

Abolladura de perfiles metálicos comprimidos de sección en cajón (*)

Por **JOSE R. ATIENZA REALES**

Catedrático de Estructuras y Puentes Metálicos de la E.T.S. de Ing. de C.C. y P. de Valencia

MARCOS J. PANTALEON PRIETO

Profesor Agregado de Estructuras y Puentes Metálicos de la E.T.S. de Ing. de C.C. y P. de Valencia.

En este artículo se determina de forma analítica la esbeltez geométrica límite que debe darse a las paredes de una columna metálica de sección en cajón, con el fin de conseguir que no se produzca la abolladura de sus chapas componentes, antes de que se alcance la carga de plastificación de la columna.

Los resultados obtenidos, que se han comparado con los que se deducen de los ensayos realizados por varios investigadores, permiten discutir la validez de los criterios establecidos en la normativa española: «Cálculo de las estructuras de acero laminado en la edificación - MV 103/1972».

I. INTRODUCCION

Se puede considerar que los perfiles metálicos están constituidos por chapas planas, rectangulares, ensambladas entre sí en sus bordes longitudinales (figura 1).

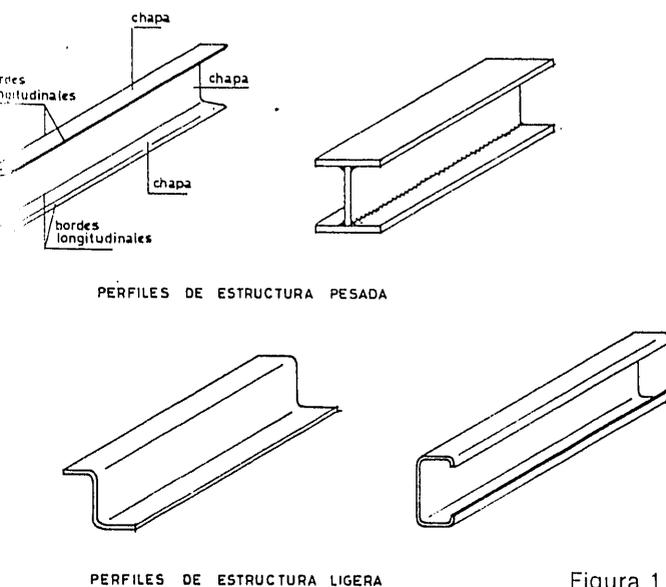


Figura 1.

Atendiendo a su proceso de fabricación, podemos dividirlos en dos clases: perfiles de estructura pesada y perfiles de estructura ligera. Los primeros se obtienen por laminación en caliente de tochos de acero o por soldadura de chapas gruesas; y los segundos, por plegado en frío de flejes o chapas finas.

Para el análisis del comportamiento resistente de los perfiles metálicos suele admitirse que se trata de piezas prismáticas de pared delgada y sección transversal indeformable. Asimismo, dado que su longitud suele predominar frente a las dimensiones de su sección transversal, también se admite el resto de las hipótesis simplificadoras que formula la teoría de la resistencia de materiales.

Estas simplificaciones permiten referir los corrimientos de cualquier punto de la barra a los corrimientos experimentados por su directriz. De esta forma se consigue que el análisis de la barra, que inicialmente es un problema tridimensional, pueda abordarse como un problema unidimensional, lo que permite analizar, con una teoría relativamente simple, el agotamiento del perfil, tanto por plastificación de sus fibras como por pandeo masivo (pandeo lateral de vigas exentas y pandeo por flexión, torsión o flexotorsión de soportes comprimidos).

*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que podrán remitirse a la Redacción de esta Revista hasta el 31 de octubre de 1982.

Este tipo de análisis es incompleto, ya que no puede considerarse la posibilidad de que la capacidad portante del perfil se vea afectada por posibles distorsiones en la forma de su sección transversal (figura 2).

