

# Nuevas bases para el cálculo de pérdidas de carga en tuberías (\*)

Por NICOLAS GARCIA TAPIA

Catedrático de Mecánica de Fluidos de la Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Industrial de Valladolid.  
Ingeniero hidráulico de la Escuela Nacional Superior de Ingenieros de Grenoble.  
Miembro de la IARRH (Asociación Internacional de Investigaciones Hidráulicas).

*Basándose en las teorías de Prandtl, Colebrook, Karman y Nikuradse se propone una fórmula sencilla para el cálculo de pérdida de carga en conducciones, con validez para todo tipo de fluidos y tuberías.*

Para el cálculo de pérdidas de carga en tuberías, se vienen utilizando hasta ahora fórmulas de tipo exponencial, sólo válidas en algunas circunstancias. Por otra parte, el II Congreso Internacional de Distribuidores de Agua (IWSA), que tuvo lugar en París en 1952, recomendó emplear la fórmula de Colebrook, basada en las teorías de Prandtl, Karman y Nikuradse. Para esta última fórmula, Moody construyó un diagrama que es el que se viene utilizando para la simplificación de los cálculos, pero se presentan algunos inconvenientes, como la necesidad de realizar grandes tanteos en la mayoría de los casos y la forma de las curvas del mismo, que no facilita ni su construcción ni las interpolaciones que su uso requiere.

El autor se propone, con este trabajo, simplificar la forma de realización de los cálculos de pérdidas de carga en tuberías, presentando unas nuevas bases para los mismos. Para ello, utiliza las mismas experiencias de Prandtl, Karman, Nikuradse y Colebrook, pero introduce en los resultados de las mismas unos nuevos coeficientes adimensionales con lo que se facilita la interpretación de los resultados, caracterizando los diversos regímenes hidráulicos de una tubería, de una forma más clara que el número clásico de Reynolds que se toma como base en la fórmula de Colebrook. La introducción de estos coeficientes adimensionales convierte además el gráfico de Moody en un gráfico lineal de fácil construcción y manejo. Por otra parte, permite también una simplificación de la fórmula de Colebrook, dando a ésta una forma cuadrática, con un coeficiente tabulado en función de las características de la corriente.

Esta fórmula de tipo cuadrático es tan simple como las fórmulas clásicas, pero tiene validez para todo tipo de fluidos y todo tipo de tuberías, siendo homogénea con las fórmulas de pérdida de carga de los accesorios, con lo que se facilita el cálculo de sistemas y redes de tuberías.

(\*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que pueden remitirse a la Redacción de esta Revista, hasta el 31 de agosto de 1979.

## 1. Resumen de las experiencias sobre pérdidas de carga en tuberías.

Las experiencias de Nikuradse con tuberías artificialmente rugosas con granos de arena de tamaño uniforme  $K$ , dieron unos resultados que se condensan en la figura 1, en la que:

$$R = \frac{VD}{\nu}$$

es el número de Reynolds característico de la tubería.

$$\lambda = \frac{2gDJ}{V^2}$$

es el coeficiente de fricción.

$$\frac{D}{K}$$

es la relación del diámetro de la tubería a la rugosidad.

La interpretación de los resultados, conduce a la observación de tres clases de régimen hidráulico:

1.º Régimen hidráulicamente liso (zona I de la figura 1), en el que las rugosidades están sumergidas dentro de la capa límite, no perturbando la corriente general (figura 2).

2.º Régimen hidráulicamente rugoso (zona III), en el que el espesor de la capa límite es muy pe-

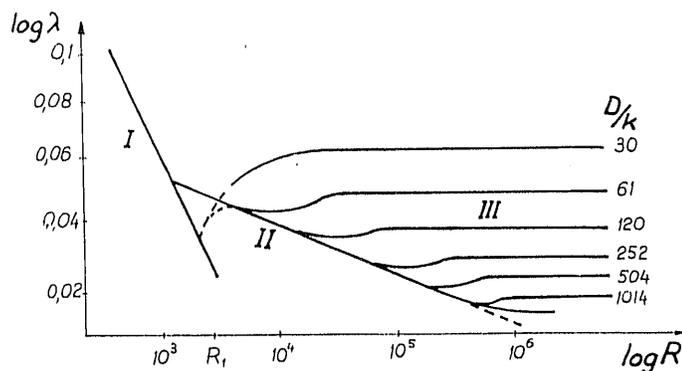
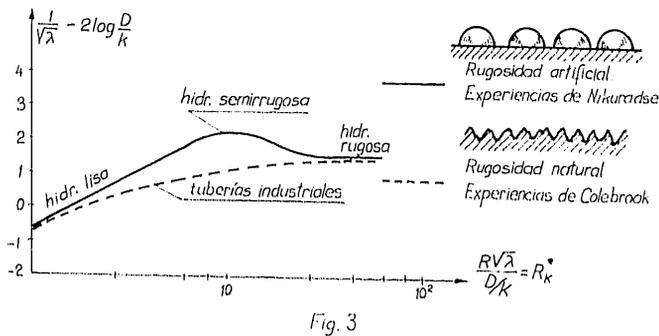
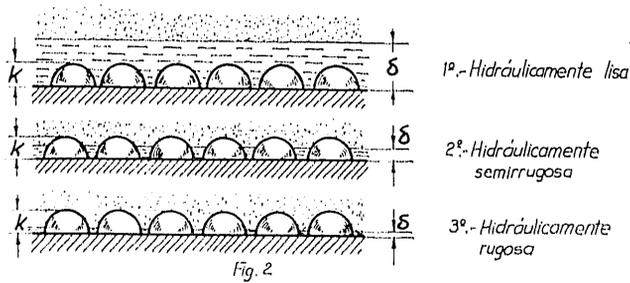


