COMENTARIO al artículo "Entre el sosiego y la turbulencia" de Luis Torrent Rodríguez, publicado en el número de julio de 1979.

Por César Gómez Caffarena, Ingeniero de Caminos, C. y P.

No puedo menos que declarar, aunque algunos de momento no me crean, que el paso que ha marcado Luis Torrent en su artículo "Entre el sosiego y la turbulencia", publicado en la *Revista de Obras Públicas* del pasado mes de julio, es tan importante para la Hidráulica, como lo han sido la fórmula universal de los tubos (denominada por muchos de Colebrook) y la fórmula de Manning.

Tenemos, pues, un término sensacional de los múltiples estudios y trabajos de Torrent. ¡Tenemos, al fin, la fórmula de TORRENT! Fórmula española que se convertirá, yo creo que pronto, en universal.

No estamos ya en la época de los ábacos. Los ordenadores, grandes o diminutos, destrozan los ábacos; pero antes de seguir por este camino, quiero hacer un poco de historia. No se trata de historia general, sino de la historia particular de la gestación de la fórmula de Torrent, aunque esta historia queda, evidentemente, inmersa en la historia general de la Hidráulica.

HISTORIA ANTIGUA

Hace muchos años (no importa cuántos) los ensayos y adaptaciones analíticas llevados a cabo por Kármán, Prandtl, Nikuradse, Colebrook y otros, utilizando tubos de rugosidad artificial y uniforme, desembocaron en una fórmula universal para toda clase de líquidos. Pero en la época en que esta conocida fórmula:

$$i = \frac{f\,v^2}{2\,g\,d} \qquad (1)$$

siendo:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}} + \frac{k}{3{,}71\,d} \right) \qquad (2)$$

quedó sancionada y reconocida como universal, no era cómoda su utilización, como nos dice Torrent, sin duda por la dificultad de determinar el coeficiente adimensional f, función de la propia velocidad del líquido. Ni siquiera es cómoda hoy día, con el uso de las minicalculadoras.

Un gran paso hacia fórmulas más fáciles lo dieron o lo habían dado ya (tampoco importa) el germánico Strickler y el anglosajón Manning. La diferencia entre sus fórmulas sólo estriba en que, mientras Strickler expresa:

$$v = St \cdot R^{2/3} \cdot i^{1/2} \left(R = \frac{s}{p} = \frac{d}{4} \right) \qquad (3)$$

Manning utiliza el coeficiente inverso:

$$v = \frac{1}{n} \cdot R^{2/3} \cdot i^{1/2} \qquad (4)$$

Con ello, Manning y Strickler (antes o después) habían sustituido el coeficiente adimensional f de la fórmula (1) por el valor:

$$f = 8\,g\,n^2\,(4/d)^{1/3} \qquad (5)$$

con lo que resultaba todo muy sencillo.

En efecto, tratándose de tuberías de diámetro uniforme, todas las pérdidas de carga podían quedar englobadas en:

$$h = \Sigma k_i \frac{v^2}{2\,g} + L \frac{n^2 \cdot v^2}{(d/4)^{4/3}} = \left(\frac{\Sigma k_i}{2\,g} + \frac{L \cdot n^2}{(d/4)^{4/3}} \right) v^2 \qquad (6)$$

siendo Σk_i la suma de todos los coeficientes de pérdidas localizadas (embocadura, desembocadura, codos, válvulas, ventosas, etc.).

La fórmula de Manning, aplicada a las tuberías, abarca un campo relativamente corto de exactitud, por ejemplo, en tuberías de hormigón ordinario (no centrifugado ni prefabricado, sino fabricado "in situ"), sólo debería utilizarse para diámetros comprendidos entre 0,5 y 2,0 metros.

No obstante, la fórmula de Manning, mediante la aplicación del concepto del radio hidráulico, ha prosperado enormemente en conductos en régimen de lámina libre, no sólo en canales y cauces naturales (véase el texto "Open-channel hydraulics", de Ven Te Chow), sino que se usa también en conductos circulares no llenos y todo ello radica en su sencillez.