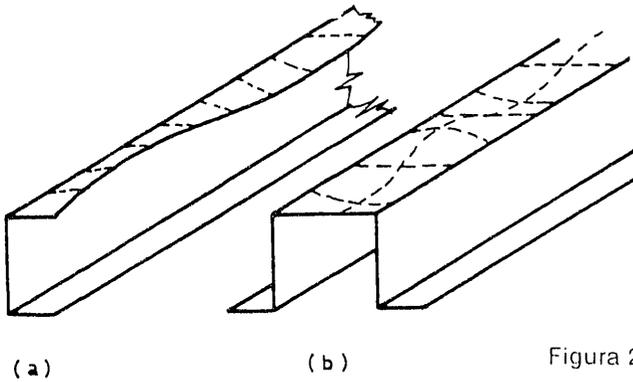


Figura 2.

Distorsiones que se presentan cuando los elementos superficiales que componen el perfil poseen una esbeltez geométrica elevada y, además, están solicitados por tensiones principales de compresión.

El estudio de este fenómeno, que recibe el nombre de abolladura o pandeo local, requiere un tratamiento analítico bastante complejo, ya que es necesario considerar a las chapas que componen el perfil como elementos bidimensionales, cuyo comportamiento viene regido por teorías de segundo orden.

Cuando se trabaja con perfiles laminados no es necesario analizar la abolladura de los elementos superficiales que los componen, ya que dichos elementos son «compactos», es decir, tienen una relación anchura/espesor suficientemente reducida como para conseguir que el agotamiento del perfil sea por plastificación de sus fibras antes de que se produzca la abolladura de sus paredes. En los perfiles formados por chapas soldadas los proyectistas los suelen diseñar de forma que sus paredes también sean elementos «compactos». No obstante, existen algunas excepciones como, por ejemplo, las almas de las vigas armadas que, para economizar material, se diseñan con esbelteces geométricas elevadas, lo que puede provocar su abolladura a menos que se rigidicen adecuadamente.

Por otra parte, los perfiles de estructura ligera están formados por elementos superficiales muy esbeltos, en los que la relación anchura/espesor es tan elevada que su abolladura se produce casi siempre con tensio-

nes muy inferiores a las que provocan la fluencia o el pandeo masivo del perfil. Sin embargo, cabe indicar que la abolladura de estos elementos superficiales, especialmente cuando tienen sus bordes longitudinales rigidizados no supone realmente el agotamiento del perfil, ya que al producirse la abolladura e iniciarse las ondulaciones de sus paredes se desarrollan unos esfuerzos de membrana que coartan dichas ondulaciones, lo que permite al perfil de estructura ligera seguir soportando cargas adicionales una vez que se ha producido la abolladura de sus paredes. Esta reserva de resistencia, que recibe el nombre de resistencia postcrítica de las chapas esbeltas se aprovecha en el diseño de estos perfiles trabajando con el conocido artificio de la «anchura eficaz», propuesto inicialmente por von Kármán (referencia 1), en 1932, y mejorando, posteriormente, por Winter (referencia 2), en base a los resultados obtenidos en numerosos ensayos experimentales.

En este trabajo sólo consideraremos los perfiles de estructura pesada. Nuestro objetivo es determinar la «esbeltez geométrica límite» que debe darse a sus chapas componentes para conseguir que pueda alcanzarse la plastificación de todas sus fibras antes de que se produzca la abolladura de sus paredes.

Con el fin de simplificar el planteamiento analítico del problema y poder prestar más atención a los diversos factores que influyen en el fenómeno, consideraremos solamente una columna comprimida, formada por cuatro chapas iguales, soldadas entre sí, que constituyen una sección en cajón. No obstante, el análisis que exponemos se puede ampliar fácilmente (referencia 3) a otros tipos de perfiles, tanto laminados como soldados y a otros tipos de solicitaciones.

II. ABOLLADURA DE LAS PAREDES DE UNA COLUMNA DE SECCION EN CAJON

Cuando se produce la abolladura de las paredes de una columna de sección en cajón, que permanece recta sin flectar (figura 3), se observa:

- a) Los bordes longitudinales, en los que se ensamblan entre sí las chapas que constituyen el perfil, permanecen rectos (figura 3a).