Fig. 1

# NUEVAS BASES PARA EL CALCULO DE PERDIDAS DE CARGA EN TUBERIAS



queño comparado con las rugosidades. La corriente estará exclusivamente determinada por el tamaño de las rugosidades.

3.º Régimen hidráulicamente semirrugoso (zona II), intermedio entre los anteriores, y caracterizado por la influencia, tanto de las rugosidades como de la capa límite.

Posteriormente, Colebrook realizó experiencias con tuberías industriales, comparando sus resultados con los de Nikuradse (figura 3), tomando para ello una rugosidad  $K$ , que produjese idénticos efectos de pérdida de carga que la rugosidad artificial correspondiente de Nikuradse.

Los resultados anteriores pueden expresarse por medio de la siguiente fórmula de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left( \frac{K}{3,7 D} + \frac{2,51}{R \sqrt{\lambda}} \right)$$

que es válida para todo tipo de tuberías industriales.

Para facilitar los cálculos con esta fórmula, Moody construyó un gráfico que es ampliamente conocido y utilizado para el cálculo de pérdidas de carga en tuberías.

## 2. Velocidad de rozamiento y número de Reynolds de la rugosidad.

En las proximidades de la pared de la tubería, es decir, en la capa límite, el régimen es laminar, aplicándose allí las fórmulas correspondientes al

mismo. Por consiguiente, en la misma pared, el esfuerzo tangencial  $\tau_{11}$  será, según se deduce de la ley de Poiseuille para el régimen laminar:

$$\tau_{11} = \rho g \frac{D J}{4}$$

de donde la velocidad de rozamiento será:

$$\sqrt{\frac{\tau_{11}}{\rho}} = \frac{\sqrt{2 g D J}}{\sqrt{8}}$$

Hemos, pues, expresado la velocidad de rozamiento en función de dos factores que intervienen directamente en el cálculo de una tubería: el diámetro  $D$  y la pérdida de carga lineal  $J$ . Para comodidad de nuestros cálculos, prescindiremos del factor  $\sqrt{8}$ , llamando velocidad de rozamiento a:

$$V^* = \sqrt{2 g D J}$$

Esto nos permitirá introducir un número adimensional distinto, en lugar del clásico de Reynolds que interviene en la fórmula de Colebrook. Para ello tomamos como velocidad característica la velocidad de rozamiento y como dimensión característica la de la rugosidad. Resulta, pues:

$$R^*_{\kappa} = \frac{V^* K}{\nu} = \frac{K}{\nu} \sqrt{2 g D J}$$

Siendo  $\nu$  la viscosidad cinemática del fluido. A este número adimensional lo denominaremos en lo sucesivo "número de Reynolds de la rugosidad".

Si observamos la figura 3, relativa a las experiencias de Colebrook, podemos comprobar que este número es el que define el cambio de régimen de las tuberías de hidráulicamente liso a semirrugoso y a rugoso. Podemos encontrar un valor de  $R^*_{\kappa}$  determinado para cada cambio en régimen

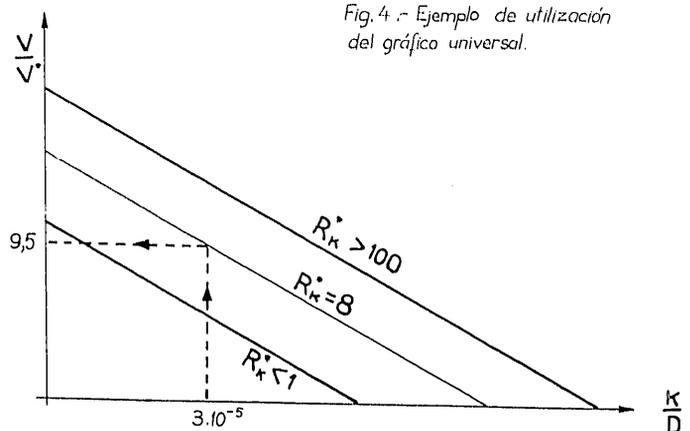


Fig. 4.- Ejemplo de utilización del gráfico universal.