Pero, a pesar de esta sencillez, la fórmula de Manning fracasa naturalmente cuando los diámetros de las tuberías son muy pequeños y, especialmente, cuando las rugosidades absolutas de los materiales son bajas, ya que para estos casos la fórmula es pesimista. También sucede que la fórmula es optimista para grandes diámetros y aquí es cuando Luis Torrent comienza a introducir "modificaciones", por así decir, a la fórmula de Manning.

EL PRIMER PASO DE TORRENT

Estamos en los años 60 y se acaba de construir un importante aprovechamiento hidroeléctrico: el Salto de Cornatel. El canal tiene unos 20 Km de longitud, siendo la mayor parte de túnel en herradura de 5,60 m de diámetro. Se ha supuesto un coeficiente de Strickler $St = 70$, que parece muy conservador, y, sin embargo, se observa que el caudal admitido es de 48 m^3/seg. en lugar de los 50 m^3/seg. de proyecto. Se ha utilizado encofrado de madera en buenas condiciones. Ha sucedido, simplemente, que la fórmula era optimista por ser el radio hidráulico muy grande.

Por otra parte, Luis Torrent estudia la chimenea de equilibrio de Cornatel y para ello aplica coeficientes de Manning extremos: $n = 0{,}0115$, mínimo, y $n = 0{,}013$, máximo, ya que se ha utilizado encofrado metálico y parte de la galería de presión tiene blindaje soldado. El diámetro medio es 5,85 metros. Sin embargo, cuando se deduce el coeficiente de Manning, para distintas operaciones de prueba, éste resulta oscilar entre $n = 0{,}0135$ y $n = 0{,}0145$, por encima del máximo supuesto.

Torrent, entonces, decide acometer la ardua tarea de remodelar la fórmula de Manning, estableciendo:

$$v = B \cdot R^{b} \cdot i^{0,5} = B\,(d/4)^{b}\, i^{0,5} \qquad (7)$$

Para ello es necesario fijar unos valores extremos del radio hidráulico $R = d/4$ y Torrent, que entonces está centrado en la hidráulica de grandes dimensiones, establece estos extremos entre 0,2 y 2,5 m y, por supuesto, la condición de que los números de Reynolds sean inferiores a 10^4. Remito al lector al artículo "Discusión de las fórmulas de rugosidad. Propuesta de fórmula simplificada", publicado en la *Revista de Obras Públicas* del mes de abril de 1966, págs. 271 a 279. En él se llega a pares de valores de B y b que van de $B = 106$, $b = 0{,}575$, para la rugosidad absoluta $k = 0{,}02$ milímetros (vidrio o acero asfaltado), a $B = 39$, $b = 0{,}71$ para $k = 100$ mm (cursos de agua con vegetación o piedras).

Torrent, a la vista de la pequeña variación de b, llega a proponer:

$$v = B \cdot R^{0,6} \cdot i^{0,5}\ (B = 70 \text{ a } 90) \qquad (8)$$

para hormigones cuidados, y

$$v = B \cdot R^{0,587} \cdot i^{0,5}\ (B = 85 \text{ a } 100) \qquad (9)$$

para aceros soldados.

"Incluso para mayor sencillez —concluye— se puede calcular siempre con $b = 0{,}6$, que, si bien no es excesivamente correcto, es más aproximado que la extrapolación de las fórmulas de Manning o Strickler a conducciones de grandes dimensiones."

El eco de este estudio no ha debido ser muy grande, al haber alcanzado la fórmula de Manning una difusión amplísima, especialmente por medio del citado "Open-channel hydraulics" de Ven Te Chow, auténtico Evangelio para los conductos a cielo abierto o en lámina libre y que proporciona una de las más amplias tablas de valores del coeficiente n de Manning. No obstante, un determinado grupo de ingenieros calculamos, a partir de entonces, mediante la fórmula (7), a la que denominamos de Manning-Torrent, sin réplica alguna por parte de la Superioridad.