ABOLLADURA DE PERFILES METALICOS COMPRIMIDOS DE SECCION EN CAJON

- b) El ángulo de 90° sexagesimales, que forman entre sí dos chapas contiguas, permanece inalterado (figura 3b).
- c) Las ondulaciones sinusoidales que presentan las cuatro chapas que constituyen la columna tienen la misma longitud de semionda en todas ellas.

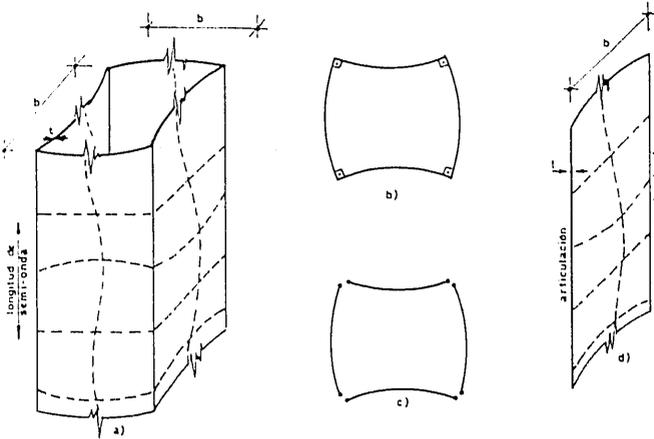


Fig. 3. Distorsión por abolladura de la sección transversal de una columna comprimida.

En el caso particular de que las cuatro chapas que componen la columna sean iguales, sus deformadas, al abollar, serán idénticas y, por consiguiente, no se inducen esfuerzos de interacción en sus líneas de conexión. Así pues, el estudio de la abolladura

del perfil se reduce al estudio del pandeo de una de sus chapas componentes, supuesta articulada en sus dos bordes longitudinales (figuras 3c y d).

El estudio analítico de la abolladura de una chapa rectangular solicitada a compresión uniforme en dirección longitudinal (figura 4) se inició con el trabajo pionero de Bryan (4), en 1891. Desde entonces se han publicado numerosos trabajos de investigación, tanto teóricos como experimentales.

La mayor parte de los trabajos teóricos tienen poca utilidad práctica, ya que los modelos matemáticos utilizados no reproducen correctamente el comportamiento del sistema estructural y, por consiguiente, no existe la adecuada concordancia entre los resultados teóricos y los experimentales. Esto se debe a que, normalmente, los estudios teóricos se orientan hacia el cálculo de la llamada «carga crítica», magnitud que se evalúa admitiendo ciertas hipótesis simplificadoras, que sólo cumplen los sistemas perfectos. Incluir en el análisis las imperfecciones del sistema estructural y el comportamiento elasto-plástico del material estructural, con el fin de determinar la llamada «carga de colapso», supone unas dificultades de índole numérica que no se han podido superar hasta la aparición de los modernos computadores digitales. Todos estos temas son los que iremos analizando en los distintos apartados que componen este trabajo.