# NUEVAS BASES PARA EL CALCULO DE PERDIDAS DE CARGA EN TUBERIAS

hidráulico en una tubería turbulenta, igual que  $R$  nos determina el paso del régimen laminar a régimen turbulento. Basándonos en las experiencias de Colebrook, antes citadas, el cambio de régimen hidráulicamente liso a hidráulicamente semirrugoso podemos situarlo aproximadamente en  $R^*_{K} = 1$  y el paso de hidráulicamente semirrugoso a rugoso, en  $R^*_{K} = 100$ . Posteriormente comprobaremos la validez de estos resultados.

Hemos conseguido relacionar de esta forma las experiencias de Colebrook con la velocidad de rozamiento y con el número de Reynolds que de ella se deriva. Es lógico pensar que la fórmula de Colebrook y, por consiguiente, los cálculos de pérdida de carga de tuberías, se simplificarán si hacemos intervenir estos nuevos parámetros en lugar del coeficiente de fricción y del número de Reynolds, que son menos representativos de los fenómenos que intervienen en una tubería.

### 3. Nueva expresión de la fórmula de Colebrook.

Introduciendo en la fórmula de Colebrook los valores de  $\lambda$  y  $R$ :

$$\lambda = \frac{2gDJ}{V^2} \quad ; \quad R = \frac{VD}{\nu}$$

resulta:

$$\frac{V}{\sqrt{2gDJ}} = -2 \log \left( \frac{K}{3,7D} + \frac{2,51 \nu V}{VD \sqrt{2gDJ}} \right)$$

o bien:

$$\frac{V}{\sqrt{2gDJ}} = -2 \log \frac{K}{3,7D} \left( 1 + \frac{9,29 \nu}{K \sqrt{2gDJ}} \right)$$

Teniendo en cuenta las expresiones de la velocidad de rozamiento y del número de Reynolds de la rugosidad, se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{V}{V^*} = -2 \log \frac{K}{3,7D} \left( 1 + \frac{9,29}{R^*_{K}} \right)$$

Si la tubería es hidráulicamente rugosa se obtiene la fórmula de Nikuradse:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{V}{V^*} = -2 \log \frac{K}{3,7D}$$

Se puede admitir, con un error menor que el 0,5 por 100, que esto ocurre para valores de  $R^*_{K} > 100$ .

Si la tubería es hidráulicamente lisa, se obtiene la fórmula de Prandtl y Von Karman. En efecto:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{V}{V^*} &= -2 \log \frac{K}{3,7D} \cdot \frac{9,29}{R^*_{K}} = \\ &= -2 \log \frac{K}{D} \cdot \frac{2,51 \nu}{V^* K} \end{aligned}$$

o bien:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{V}{V^*} &= -2 \log \frac{2,51 \nu}{VD} \cdot \frac{V}{V^*} = \\ &= -2 \log \frac{2,51}{R \sqrt{\lambda}} \end{aligned}$$

Se puede admitir, con un error menor que el 0,5 por 100, que esto ocurre para valores de  $R^*_{K} < 1$ .

En resumen, con una aproximación suficiente para las necesidades del cálculo de pérdidas de carga en tuberías:

- La tubería será hidráulicamente rugosa para valores de  $R^*_{K} > 100$ .
- La tubería será hidráulicamente lisa para valores de  $R^*_{K} < 1$ .
- La tubería será hidráulicamente semirrugosa para valores  $1 < R^*_{K} < 100$ .