EL SEGUNDO PASO

Pero transcurren dos años y medio, durante los que Torrent sigue enfrascado en el asunto y ve que no ha cuebierto todo el campo de las tuberías, sobre todo cuando los valores de la rugosidad absoluta y de la velocidad son pequeños, es decir, cuando es pequeño el producto $v \cdot k$ (régimen "turbulento liso", según una terminología que Torrent arguye debiera cambiarse por régimen "sosegado"). Entonces trabaja más a fondo con la fórmula (2) universal de los tubos y construye un ábaco que publica en la *Revista de Obras Públicas* de octubre de 1968, págs. 757 a 767, en un artículo que denomina "Contribución al cálculo hidráulico de tuberías".

Cree Torrent que este artículo no ha tenido repercusión apenas y lo que ocurre es que no se lo han comunicado. Yo mismo, al cambiar de oficina de proyectos en 1976, encontré que todos los ingenieros de Hidráulica de mi nueva empresa tenían fotocopias del "Abaco para la determinación del coeficiente de la fórmula universal de los tubos" (pág. 763 del artículo citado), bien debajo del cristal de la mesa, bien en el cajón de más uso.

Yo, personalmente, prefiero no trabajar con ábacos, que me cansan la vista, y he utilizado, en cambio, el cuadro de valores de la pág. 767, con el que se interpola fácilmente. Pero además, con el ábaco sólo se pueden deducir dos cifras significativas, mientras que con una doble interpolación lineal en el cuadro pueden deducirse tres, en ambos casos para obtener el valor de $1/\sqrt{f}$.

Sin embargo, las utilidades del ábaco y del cuadro comienzan a difuminarse cuando las minicalculadoras se ponen al alcance de todos, ya que entonces resulta que resolver la fórmula (2) universal de los tubos es casi tan corto como utilizar el ábaco o el cuadro. Basta tomar una norma cualquiera para empezar las aproximaciones, por ejemplo:

$$1/\sqrt{f} = 7$$

Utilicemos como ejemplo el siguiente caso: Una tubería de hormigón de $d = 1{,}30$ m para un caudal $Q = 2{,}0$ m^3/seg.

Hipótesis:

— Rugosidad absoluta: $k = 0{,}5$ mm.

— Temperatura del agua: alrededor de 10º C.

Deducciones:

— Número de Reynolds:

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = v \frac{1{,}3}{1{,}3 \cdot 10^{-6}} = v \cdot 10^{6}$$

— Velocidad media: $v = 1{,}507$ m/seg.

La fórmula (2) queda expresada así:

$$1/\sqrt{f} = -2 \log (1{,}666 \cdot 10^{-6}/\sqrt{f} + 103{,}67 \cdot 10^{-6}) =$$
$$= -2 \log (a/\sqrt{f} + b) = A$$

Una vez deducidos $a = 2{,}51/Re = 1{,}666 \cdot 10^{-6}$ y $b = k/3{,}71\, d = 103{,}67 \cdot 10^{-6}$ e introducidos en sendas memorias, se teclea, obteniendo en pocos segundos:

Tanteo 1.º	$1/\sqrt{f} = 7$	$A = 7{,}8761...$
Tanteo 2.º	$1/\sqrt{f} = 7{,}8761$	$A = 7{,}86517...$
Tanteo 3.º	$1/\sqrt{f} = 7{,}86517$	$A = 7{,}86531...$
Tanteo 4.º	$1/\sqrt{f} = 7{,}86531$	$A = 7{,}86531...$

Con el tanteo 1.º hemos llegado a $1/\sqrt{f} = 7{,}9$, que es lo que nos puede dar el ábaco. Mediante una doble interpolación en el cuadro se llega a $1/\sqrt{f} = 7{,}84$, resultando algo erróneas las centésimas. Es decir, el tanteo 1.º da ya mayor precisión que el ábaco y el cuadro.