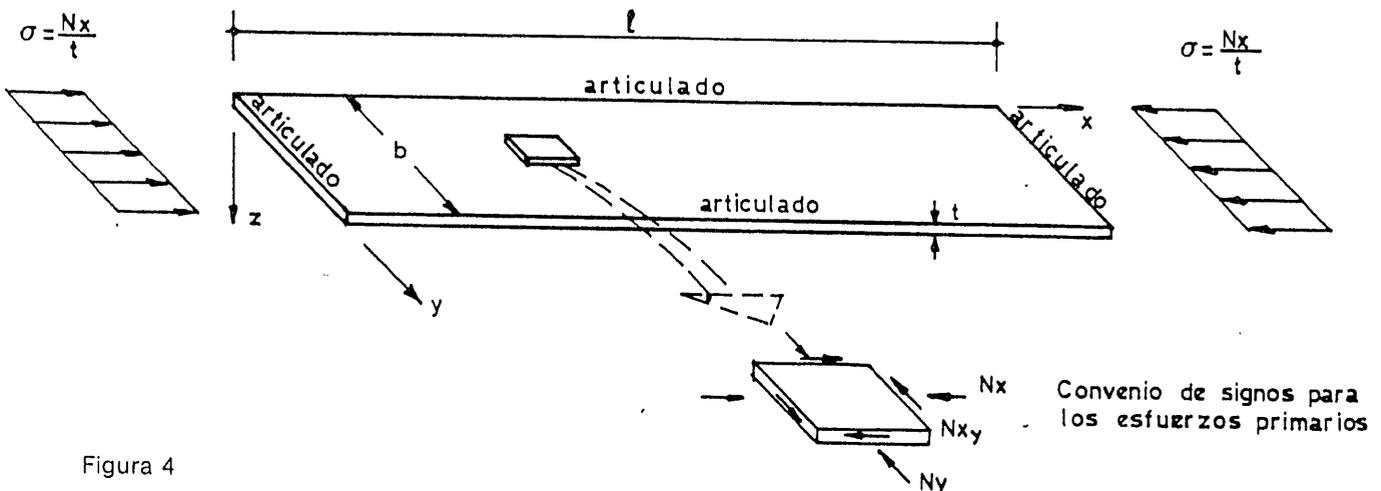


Figura 4

III. CARGA CRITICA DE UNA CHAPA RECTANGULAR SOLICITADA A COMPRESION UNIFORME EN DIRECCION LONGITUDINAL (ESBELTEZ LIMITE IDEAL)

Consideremos (figura 4) una chapa plana, rectangular, de longitud l , anchura b y espesor t , articulada en sus cuatro bordes y solicitada por una carga longitudinal P que induce en la chapa un estado tensional definido por:

$$\begin{aligned} N_x &= P/b \quad (\sigma_x = N_x/t) \\ N_y &= 0 \\ N_{xy} &= 0 \end{aligned}$$

N_x , N_y y N_{xy} son esfuerzos primarios por unidad de anchura.

Para determinar la menor carga crítica de este sistema estructural debemos buscar el menor valor de P , o de σ , para el cual la chapa, que inicialmente está en equilibrio permaneciendo plana está, también, en equilibrio, en infinitas posiciones deformadas muy próximas a la geometría plana inicial.

La ecuación, en derivadas parciales, que establece el equilibrio en una posición ligeramente deformada, de una chapa inicialmente plana y cargada en su plano medio, fue deducida por Saint Venant en 1883. Su expresión es:

$$\frac{E t^3}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^4 w^*(x,y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 w^*(x,y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w^*(x,y)}{\partial y^4} \right) + \sigma t \frac{\partial^2 w^*(x,y)}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

donde:

- E = Módulo de elasticidad longitudinal.
- ν = Módulo de Poisson.
- $w^*(x, y)$ = Corrimientos transversales al plano medio de la chapa.
- $\sigma_x = N_x$.

La ecuación anterior se obtiene suponiendo que el material estructural es homogéneo e isótropo, siendo su comportamiento perfectamente elástico y lineal. Asimismo, con el fin de poder aceptar todas las simplificaciones de la teoría lineal de la flexión de placas delgadas, se supone, además, que los corrimientos transversales $w^*(x, y)$ en el momento del pandeo, son de pequeña magnitud en comparación con el espesor de la chapa.

Admitiendo (referencia 3) que los corrimientos transversales $w^*(x, y)$ presentan, en el momento del pandeo, una variación sinusoidal en dirección longitudinal (figura 5), podemos escribir que la geometría de equilibrio pandeada viene definida por:

$$w^*(x, y) = W(y) \operatorname{sen} \frac{n \pi x}{l} \quad (2)$$

donde n es un número entero, $n = 1$ ó 2 ó 3 ó $4 \dots$, que representa el número de semiondas que se forman en la dirección longitudinal.

