sentido de que no proporciona una idea de lo próximo que puede estar $\hat{\lambda}$ a su verdadero valor. Este problema se puede resolver mediante el método de los intervalos de confianza, ($\hat{\lambda}^1$, $\hat{\lambda}^2$), asociados a un nivel de confianza (1 - α), variando entre 0 y 1. El significado de este intervalo de confianza ($\hat{\lambda}^1$, $\hat{\lambda}^2$) es que para los valores de $\hat{\lambda}^1$ y $\hat{\lambda}^2$ que resultan del 100. (1 - α) % de las muestras posibles, el verdadero valor, λ , del parámetro pertenecerá a dicho intervalo.

El método de los intervalos de confianza puede plantearse de la siguiente forma: dada una variable aleatoria N cuya función de densidad es f(n; λ), donde λ es el parámetro, una muestra aleatoria simple (n_1, n_2, ..., n_p) y un nivel de confianza (1 - α), se trata de determinar dos funciones, $\hat{\lambda}_1$ (n_1, n_2, ..., n_p; α) y $\hat{\lambda}_2$ (n_1, n_2, ..., n_p; α) tales que:
$$P_r\left[\hat{\lambda}_1(n_1, n_2, ..., n_p; \alpha) \leq \lambda \leq \hat{\lambda}_2(n_1, n_2, ..., n_p; \alpha)\right] \geq 1 - \alpha \quad (5)$$
Al intervalo ($\hat{\lambda}_1$, $\hat{\lambda}_2$) se le llama intervalo de confianza para λ .

Para la obtención de estos intervalos de confianza uno de los métodos más conocidos es el método de Neyman que se describe a continuación.

Supóngase una variable aleatoria N, cuya función de densidad o probabilidad f(n; λ), y $\hat{\lambda} = \hat{\lambda}(n_1, n_2, ..., n_p)$ un estadístico cuya función de densidad es h($\hat{\lambda}$; λ). (Fig. 1). Dado un nivel de confianza (1 - α) pueden determinarse unas funciones

$\hat{\lambda}_1 = \hat{\lambda}_1(\alpha, \lambda)$ y $\hat{\lambda}_2 = \hat{\lambda}_2(\alpha, \lambda)$ (líneas de trazos en la figura) tales que
$$P_r\left[\hat{\lambda}_1(\alpha, \lambda) < \hat{\lambda} < \hat{\lambda}_2(\alpha, \lambda)\right] = \int_{\hat{\lambda}_1(\alpha, \lambda)}^{\hat{\lambda}_2(\alpha, \lambda)} h(\hat{\lambda}, \lambda).d\hat{\lambda} = 1 - \alpha \qquad (6)$$

Además se verificará
$$\int_{-\infty}^{\hat{\lambda}_1(\alpha, \lambda)} h(\hat{\lambda}, \lambda).d\hat{\lambda} = \alpha_1 \qquad (7)$$
$$\int_{\hat{\lambda}_2(\alpha, \lambda)}^{\infty} h(\hat{\lambda}, \lambda).d\hat{\lambda} = \alpha_2 \qquad (8)$$

siendo
$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$$

Al variar λ , el intervalo ($\hat{\lambda}_1$, $\hat{\lambda}_2$) engendra en el plano (λ , $\hat{\lambda}$) un conjunto D (α) (área punteada en la figura), tal que las condiciones
$$(\lambda, \hat{\lambda}) \in D(\alpha) \qquad (10)$$
y
$$\hat{\lambda}_1(\alpha, \lambda) \leq \hat{\lambda} \leq \hat{\lambda}_2(\alpha, \lambda); \forall \lambda \qquad (11)$$
son equivalentes.

Además si las funciones $\hat{\lambda}_1$ y $\hat{\lambda}_2$ son monótonas, fijando un $\hat{\lambda}$, pueden encontrarse dos funciones $\lambda_1(\alpha, \hat{\lambda})$ y $\lambda_2(\alpha, \hat{\lambda})$ tales que las condiciones (10) y (11) son también equivalentes a:

$$\lambda_1(\alpha,\hat{\lambda}) < \lambda < \lambda_2(\alpha,\hat{\lambda}) \qquad (12)$$

condición que define el intervalo de confianza de λ.