Si, en lugar de una minicalculadora normalita, tenemos una programable, la resolución es aún más rápida.

EL TERCER Y GRAN PASO

El tercer y gran paso de Torrent nos llega ahora con un título cargado de humorismo: "Entre el sosiego y la turbulencia". Dice Torrent "...Aunque hallamos obtenido una serie de puntos de funcionamiento de la conducción, su único enlace sigue estando en la engorrosa fórmula universal que requiere un programa de cálculo iterativo para cada variación de los datos".

"En definitiva: A pesar de los ábacos, no hemos avanzado nada —Torrent es demasiado modesto, puesto que sí avanzó mucho en los años 60— en nuestra finalidad de unificar los cálculos hidráulicos. Tenemos que emprender otro camino, sacrificando la exactitud en aras de la operatividad...". (página 580.)

¡Y sin entretenerse en excesivas explicaciones (páginas 580 y 581) nos da las fórmulas clave generalizadas!

$$\boxed{1.000\, i = \frac{v^{m}}{M \cdot d^{n}}} \qquad (10)$$

o bien:

$$\boxed{v = B \cdot d^{b} \cdot i^{c}} \qquad (11)$$

Compárese la fórmula (11) con la (7) y véase en qué consiste el nuevo éxito: el parámetro c ya no es siempre $c = 0{,}5$. Para rugosidades $k < 0{,}5$ milímetros, c debe ser superior a 0,5.

Algunos estaréis pensando que mi entusiasmo es inmoderado y poco fundado. Bien: yo no he experimentado a fondo las nuevas fórmulas, pero sí tengo una experiencia reciente que os voy a resumir:

Se trata de un caso calculado antes de aparecer el artículo que conmento: Es una instalación de agua bombeada a una cámara de rotura de carga, de la que parte una tubería de hormigón de más de cuatro kilómetros de longitud. La tubería tiene un diámetro de 1.300 mm y los caudales pueden variar entre 2,0 y 2,6 m^3/seg., según el nivel del embalse del que se bombea. Los tubos de hormigón son prefabricados. Para garantizar todos los casos de funcionamiento, es decir, para definir bien la cámara (o chimenea de equilibrio), así como para el estudio del golpe de ariete, es necesario plantear hipótesis medias y extremas.

Procedimos, naturalmente, a utilizar la fórmula universal con las siguientes premisas:

— Hipótesis óptima: $k = 0{,}25$ mm.

— Hipótesis media: $k = 0{,}50$ mm.

— Hipótesis pésima: $k = 1{,}00$ mm.

Respecto a la viscosidad cinemática del agua, como la temperatura no variará gran cosa, ni influye apenas, supusimos:

$$\nu = 1,3 \cdot 10^{-6} \quad m^2/seg.$$

correspondiente a unos 10° C.

Los resultados obtenidos mediante minicalculadora figuran en el "cuadro comparativo de resultados" que se acompaña.

He aplicado después la fórmula (10) de Torrent, con los parámetros indicados en el cuadro de la página 581:

Para k = 0,25 mm, m = 1,961, M = 1,28, n = 1,204

Para k = 0,50 mm, m = 1,980, M = 1,13, n = 1,213

Para k = 1,00 mm, m = 1,992, M = 0,98, n = 1,220

Los resultados son los que figuran en el antedicho cuadro, en el que se expresan los errores absolutos y relativos, respecto a la fórmula universal. Los relativos pueden compendiarse así:

Hipótesis	Error relativo
Optima	De 0,000 a 0,001
Media	De 0,006 a 0,007
Pésima	De 0,007 a 0,008