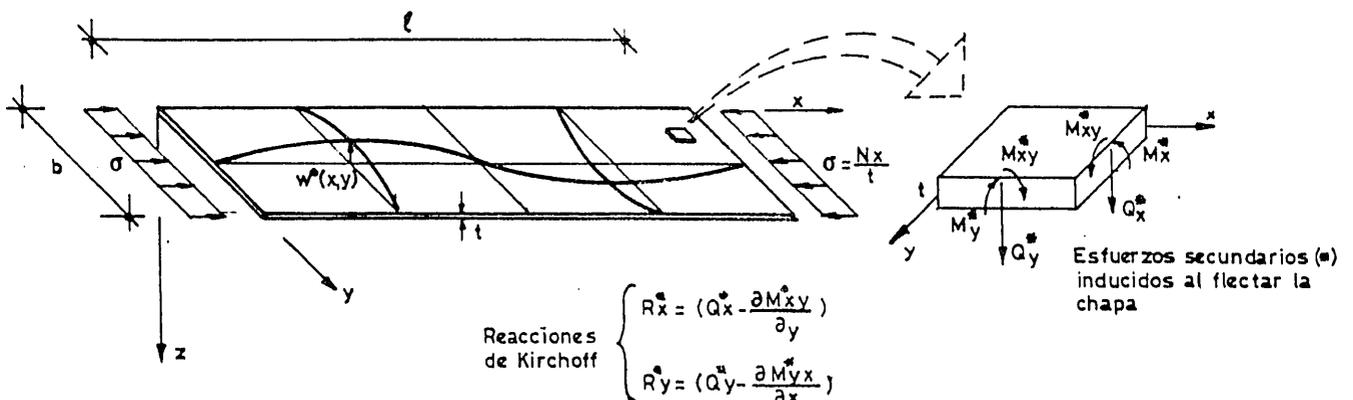
La función (2) satisface automáticamente las condiciones de contorno en los extremos de la chapa ($x = 0$ y $x = l$) donde suponemos que existen articulaciones (diafragmas). Estas condiciones son:

$$\left[w^*(x, y) = 0 \right]_{x=0, l}$$

$$\left[\frac{\partial^2 w^*(x, y)}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial w^*(x, y)}{\partial y^2} = 0 \right]_{x=0, l}$$

dado que $M_x^* = 0$

Figura 5.—Geometría de equilibrio pandeada.



ABOLLADURA DE PERFILES METALICOS COMPRIMIDOS DE SECCION EN CAJON

por otra parte la función (2) debe satisfacer la ecuación (1). Sustituyendo (2) en (1) obtenemos la ecuación diferencial:

$$\frac{d^4 W(y)}{dy^4} - \frac{2n^2 \pi^2}{l^2} \frac{d^2 W(y)}{dy^2} + \left(\frac{n^4 \pi^4}{l^4} - \frac{\sigma t}{D} \frac{n^2 \pi^2}{l^2} \right) W(y) = 0$$

que al integrarla nos permite determinar la función $W(y)$:

$$W(y) = \sum_{i=1}^4 A_i e^{r_i y}$$

donde $r_i = \pm \sqrt{\frac{n\pi}{l} \left(\frac{n\pi}{l} \pm \sqrt{\frac{\sigma t}{D}} \right)}$

Para determinar las cuatro constantes de integración: A_1, A_2, A_3 y A_4 , debemos imponer las condiciones de contorno en los bordes longitudinales de la chapa ($y = 0$ e $y = b$). En este caso particular, en el que suponemos que ambos bordes están articulados, las condiciones de contorno:

$$\left[w^*(x,y) = 0 \right]_{y=0,b}$$

$$\left[\frac{\partial^2 w^*(x,y)}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w^*(x,y)}{\partial x^2} = 0 \right]_{y=0,b}$$

dado que $M_y^* = 0$

conducen a un sistema homogéneo de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ r_1^2 & r_2^2 & r_3^2 & r_4^2 \\ e^{r_1 b} & e^{r_2 b} & e^{r_3 b} & e^{r_4 b} \\ r_1^2 e^{r_1 b} & r_2^2 e^{r_2 b} & r_3^2 e^{r_3 b} & r_4^2 e^{r_4 b} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (3)$$

El sistema homogéneo (3) se puede satisfacer de dos maneras; bien:

$$A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 0$$

bien:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ r_1^2 & r_2^2 & r_3^2 & r_4^2 \\ e^{r_1 b} & e^{r_2 b} & e^{r_3 b} & e^{r_4 b} \\ r_1^2 e^{r_1 b} & r_2^2 e^{r_2 b} & r_3^2 e^{r_3 b} & r_4^2 e^{r_4 b} \end{vmatrix} = 0$$

En el primer caso, cuando $A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 0$ (solución trivial), r_i y, por consiguiente, σ puede tomar cualquier valor. Esta solución pone de manifiesto que una chapa plana cargada en su plano medio está en equilibrio, cualquiera que sea la sollicitación σ , siempre que permanezca plana.