Resulta interesante observar que este método deja dos grados de libertad: por un lado puede elegirse el estadístico $\hat{\lambda}$, y por otro, la descomposición $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$. Ello hace que los intervalos de confianza no sean los únicos y tiene, por lo tanto, sentido hablar de intervalos de confianza óptimos.

Cuando $\alpha_1 = 0$ ó $\alpha_2 = 0$, los intervalos se llaman unilaterales, y en otro caso, bilaterales.

3.1 Intervalos de confianza del parámetro de Poisson, λ.

Si se aplica el desarrollo anterior a una variable aleatoria de Poisson de parámetro $v.t_1$, resulta que las ecuaciones (7) y (8) se convierten en

$$\sum_{i=0}^{\hat{\lambda}_1(\alpha,\lambda)} e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^i}{i!} = \alpha_1 \qquad (13)$$

$$\sum_{i=\lambda_2(\alpha,\lambda)}^{\infty} e^{-\lambda} \cdot \frac{i}{i!} = \alpha_2 \qquad (14)$$

siendo $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$ y $\lambda = v.t_1$.

Además según (12) existirán dos funciones $\lambda_1(\alpha,\hat{\lambda})$ y $\lambda_2(\alpha,\hat{\lambda})$ tales que se tiene

$$P_r\left[\lambda_1(\alpha,\hat{\lambda}) < \lambda < \lambda_2(\alpha,\hat{\lambda})\right] \geq 1 - \alpha \qquad (15)$$

La resolución de las ecuaciones (13) y (14), es decir, la obtención de las funciones $\hat{\lambda}_1$ y $\hat{\lambda}_2$ para los valores (α_1=0.10; α_2=0), (α_1=0.05; α_2=0) y (α_1=0.01 α_2=0) que corresponden a un nivel de confianza del 90, 95 y 99 % conduce a los resultados que aparecen en la figura 2 (curvas a,b y c) respectivamente. Se trata de intervalos unilaterales.

En lo que sigue se trabajará únicamente con intervalos unilaterales del tipo (0, λ_2), ya que desde el punto de vista de proyecto son los más útiles, pues lo que interesa saber es la cota superior de las solicitaciones.

3.2 Valoración de la información y extrapolación

Hasta ahora se han obtenido los intervalos de confianza del parámetro λ correspondiente a un período de observación t_1 (que es en este caso el tamaño de la muestra). Sin embargo, en la práctica, el período de utilización del modelo no suele coincidir con el período del que se disponen datos. Esto no plantea problema alguno, ya que si el intervalo para $\lambda = v.t_1$ (correspondiente al período t_1) es:

$$0 \leq v.t_1 \leq \lambda_2(\alpha,\hat{\lambda}) \qquad (16)$$

El intervalo para $\lambda = v.T$ (correspondiente al período T) es:

$$0 \leq v.T \leq \lambda_2(\alpha,\hat{\lambda}) \cdot \frac{T}{t_1} \qquad (17)$$

El estadístico $\hat{\lambda}$ que se utilizará en lo que sigue será el número de ocurrencias del suceso poissoniano en el período t_1, por lo que se designará N_{t_1}.

La expresión (17) puede ponerse en la forma

$$0 \leq v.T \leq \frac{\lambda_2(\alpha, N_{t_1})}{N_{t_1}} . N^*.T \qquad (18)$$

donde

$$N^* = \frac{N_{t_1}}{t_1} \qquad (19)$$

representa el número medio de observaciones por unidad de tiempo.

La expresión (18) permite valorar la precisión de la información. Con este objeto se ha dibujado en la fig 3 (curvas a,b y c) la variación de la función $\lambda_2(\alpha, N_{t_1})$ con N_{t_1} para los valores del nivel de significación α = 0.10, 0.05, 0.01 respectivamente. Debido a la forma de escalera de los intervalos de confianza al variar la media muestral, la función $\lambda_2(\alpha, N_{t_1})$ no está unívocamente definida, ya que a cada valor de N_{t_1} le corresponde un intervalo de variación de $\lambda^2(\alpha, N_{t_2})$ que se va estrechando al crecer N_{t_1}. En cualquier caso, tomando la curva que se ha marcado, se está del lado de la seguridad.