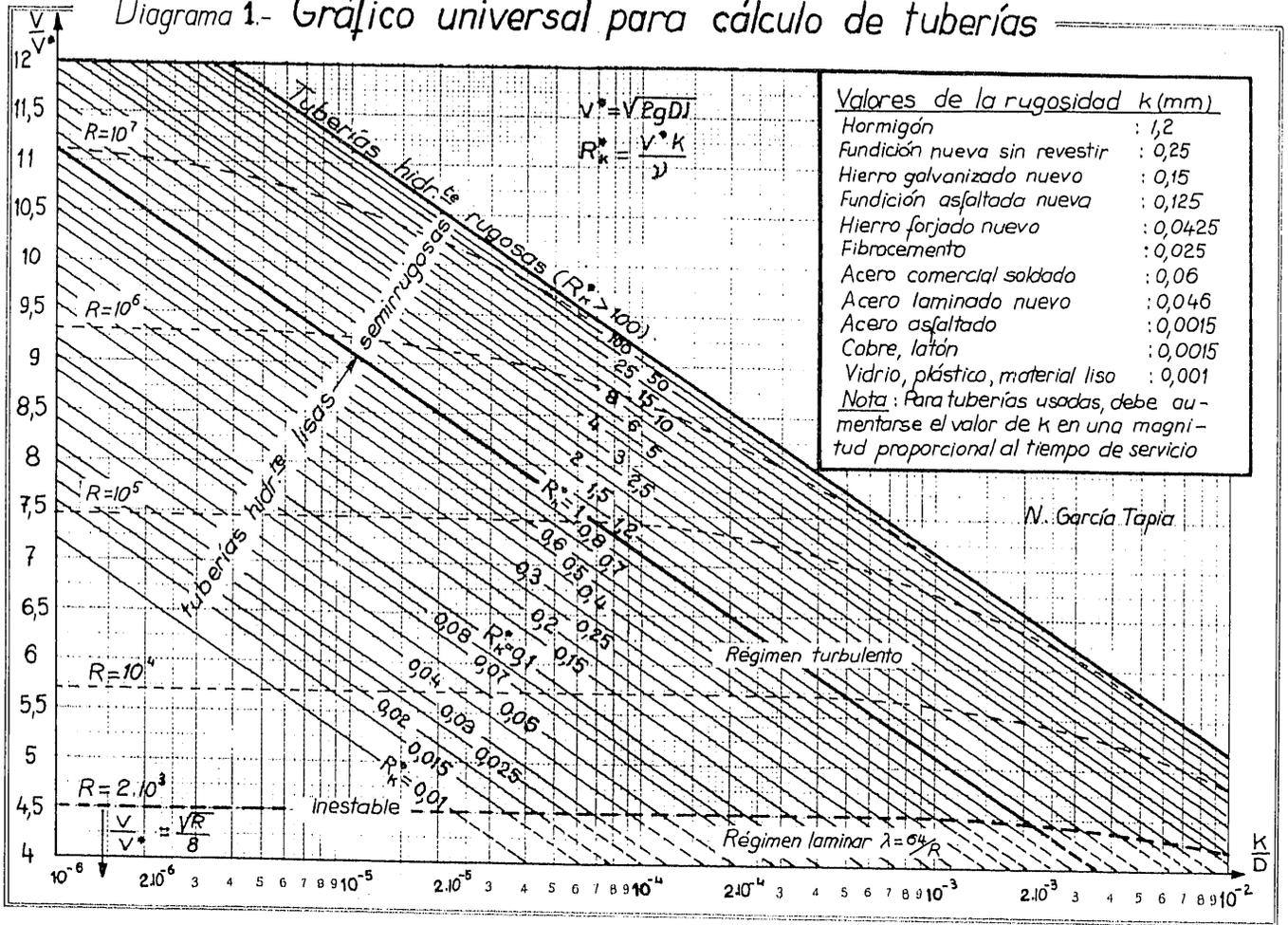
Los resultados anteriores están confirmados por las experiencias de Colebrook y de Nikuradse antes citadas. Por consiguiente, el número de Reynolds de la rugosidad  $R^*_{K}$  es el que determina perfectamente la transición de los diversos regímenes hidráulicos en una tubería en régimen turbulento.

### 4. Gráfico para el cálculo de tuberías.

La nueva expresión de la fórmula de Colebrook permite la construcción de un sencillo gráfico lineal (diagrama 1), llevando en abscisas logarítmicas los valores de la rugosidad relativa  $K/D$  y en ordenadas el cociente adimensional  $V/V^*$ . Para cada valor de  $R^*_{K}$ , resulta una recta en los regímenes hidráulicamente lisos y semirrugosos. Para valores de  $R^*_{K} > 100$ , el régimen queda caracterizado por una recta única: la de las tuberías hidráulicamente rugosas.

El diagrama facilita el cálculo directo de las tuberías en el caso de poder calcular previamente el valor de  $R^*_{K}$ . Para ello, se incluyen los valores

Diagrama 1.- Gráfico universal para cálculo de tuberías



de la rugosidad para los materiales más corrientes en las tuberías industriales. Caso de no poderse determinar previamente  $R_k^*$ , se supone la tubería como hidráulicamente rugosa ( $R_k^* > 100$ ), verificándose posteriormente la comprobación de  $R_k^*$ , hasta conseguir el resultado con un error despreciable. Para facilitar los tanteos, se han dibujado las líneas del número de Reynolds clásico.

5. Ejemplo de utilización del gráfico.

Se trata de calcular la velocidad de circulación de un fluido de viscosidad  $\nu = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$  por una tubería de cobre ( $K = 0,0015 \text{ mm}$ ) de 50 mm de diámetro interior con una pérdida de carga lineal  $J = 0,026 \text{ m/m}$ .