En el segundo caso, es decir, para aquellos valores de n y σ que anulan el determinante de los coeficientes del sistema homogéneo (solución no trivial), la chapa está también en equilibrio en infinitas posiciones ligeramente deformadas definidas en su forma, pero no en su magnitud, ya que puede demostrarse que, para dichos valores de n y σ , la deformada pandeada viene definida por la expresión:

$$W^*(x,y) = A_1 (e^{r_1 y} + \frac{A_2}{A_1} e^{r_2 y} + \frac{A_3}{A_1} e^{r_3 y} + \frac{A_4}{A_1} e^{r_4 y}) \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{l}$$

donde A_1 puede tomar cualquier valor, y las relaciones: $A_2/A_1, A_3/A_1, A_4/A_1$ se obtienen sustituyendo n y σ en el sistema 3.

El menor valor de σ que anula el determinante de los coeficientes del sistema homogéneo (3) recibe el nombre de «primera tensión crítica» ($\sigma = \sigma_{crit}$). Esta es la menor tensión para la que es posible un estado de equilibrio neutro (infinitas soluciones) y, además, es la menor tensión para la que la chapa deja de estar en equilibrio estable en la geometría plana inicial.

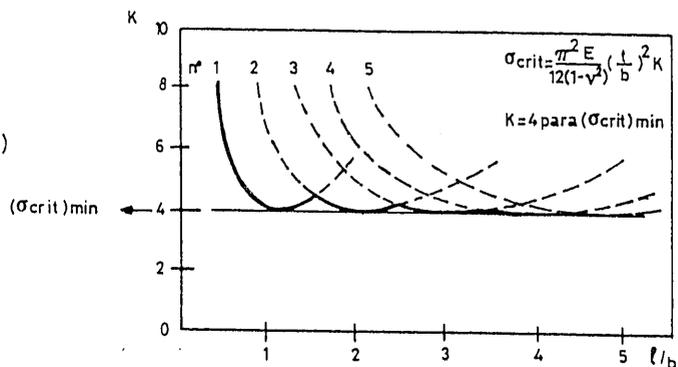


Figura 6

Los valores de $\sigma = \sigma_{crit}$ (para $n = 1$ ó 2 ó $3 \dots$) que anulan dicho determinante se han representado con trazo continuo, en la figura 6, para diversos valores de la relación l/b . Como puede observarse para valores de $l/b > 4$ (muy frecuentes en las chapas componentes

de los perfiles metálicos) la «primera tensión crítica» permanece prácticamente constante, y vale:

$$(\sigma_{crit.})_{min} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 K \quad \text{donde } K \approx 4$$

Representando $(\sigma_{crit.})_{min}$ en función de la esbeltez geométrica (b/t) de la chapa obtenemos el gráfico de la figura 7.

De este gráfico se desprende que la «esbeltez límite ideal», es decir, la relación anchura/espesor que debe tener la chapa comprimida para conseguir que $(\sigma_{crit.})_{min} = \sigma_e$, vale 45,9 para el acero A52 ($\sigma_e = 3.600 \text{ kg/cm}^2$), y 54, para el acero A-42 ($\sigma_e = 2.600 \text{ kg/cm}^2$).