CUADRO COMPARATIVO DE RESULTADOS

1. HIPOTESIS OPTIMA (k = 0,25 mm. St = 93 n = 0,0108

Caudal (m^3/s)	Fórmula univer. 1.000 i	FORMULA DE TORRENT			FORMULA DE MANNING		
		1.000 i	Error absoluto	Error relativo	1.000 i	Error absoluto	Error relativo
2,0	1,274	1,273	0,001	0,001	1,175	0,099	0,078
2,1	1,401	1,400	0,001	0,001	1,295	0,106	0,076
2,2	1,534	1,534	0,000	0,000	1,421	0,113	0,074
2,3	1,675	1,675	0,000	0,000	1,554	0,121	0,072
2,4	1,821	1,820	0,001	0,001	1,691	0,130	0,071
2,5	1,972	1,971	0,001	0,001	1,835	0,137	0,069
2,6	2,131	2,130	0,001	0,000	1,985	0,146	0,069

2. HIPOTESIS MEDIA (k = 0,50 mm. St = 86,5 n = 0,0116

Caudal (m^3/s)	Fórmula univer. 1.000 i	FORMULA DE TORRENT			FORMULA DE MANNING		
		1.000 i	Error absoluto	Error relativo	1.000 i	Error absoluto	Error relativo
2,0	1,441	1,450	0,009	0,006	1,358	0,083	0,058
2,1	1,586	1,596	0,010	0,006	1,497	0,089	0,056
2,2	1,738	1,750	0,012	0,007	1,643	0,095	0,055
2,3	1,899	1,912	0,013	0,007	1,796	0,103	0,054
2,4	2,065	2,080	0,015	0,007	1,955	0,110	0,053
2,5	2,238	2,254	0,016	0,007	2,120	0,118	0,053
2,6	2,421	2,438	0,017	0,007	2,295	0,126	0,052

3. HIPOTESIS PESIMA (k = 1,00 mm. St = 79,9 n = 0,0125

Caudal (m^3/s)	Fórmula univer. 1.000 i	FORMULA DE TORRENT			FORMULA DE MANNING		
		1.000 i	Error absoluto	Error relativo	1.000 i	Error absoluto	Error relativo
2,0	1,665	1,677	0,012	0,007	1,592	0,073	0,044
2,1	1,833	1,847	0,014	0,008	1,754	0,079	0,043
2,2	2,010	2,026	0,016	0,008	1,925	0,085	0,042
2,3	2,198	2,215	0,017	0,008	2,105	0,093	0,042
2,4	2,391	2,410	0,019	0,008	2,292	0,099	0,041
2,5	2,592	2,614	0,022	0,008	2,485	0,107	0,041
2,6	2,805	2,828	0,023	0,008	2,691	0,114	0,041

Con esto tenemos ya una idea: Mucho nos hace ganar la fórmula de Torrent en operatividad, cediendo muy poco en exactitud.

Pero también he aplicado la fórmula de Manning, teniendo en cuenta que estamos cerca del punto de su máxima exactitud. Para ello me he basado en la expresión (25), deducida de Torrent en el primero de sus artículos a que he hecho referencia, esto es, al publicado en la *Revista de Obras Públicas* de abril de 1966, pág. 276:

$$1/n = St = 18\,R^{1/6} \log \frac{3{,}7\,d}{k}$$

De esta fórmula se deduce para nuestro caso:

Rugosidad absoluta, k	Coeficiente de Strickler, St	Coeficiente de Manning, n
0,25 mm	93,0	0,0108
0,50 mm	86,5	0,0116
1,00 mm	79,9	0,0125

Los resultados figuran también en el cuadro comparativo, con la expresión de los errores absolutos y relativos respecto a la fórmula universal. He aquí el compendio de los relativos:

Hipótesis	Error relativo
Optima	De 0,069 a 0,078
Media	De 0,052 a 0,058
Pésima	De 0,041 a 0,044

Para mí queda suficientemente claro que, desde ahora, las pérdidas de carga a lo largo de una tubería, sea de polivinilo, fibrocemento, acero, hormigón prefabricado o cualquier otro tipo de hormigón, tienen una expresión común, que sustituye a la "engorrosa" fórmula universal, en la forma de Torrent:

$$h = \Sigma k_i \frac{v^2}{2g} + \frac{L}{1.000\,M\,d^n} v^m \qquad (12)$$

lo que representa casi la misma facilidad operativa que consiguieron Strickler y Manning bajo la fórmula (6), pero con una exactitud mucho mayor y, desde luego, sobradamente suficiente.