Para ello se calcula previamente  $V^*$ :

$$V^* = \sqrt{2gDJ} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,05 \cdot 0,026} = 0,16 \text{ m/s}$$

con lo que:

$$R_k^* = \frac{V^* K}{\nu} = \frac{0,16 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-4}} = 8$$

Rugosidad relativa:

$$\frac{K}{D} = \frac{0,0015}{50} = 3 \cdot 10^{-5}$$

En el diagrama 1 resulta:

$$\frac{V}{V^*} = 9,5$$

Velocidad:

$$V = 9,5 V^* = 9,5 \cdot 0,16 = 1,52 \text{ m/s}$$

6. Fórmula general de tipo cuadrático.

En muchas aplicaciones del cálculo de pérdidas de carga en tuberías industriales, conviene utilizar fórmulas sencillas para el cálculo rápido de las mismas. Existe una gran cantidad de fórmulas de este tipo, pero tienen el inconveniente de que su utilización está limitada a un fluido (generalmente el agua a la temperatura ambiente) que circule por una tubería de un cierto material. La generalización de la aplicación de dichas fórmu-

# NUEVAS BASES PARA EL CALCULO DE PERDIDAS DE CARGA EN TUBERIAS

las a otros casos puede dar lugar a cometer errores inadmisibles.

Utilizando las variables adimensionales que hemos determinado, es posible condensar la expresión logarítmica de Colebrook en una sencilla fórmula de tipo cuadrático.

En efecto, en el diagrama 1 se obtiene un valor de  $V/V^*$  en función de  $R^*_K$  y de  $K/D$ . Si llamamos  $\alpha$  al valor obtenido, tenemos:

$$V = \alpha V^* = \alpha \sqrt{2gDJ}$$

de donde:

$$J = \frac{\Delta H}{l} = \frac{1}{2\alpha^2 g D} V^2 = \frac{1}{2\alpha^2 g D} \left(\frac{Q}{S}\right)^2 = \frac{8}{\alpha^2 \pi^2 g D^5} Q^2$$

llamando:

$$r = \frac{8}{\alpha^2 \pi^2 g D^5}$$

obtenemos una fórmula de tipo cuadrático:

$$J = \frac{\Delta H}{l} = r Q^2$$

Si la tubería es hidráulicamente rugosa ( $R^*_K > 100$ ), el coeficiente  $r$  depende solamente de la rugosidad  $K$  y del diámetro  $D$ , pudiéndose tabular fácilmente para estos valores, como se ha verificado en la tabla 1-A.

Cuando la tubería es lisa o semirrugosa ( $R^*_K < 100$ ), el coeficiente  $r$  depende también de la velocidad del fluido dentro de la tubería (y por con-

TABLA 1-A. — Valores de coeficiente  $r$  de la fórmula:

$$J = \frac{\Delta H}{l} = r Q^2 \quad \Delta H (m); l (m); Q (m^3/s) \text{ para tuberías hidráulicamente rugosas } (R^*_K > 100)$$

K (mm) D (m)	0,001 Vidrio, plás- tico, etc.	0,0015 Cobre, latón	0,025 Fibroce- mento	0,046 Acero lami- nado, hierro forjado	0,06 Acero comercial soldado	0,125 Fundición asfaltada	0,15 Hierro galvanizado	0,25 Fundición no revestida	1,2 Hormigón
25	84.500	92.200	163.000	194.000	208.000	254.000	272.000	321.000	586.000
40	7.532	8.090	14.000	16.400	17.500	21.100	22.500	26.300	45.800
50	2.375	2.550	4.350	5.090	5.440	6.510	6.920	8.040	13.700
60	928	993	1.680	1.960	2.090	2.490	2.650	3.060	5.030
70	418	447	750	874	931	1.110	1.170	1.350	2.180
80	210	225	375	435	463	548	581	668	1.070
100	66,5	71,0	117	136	144	170	180	206	331
125	20,7	22,1	36,1	41,6	44,1	51,9	54,8	62,5	98,7
150	8,22	8,77	14,2	16,2	17,3	20,3	21,4	24,3	37,3
175	3,74	3,94	6,37	7,32	7,75	9,05	9,54	10,8	16,7
200	1,87	1,99	3,19	3,65	3,86	4,50	4,74	5,36	8,24
225	1,05	1,08	1,73	1,98	2,09	2,43	2,56	2,89	4,41
250	0,592	0,630	1,00	1,14	1,21	1,40	1,47	1,59	2,52
275	0,365	0,383	0,608	0,696	0,735	0,852	0,895	1,01	1,51
300	0,232	0,246	0,389	0,443	0,467	0,541	0,568	0,639	0,945
350	0,105	0,111	0,176	0,205	0,209	0,242	0,254	0,285	0,423
400	0,053	0,0561	0,0876	0,0993	0,105	0,121	0,127	0,142	0,210
450	0,029	0,0301	0,0476	0,0539	0,0567	0,0653	0,0684	0,0766	0,113
500	0,0168	0,0178	0,0275	0,0312	0,0328	0,0377	0,0395	0,0442	0,0646
600	0,0066	0,00686	0,0107	0,0121	0,0127	0,0146	0,0153	0,0170	0,0244
700	0,0030	0,00325	0,00482	0,00545	0,00572	0,00655	0,00685	0,00763	0,0110
800	0,00149	0,00154	0,00242	0,00273	0,00286	0,00327	0,00342	0,00380	0,00545
900	0,00082	0,000855	0,00132	0,00148	0,00155	0,00177	0,00185	0,00206	0,00294
1.000	0,00048	0,000505	0,000772	0,000859	0,000901	0,00103	0,00107	0,00119	0,00169
1.250	0,00015	0,000159	0,000243	0,000270	0,000283	0,000322	0,000336	0,000372	0,000522
1.500	0,000059	0,000060	0,000095	0,000105	0,000110	0,000125	0,000135	0,000141	0,000199