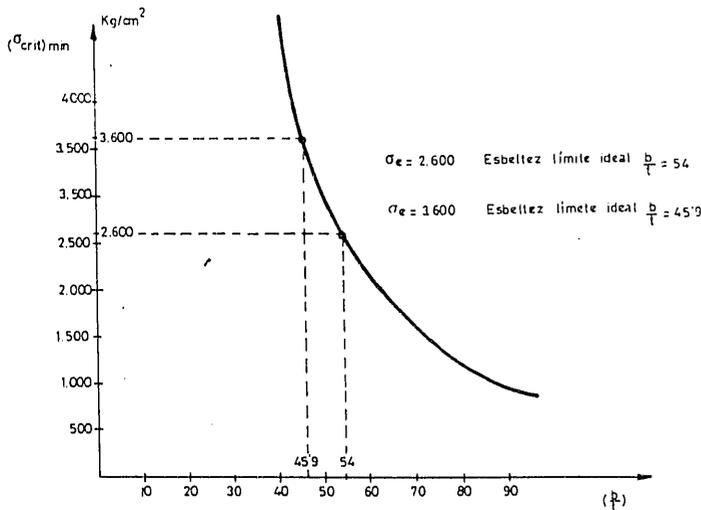


Figura 7.

IV. FACTORES QUE INFLUYEN EN EL COLAPSO POR ABOLLADURA DE LAS CHAPAS QUE CONSTITUYEN LAS PAREDES DE UNA COLUMNA DE SECCION EN CAJON

En el apartado anterior hemos deducido las tensiones críticas de una chapa articulada en sus cuatro bordes y solicitada a compresión uniforme en dirección longitudinal.

La teoría aplicada sólo es válida para los sistemas perfectos, ya que hemos idealizado el comportamiento del sistema estructural, admitiendo las siguientes hipótesis simplificadoras:

- a) La chapa es plana.
- b) La carga está contenida en el plano medio de la chapa.

- c) El material estructural es homogéneo e isótropo, siendo su comportamiento elástico y lineal.
- d) Los corrimientos transversales, inducidos al abollar, son de pequeña magnitud en comparación con el espesor de la chapa.

Las chapas reales no cumplen las hipótesis anteriores y, por consiguiente, su comportamiento no puede analizarse con la teoría de los sistemas perfectos, existiendo una notable diferencia entre el comportamiento experimental de las chapas reales y el predicho por dicha teoría. Esta diferencia se debe, como acabamos de indicar, a varios factores que expondremos a continuación con mayor amplitud.

a) Las chapas reales tienen imperfecciones geométricas, esto es, no son planas. En el caso que nos ocupa, chapas constituyentes de una columna soldada en cajón, las imperfecciones geométricas se originan fundamentalmente por la retracción de los cordones de soldadura.