Conviene señalar que para un tiempo fijo T y un número medio muestral N* de sucesos, que representa la "rareza" de ocurrencia del fenómeno, esta función da una medida del incremento de dicho intervalo asociado a la ausencia o falta de información. Así puede comprobarse que para $N_{t_1} \longrightarrow \infty$, lo cual implica conocimiento perfecto del fenómeno, la función tiende a la unidad, es decir que N* tiende al verdadero valor del parámetro v. Para otros valores de N_{t_1} puede comprobarse cómo la amplitud del intervalo aumenta hasta multiplicarse por factores que superan el valor 4.5.

En consecuencia, la figura 3 (a, b y c) permiten valorar la reducción del intervalo de confianza que podrían conseguirse al aumentar el número de ocurrencias registradas e indirectamente el tiempo de observación. Es claro que, por ejemplo, para α = 0.05, fig. 3.b, a partir de 15 ó 20 ocurrencias en el período de observación la reducción que se obtiene en la amplitud del intervalo de confianza al aumentar dicho período es muy pequeña. Sin embargo, pueden existir casos en que una pequeña reducción en el intervalo del parámetro v conduzca a un cambio muy grande en el parámetro de proyecto, si bien esto no es frecuente en los casos normales en ingeniería.

INCIDENCIA DE LOS DATOS DISPONIBLES EN LA FIABILIDAD DE LA ESTIMACION DE LA OLA DE CALCULO EN LAS OBRAS MARITIMAS

4. APLICACION AL OLEAJE

Algunos investigadores (Crámer, 1966; Battjes, 1977) han propuesto que el comportamiento del número de olas de gran altura es poissoniano. Las conclusiones de Battjes son aplicables tanto a procesos con espectro de banda ancha como de banda estrecha, no exigiéndose tampoco la estacionariedad del oleaje. En esta hipótesis podemos aplicar lo desarrollado sobre intervalos de confianza de Poisson en los apartados anteriores en el caso de olas de gran altura, siendo de una gran utilidad para la valoración de los datos disponibles en la elección de la ola de cálculo.

Supongamos que al iniciar el proyecto disponemos de t_1 años de observación, en los que habrán ocurrido n_1 olas de altura mayor que H_1, n_2 olas de altura mayor que H_2, etc.

En la actualidad es cada vez más frecuente considerar como dato básico de partida para el proyecto de obras marítimas su probabilidad de fallo, K, cuyo valor se fija, bien por una normativa existente o por el propietario. Entonces, fijado K y considerando un número de olas N que producen el colapso de la obra al incidir sobre ella a lo largo de su vida útil, la elección óptima de altura de ola de cálculo H, para la información disponible será la correspondiente a una distribución del número de olas de altura mayor o igual que H, que pase por el punto (N,K) de la fig. 4. Para estar del lado de la seguridad con el nivel de confianza con que se debe trabajar debido a la incertidumbre del parámetro, la distribución $C\alpha$(fig.4) correspondiente a la altura de ola de cálculo que se elija debe dejar a su derecha al punto (N,K), teniendo como parámetro el extremo $\lambda_2(N_{t_1};\ \alpha)$ del intervalo de confianza del parámetro real. A dicho parámetro real le corresponderá una distribución C que en el 100 $(1-\alpha)$% de los casos estará por debajo de la curva $C\alpha$, siendo la probabilidad real de fallo de la obra γ. La separación entre las curvas C y $C\alpha$ da una idea del nivel de conocimiento que se tiene del fenómeno analizado, y por tanto del sobrecoste inicial de la obra por falta de información.

En general, el esquema operativo a seguir será fijar una ola de cálculo H no conservadora, esto es, que la codistribución del número de olas mayores que H deje el punto (N,K) a su izquierda, aunque quedando lo más próxima posible al mismo. Como se viene señalando, el parámetro que se utilizará será el extremo del intervalo de confianza del parámetro real. De este modo se obtendrá la curva $C_{1\alpha}$ (fig. 5). La probabilidad de fallo, deducida de $C_1\alpha$ será $\beta_1 > K$.