NOTA. — Para tuberías usadas, debe aumentarse el valor de  $K$  (y, por consiguiente, el de  $r$ ), en una magnitud proporcional al tiempo de servicio.

# NUEVAS BASES PARA EL CALCULO DE PERDIDAS DE CARGA EN TUBERIAS

$$J = \frac{\Delta H}{L} = r c Q^2$$

TABLA 1-B.— Valores del coeficiente c de correlación para tuberías hidráulicamente lisas y semirrugas.—Fórmula:

$$V^* K \left( r, \text{ de la tabla 1-A}; V^* = \frac{2 g D J; R^* K}{\gamma}; \text{ Para } R^* K > 100 \rightarrow c = 1 \right)$$

R* K K/D	V* K																								
	0,05	0,06	0,08	0,1	0,15	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1	1,2	1,5	2	3	4	5	6	8	10	15	25	50	100
10—6	2,32	2,24	2,14	2,03	1,88	1,79	1,68	1,60	1,56	1,50	1,44	1,38	1,36	1,32	1,27	1,21	1,17	1,15	1,13	1,11	1,09	1,06	1,05	1,02	1,01
2·10—6	2,48	2,35	2,24	2,15	1,95	1,87	1,73	1,64	1,59	1,53	1,47	1,41	1,38	1,34	1,29	1,22	1,18	1,16	1,13	1,11	1,10	1,07	1,05	1,02	1,01
4·10—6	2,63	2,48	2,35	2,25	2,03	1,95	1,79	1,69	1,63	1,57	1,51	1,44	1,40	1,36	1,31	1,23	1,19	1,17	1,14	1,12	1,11	1,07	1,05	1,03	1,01
6·10—6	2,75	2,56	2,42	2,33	2,08	2,00	1,82	1,72	1,66	1,60	1,52	1,46	1,42	1,37	1,32	1,24	1,20	1,17	1,14	1,12	1,11	1,07	1,05	1,03	1,01
8·10—6	2,83	2,64	2,50	2,38	2,13	2,04	1,85	1,75	1,68	1,61	1,54	1,47	1,43	1,38	1,33	1,25	1,20	1,18	1,15	1,13	1,11	1,07	1,05	1,03	1,01
10—5	2,90	2,69	2,54	2,43	2,15	2,07	1,87	1,76	1,70	1,62	1,55	1,49	1,44	1,39	1,34	1,26	1,21	1,18	1,15	1,13	1,12	1,08	1,06	1,03	1,01
2·10—5	3,15	2,89	2,72	2,60	2,27	2,18	1,95	1,83	1,76	1,67	1,60	1,52	1,47	1,42	1,36	1,27	1,22	1,19	1,16	1,14	1,12	1,08	1,06	1,03	1,02
4·10—5	3,47	3,13	2,92	2,80	2,40	2,31	2,04	1,90	1,83	1,73	1,64	1,57	1,51	1,45	1,39	1,29	1,23	1,21	1,17	1,14	1,13	1,09	1,06	1,03	1,02
6·10—5	3,70	3,34	3,10	2,95	2,52	2,40	2,12	1,96	1,88	1,78	1,68	1,60	1,53	1,48	1,41	1,31	1,25	1,22	1,18	1,15	1,14	1,09	1,07	1,03	1,02
8·10—5	3,89	3,46	3,21	3,06	2,58	2,47	2,16	2,00	1,92	1,80	1,70	1,62	1,55	1,49	1,42	1,31	1,25	1,22	1,18	1,15	1,14	1,09	1,07	1,03	1,02
10—4	4,05	3,60	3,32	3,16	2,65	2,54	2,20	2,03	1,95	1,83	1,73	1,64	1,57	1,50	1,43	1,32	1,26	1,23	1,19	1,16	1,15	1,09	1,07	1,03	1,02
2·10—4	4,71	4,09	3,73	3,55	2,90	2,76	2,36	2,16	2,07	1,92	1,80	1,71	1,62	1,55	1,47	1,35	1,28	1,25	1,20	1,17	1,16	1,10	1,07	1,04	1,02
4·10—4	5,67	4,80	4,32	4,07	3,23	3,06	2,56	2,32	2,21	2,04	1,90	1,79	1,69	1,61	1,52	1,38	1,31	1,27	1,22	1,18	1,17	1,11	1,08	1,04	1,02
6·10—4	6,47	5,47	4,85	4,48	3,52	3,29	2,73	2,46	2,32	2,14	1,98	1,85	1,75	1,66	1,55	1,41	1,33	1,29	1,23	1,20	1,19	1,11	1,08	1,04	1,02
8·10—4	7,21	5,89	5,18	4,85	3,69	3,48	2,83	2,53	2,40	2,19	2,03	1,89	1,78	1,68	1,58	1,42	1,34	1,30	1,24	1,20	1,19	1,12	1,09	1,04	1,02
10—3	7,90	6,38	5,57	5,17	3,89	3,64	2,94	2,62	2,47	2,25	2,07	1,93	1,81	1,71	1,60	1,44	1,35	1,31	1,25	1,21	1,19	1,12	1,09	1,04	1,02
2·10—3	11,4	8,60	7,26	6,66	4,68	4,35	3,36	2,94	2,76	2,47	2,25	2,08	1,93	1,81	1,68	1,49	1,39	1,35	1,27	1,23	1,21	1,13	1,10	1,05	1,02
4·10—3	19,8	13,2	10,5	9,44	6,00	5,49	4,00	3,41	3,17	2,78	2,49	2,28	2,09	1,95	1,79	1,56	1,44	1,39	1,31	1,26	1,24	1,15	1,11	1,05	1,03
6·10—3	32,4	20,1	14,9	12,5	7,46	6,55	4,64	3,86	3,51	3,06	2,71	2,43	2,23	2,06	1,87	1,62	1,48	1,42	1,33	1,28	1,26	1,16	1,12	1,06	1,03
8·10—3	53,3	26,4	18,7	16,1	8,52	7,63	5,06	4,15	3,81	3,24	2,84	2,56	2,31	2,13	1,94	1,65	1,51	1,45	1,35	1,29	1,27	1,17	1,12	1,06	1,03
10—2	90,6	46,2	28,8	20,3	10,8	8,73	5,90	4,71	4,09	3,57	3,09	2,68	2,46	2,25	1,99	1,71	1,55	1,47	1,37	1,31	1,28	1,18	1,13	1,06	1,03