PETICIONES

No obstante, quisiera pedir a Luis Torrent lo siguiente:

1.º Que establezca una total correspondencia biunívoca en su cuadro de la página 581. Me explicaré: entre las ternas de parámetros (m, M, n) de la fórmula (10) y (B, b, c) de la (11) deben existir las siguientes correlaciones:

$$B = (1.000\,M)^{1/m} \qquad (13)$$

$$b = n/m \qquad (14)$$

$$c = 1/m \qquad (15)$$

Para los cuatro primeros grupos de materiales que figuran en el cuadro estas correlaciones se cumplen. Para el 5.º: "Hormigón excelente (prefabricado)", con rugosidad $k = 0{,}5$ mm, igual a la del grupo anterior, parece como si los guiones quisieran significar que los valores de (m, M, n) son los del antedicho grupo anterior. Sin embargo, atendiendo a los de su terna homóloga (B, b, c), deberían ser:

$$m = 2{,}000 \qquad M = 1{,}16 \qquad n = 1{,}200$$

En los dos últimos grupos la correspondencia biunívoca no se cumple exactamente.

2.º Creo que Torrent debiera especificarnos las limitaciones de su fórmula (en realidad es una sola) y de sus parámetros. En el cuadro comparativo puede verse que los parámetros dados por Torrent para $k = 0{,}25$ mm han arrojado, en mi caso, un error prácticamente nulo. Sin embargo, los parámetros para $k = 0{,}5$ mm y para $k = 1{,}0$ milímetros me han dado errores aceptables, pero no nulos.

3.º En la práctica hidráulica siempre ha sido norma utilizar hipótesis media y extremas, como las que yo he utilizado. Si la rugosidad media de un hormigón prefabricado puede tomarse $k = 0{,}5$ milímetros, también debe prevenirse que pueda resultar hasta $k = 0{,}25$ mm, como extremo de máxima calidad, y $k = 1{,}0$ mm, como extremo de mínima, especialmente en previsión de su futuro deterioro.

Esto equivale a pedirle a Torrent un cuadro más amplio, es decir, de una terna de valores de la rugosidad para cada grupo de materiales. Por ejemplo, para polivinilo y otros plásticos, según el cuadro de la página 578, la rugosidad puede variar entre 0,015 y 0,010 mm. El cuadro de la página 581 nos da los parámetros para el valor medio 0,0125, pero no para los extremos.

Y, para terminar, me dirijo ahora a todos los hidráulicos que lean la *Revista de Obras Públicas:* la fórmula de Torrent es un paso sensacional en el cálculo hidráulico de las tuberías. Seguramente y a pesar de lo modestamente que ha sido presentada y argumentada, trascenderá más allá de nuestras fronteras. Me parece que sería tonto que no empecemos a utilizar ya, aquí, está fórmula, para sorprendernos luego, viendo cómo se utiliza en el extranjero, mientras nosotros seguimos con viejos métodos.

También estoy convencido de que la fórmula de Torrent podrá utilizarse en conducciones en lámina libre, sin más que tomar como valor de d (diámetro equivalente, podría llamarse) el valor $d = 4 R_h = 4 s/p$.

CONTESTACION DEL AUTOR

Cambiar en un guarismo una constante
o afinar el valor del exponente
de la velocidad de una corriente
en función de un diámetro cambiante,

no parece ser mérito bastante
para tu comentario vehemente
que es una muestra clara y evidente
de tu parcialidad de comentante.

Pero si la voz pública condena
que sea tan parcial tu comentario
a mí de gran satisfacción me llena,

pues lo que es evidente y es palmario,
querido César Gómez Caffarena,
es que eres un amigo extraordinario.