El siguiente paso será desplazar de algún modo la curva C_1 hacia la izquierda hasta superar la posición del punto (N,K), o quedar justamente sobre él. De este modo se obtendrá una probabilidad de fallo $\beta_2 < K$, cumpliéndose la limitación establecida por la legislación.

Para ello, existen tres posibles soluciones:

1. Reducir el nivel de confianza de nuestra estimación.
2. Aumentar el período de registro para obtener una estimación más precisa.
3. Incrementar la altura de ola de cálculo.

La primera solución no suele aceptarse pues las normativas vigentes fijan un nivel de confianza.

La segunda solución también plantea en su utilización algunas limitaciones. Es claro que, para obtener una reducción del intervalo de confianza y por tanto reducir el valor β, sería necesario registrar mayor número de años, a fin de disponer de un número superior de ocurrencias del fenómeno en estudio. Sin embargo esta reducción en el intervalo de confianza, tal y como se ve en la figura 3 está limitada, y además a partir de un cierto número de ocurrencias (15 ó 20, para $\alpha = 0.05$) la reducción que se consigue es muy pequeña. Quiere esto decir, que si en los registros medidos existen 15 ó más olas de altura igual o mayor a la de cálculo, aunque se aumentase el período de registro, la aproximación de β a K sería muy pequeña, indicación de que el fenómeno ya estaba correctamente evaluado, y sólo se conseguiría acercamiento suficiente en el caso de que β y K estuviesen inicialmente próximos. Incluso en esta última situación puede ser necesario medir muchos años para conseguir la aproximación deseada, debiendo entonces analizarse tanto la posibilidad material como la temporal para la realización de estas medidas.

Finalmente la tercera de las soluciones es aumentar la altura de ola de cálculo (fig. 5) con lo que al reducirse el número de olas mayores que esa altura que han sido registradas, se obtendrá una curva $C_2\alpha$ que superará el punto (N,K) como se pretende y se llegará a la solución buscada, con $\beta_2 < K$. Las curvas C_1 y C_2 correspondientes a los parametros reales en general quedarán por debajo de las anteriores, con probabilidades reales de fallo γ_1 y γ_2. En este caso, debido a la falta de información, hemos sobredimensionado la obra, lo cual, se traduce en un incremento en el coste inicial de la misma.

Es de observar, que al incrementar la altura de ola de cálculo y reducirse por tanto el número de ocurrencias en la muestra, la banda de confianza de su parámetro varía, salvo que ya no aparezcan olas de esa altura en el registro en cuyo caso no se alterará al seguir aumentando la altura de ola. En consecuencia, si en el proceso anteriormente descrito se llega a la necesidad de trabajar con alturas de ola superiores a la máxima registrada, es decir, con alturas de ola que no aparecen en el registro, este método no conduce a ninguna solución válida, debido a que la muestra no contiene información sobre tales olas, siendo necesario recurrir a la extrapolación que se comenta en el siguiente apartado.

4.1 Extrapolación a olas mayores

Cuando no ha habido ocurrencias de una determinada altura de ola durante el intervalo de observación t_1, y es necesario extrapolar los datos a períodos de tiempo superiores, T, la única solución posible consiste en estimar el extremo de su intervalo unilateral de confianza por extrapolación de las correspondientes a las otras alturas, como se muestra en la fig. 6, donde se presenta la variación del extremo $\lambda_2(\alpha, N_H)$ del intervalo de confianza del número N_H de olas mayores que la altura de ola de cálculo, H, en función de dicha altura. Como es natural, para olas registradas, cuanto mayor altura de cálculo se considere, menor número de olas habrán podido ser medidas, y por ello será menor el valor del extremo del intervalo de confianza de ese número de olas.

Este caso difiere sensiblemente del anterior ya que la estimación de λ y de los intervalos de confianza no tiene contraste posible.