# NUEVAS BASES PARA EL CALCULO DE PERDIDAS DE CARGA EN TUBERIAS

siguiente del caudal) por lo que las pérdidas de carga no serían cuadráticas.

Sin embargo, basándonos en los resultados obtenidos en el gráfico 1, podemos corregir el valor del coeficiente  $r$  de la tabla anterior para cada valor de  $R^*_{K_1}$  y de la rugosidad relativa.

Llamando  $\alpha_1$  al valor de  $V/V^*$  en el diagrama 1, cuando la tubería es lisa o semirrugosa, resulta ahora para la pérdida de carga:

$$J = \frac{\Delta H}{l} = \frac{8}{\alpha_1^2 \pi^2 D^5} Q^2 = r_1 Q^2$$

siendo:

$$r_1 = \frac{8}{\alpha_1^2 \pi^2 D^5} = \frac{8}{\alpha^2 \pi^2 D^5} \left( \frac{\alpha}{\alpha_1} \right)^2 = r \cdot c$$

El coeficiente  $c = \left( \frac{\alpha}{\alpha_1} \right)^2$ , puede ser calculado a través del diagrama 1 en función de  $R^*_{K_1}$  y de  $K/D$ . Para facilitar las operaciones y unificar todos los resultados bajo una misma fórmula, hemos tabulado este coeficiente de corrección  $c$  en la tabla 1-B. La fórmula general sería.

$$J = \frac{\Delta H}{l} = r c Q^2$$

En el caso de tuberías hidráulicamente rugosas, el valor de  $c$  sería la unidad.

Por este procedimiento, el cálculo de pérdidas de carga en tuberías es muy simple:

- Se calculan las pérdidas de carga como si el régimen fuese hidráulicamente rugoso, utilizando la fórmula  $J = r Q^2$ , con los valores de  $r$  de la tabla 1-A.
- Se comprueba si la tubería es hidráulicamente rugosa ( $R^*_{K_1} > 100$ ). Si no lo fuese, se determina el valor del coeficiente de corrección  $c$  por la tabla 1-B. El valor real de las pérdidas de carga se conseguirá multiplicándolas por el coeficiente  $c$ .
- En función de la precisión requerida, puede repetirse la corrección hasta obtener un error despreciable.

## 7. Ejemplo de cálculo de pérdidas de carga.

Se trata de calcular la pérdida de carga producida por un líquido de viscosidad cinemática  $\nu = 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  que fluye por una tubería de 250

milímetros de diámetro interior, con un caudal  $Q = 0,265 \text{ m}^3/\text{h}$ , en los siguientes casos:

- 1.º Cuando la tubería es de hormigón.
- 2.º Cuando la tubería es de acero laminado.