En todas aquellas situaciones en las que para alcanzar la probabilidad de fallo K sea necesario recurrir a una extrapolación importante, se recomienda contrastarla con otros métodos (regresión, correlación, etc.), utilizando otras fuentes de información tales como la previsión de oleaje (datos de viento), datos visuales, etc., con objeto de aumentar la fiabilidad de los resultados.

COMENTARIOS FINALES

La aplicación desarrollada en el apartado anterior es de utilidad para obras rígidas y flexibles con curva de rotura horizontal (fig. 7). Este último caso es el que se ha venido utilizando en los diques de escollera donde se ha recomendado suponer que el dique alcanza su rotura por la acción de 150 olas iguales o mayores que la altura de ola de rotura (S. Bores, 1968).

Sin embargo la rotura de las obras flexibles se produce por acumulación de daño. En este caso para estimar el fallo de una obra o estructura se viene utilizando la regla de daño acumulado de Palmgren-Miner, en la cual se supone que el fallo es el resultado de la acumulación lineal de daños parciales. Si por ejemplo el dique está sujeto a un número n_1 de olas de altura superior a una dada y el fallo total se produce con la acción de N_1 olas de esa altura, el fallo parcial producido viene dado por

$$D_i = \frac{n_i}{N_i} \quad (20)$$

Bajo la acción de diferentes números de ola de altura superior a una dada el daño total acumulado viene dado por

$$D = \sum \frac{n_i}{N_i} \quad (21)$$

produciéndose la rotura total cuando D = 1

Bajo esta perspectiva la rotura de las obras flexibles no se produciría tal y como se ha supuesto en un punto, sino que vendría dada por las diferentes curvas asociadas de modo que la suma de daños parciales normalizados fuese D=1. Para la determinación de estas curvas se debe hacer uso de la distribución de probabilidad conjunta de las alturas de ola y su número, integrándola en la región de rotura. Esta aproximación se está desarrollando actualmente en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos de la Universidad de Santander y será objeto de una futura publicación.

CONCLUSIONES

En resumen las contribuciones más importantes de este trabajo son:

1. Valorar cuantitativamente la información disponible mediante registros en un modelo de Poisson, indicando su validez para otro tipo de modelos.
2. Aportar la información básica para cuantificar el incremento del coste de una obra debido a la ausencia de información.
3. Destacar que en el caso de un proceso poissoniano, del orden de 15 ó 20 observaciones del fenómeno son suficientes para tener una información adecuada del mismo.
4. Indicar la posibilidad de extensión de la teoría desarrollada a los casos de rotura definidos por la curva de rotura N-H, número de olas - altura.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento a D. Cristóbal Mateos Yguacel por sus valiosos comentarios y sugerencias a este trabajo y a Dña. Elisabet González Ortega por la mecanografía de los manuscritos.

BIBLIOGRAFIA

BATTJES, J. A. - Engineering Aspects of Ocean Waves and Currents. Proc. Seminario "Safety of Structures under Dynamic Loading", Junio-Julio 1977. Universidad de Trondheim (Noruega).

BENJAMIN, J. R. **CORNELL**, C. A. - Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers. Mc Graw-Hill, 1970.

CASTILLO, E., **LOSADA**, M. A., **PUIG-PEY**, J. - Análisis Probabilista del Número de Olas y su Influencia en la Altura de Ola de Cálculo de Obras Marítimas. Revista de Obras Públicas. Agosto 1977.

CASTILLO, E. - Nociones de Estadística III. Servicio de Public. de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos de Santander.

CLARKSON, B.- Vibraciones Aleatorias en Ingeniería Aeronaútica y Naval. Curso "Vibraciones Aleatorias", Univ. Int. Menéndez y Pelayo. Santander, Julio 1977.

PUIG-PEY, J. - Modelos Estadísticos de Oleaje para la Definición de Criterios Básicos de Diseño de Obras Marítimas. Incidencia de los Datos Disponibles en su Fiabilidad. Tesis Doctoral. E.T.S. de Ingenieros de Caminos de Santander. Octubre 1977.

S. BORES, P. - Ola de Cálculo. Laboratorio de Puertos "Ramón Iribarren", núm. 5-B, 1968.

RIOS, S. - Métodos Estadísticos. Ed. del Castillo, 1971.