En ambos casos se supone que se trata de tuberías nuevas en buen estado.

1.º Caso de tubería de hormigón ( $K = 1,2 \text{ mm}$ ).

En la tabla 1-A, para  $K = 1,2 \text{ mm}$  y  $D = 250$  milímetros, resulta  $r = 2,52$ , con lo que  $J = r Q^2 = 2,52 \cdot 0,265^2 = 0,177 \text{ m/m}$ .

$$\text{Comprobación: } R^*_{K_1} = \frac{K}{\nu} \sqrt{2gDJ} = 112 >$$

$> 100$ . El resultado es válido al ser la tubería hidráulicamente rugosa.

2.º Caso de tubería de acero laminado nuevo ( $K = 0,046 \text{ mm}$ ).

En la tabla 1-A, para  $K = 0,046 \text{ mm}$  y  $D = 250$  milímetros, resulta  $r = 1,143$ , con lo que  $J = r Q^2 = 1,143 \cdot 0,265^2 = 0,08 \text{ m/m}$ .

$$\text{Comprobación: } R^*_{K_1} = \frac{K}{\nu} \sqrt{2gDJ} = 2,88 <$$

100.

Hay que corregir el valor de  $J$  al ser la tubería hidráulicamente semirrugosa.

$$\text{Para } \frac{K}{D} = \frac{0,046}{250} = 1,84 \cdot 10^{-4} \text{ y } R^*_{K_1} = 2,88,$$

la tabla 1-B da  $c = 1,38$ , con lo que  $R^*_{K_1} = \frac{K}{\nu} \sqrt{2gDJc} = R^*_{K_1} \sqrt{c} = 2,88 \sqrt{1,38} = 3,38$

para este valor,  $c_1 = 1,32$ , con lo que:

$$R^*_{K_2} = R^*_{K_1} \sqrt{c_1} = 2,88 \sqrt{1,32} = 3,31$$

Para este nuevo valor resulta  $c_2 = 1,31$ , con un error aceptable.

La pérdida de carga lineal será, pues:

$$J = 1,31 \cdot 0,08 = 0,1048 \text{ m/m}$$

## 8. Conclusión.

Creemos haber puesto de manifiesto con este trabajo, una serie de aspectos que son interesantes de resaltar:

1.º El número adimensional que caracteriza el régimen hidráulico en una tubería por la que circula un fluido, es el número  $R^*_k$ , que hemos llamado "número de Reynolds de la rugosidad".

2.º En consecuencia, parece lógico que la fórmula de Colebrook se exprese en función de este número  $R^*_k$  y no del número de Reynolds clásico, como se ha hecho hasta ahora.

3.º La representación gráfica de la fórmula de Colebrook se verifica más fácilmente en función de  $R^*_k$ . El gráfico lineal resultante, es más sencillo de construcción y manejo que el de Moody utilizado hasta el presente para los cálculos de pérdidas de carga en tuberías.

4.º Cuando en una tubería interese calcular de modo directo la pérdida de carga, conociendo el caudal, es muy sencillo utilizar la fórmula cuadrática cuyos coeficientes hemos tabulado. Pensamos que este tipo de fórmula es muy adecuado al unificar los cálculos de las tuberías y los de sus accesorios que presentan de este modo fórmulas del mismo tipo. Se facilitan así los cálculos de sistemas y redes de tuberías.

### BIBLIOGRAFIA

- BARNA: "Fluid Mechanics for Engineers" (Butterworths).  
BECERRIL: "Hidromecánica" (Dossat).  
BIRKHOFF: "Hydrodynamique" (Dunod).  
BRUN: "Mécanique des Fluides" (Dunod).  
CIOC: "Mecanica Fluidelor" (Editura Diractica si Pedagogica-Bucarest).  
COMOLET: "Mécanique Experimentales des Fluides" (Masson).  
DAUGHERTY: "Fluid Mechanics with Engineering Applications" (McGraw-Hill).  
ESCANDE: "Hydraulique Générale" (Privat).  
FOX: "Engineering Fluids Mechanics" (McGraw-Hill).  
GILES: "Mecánica de los Fluidos e Hidráulica" (McGraw-Hill).  
HERNING: "Transporte de Fluidos por Tuberías" (Labor).  
IDEL'CIK: "Mémento des Pertes de Charge" (Eyrolles).  
KING: "Handbook of Hydraulics" (McGraw-Hill).  
MATEESCU: "Hidraulica" (Editura Didactica si Pedagogica-Bucarest).  
SILBER: "Cours de Mécanique des Fluides" (Ensi-Grenoble).  
TISON: "Cours d'Hydraulique" (Gand).  
VALEMBOIS: "Mémento d'Hydraulique Pratique" (Eyrolles).