En la figura 8 representamos la distorsión

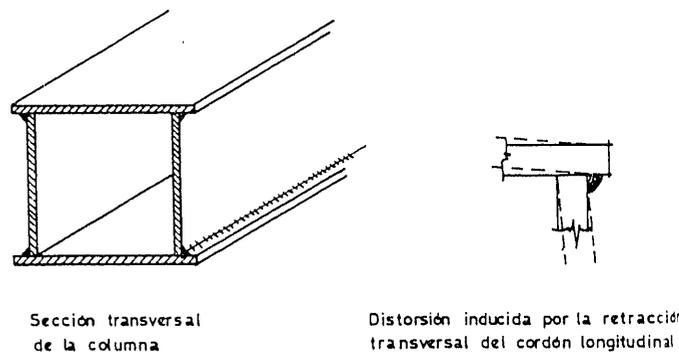


Figura 8

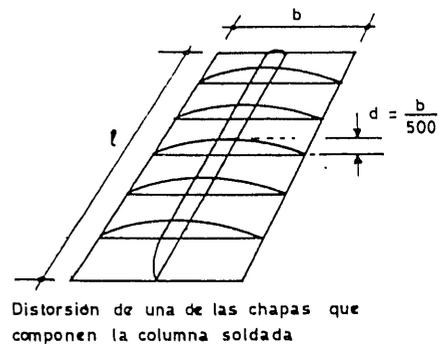


Figura 9

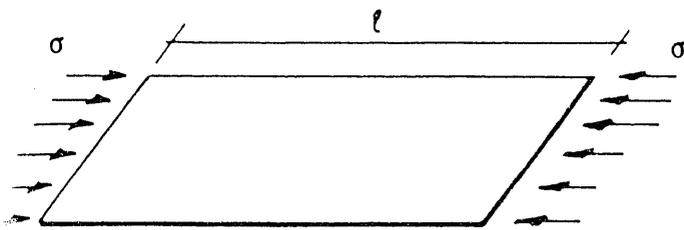
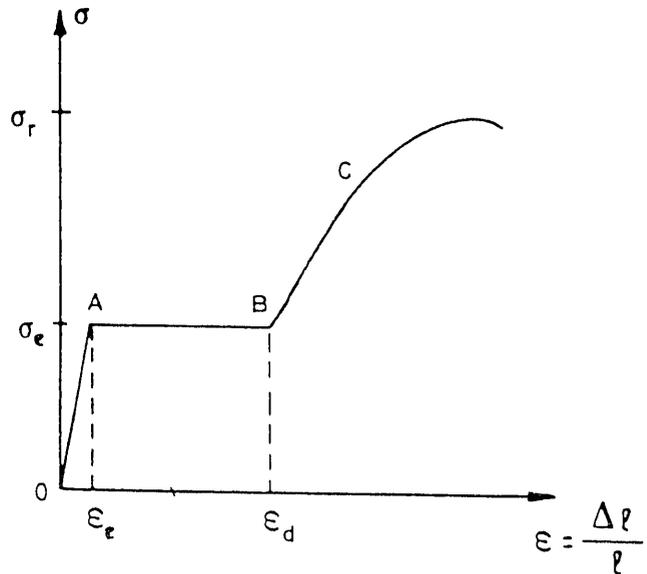


Figura 10



que induce la retracción transversal de los cordones de soldadura en la sección transversal de la columna. Así mismo, en la figura 9, representamos la distorsión total de una de las chapas que forman la columna, suponiendo que está soldada con un cordón continuo en sus cuatro bordes.

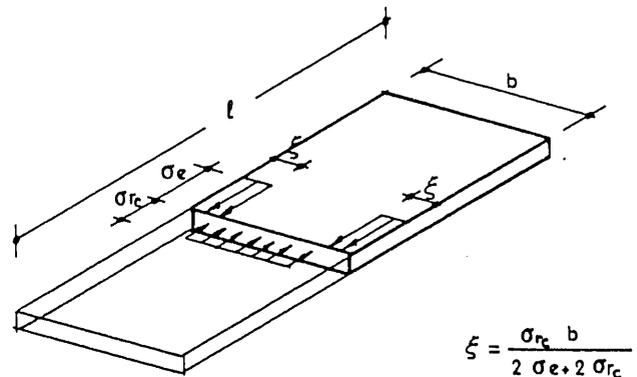
En razón a estas desviaciones respecto a la geometría plana inicial y debido, también, a que la carga de compresión que solicita a la columna no está perfectamente centrada en sus chapas componentes, la acción exterior no sólo induce en las chapas esfuerzos de membrana, sino también induce esfuerzos de flexión. Estos esfuerzos de flexión, cuando son importantes, reducen notablemente la capacidad portante de las chapas comprimidas.

b) El material estructural no es elástico y lineal, como supone la teoría de los sistemas perfectos. En realidad, el acero estructural tiene un comportamiento bastante más complejo que hemos representado esquemáticamente en el diagrama de la figura 10. En este diagrama se distinguen tres tramos diferentes: un primer tramo, representado por la recta OA, en el que la deformación unitaria ϵ es directamente proporcional a la tensión σ aplicada (comportamiento elástico); un segundo tramo, representado por la recta AB, en el que la deformación unitaria ϵ crece a tensión constante σ_e (comportamiento plástico puro); un tercer tramo, representado por la recta BC, en el que para aumentar la deformación unitaria ϵ es necesario aumentar la tensión

aplicada σ (zona de endurecimiento por deformación).

Las chapas esbeltas abollan con una tensión media solicitante inferior al límite elástico σ_e del material estructural, mientras que en las chapas poco esbeltas la abolladura se puede producir a tensiones superiores a σ_e al alcanzarse la zona de endurecimiento por deformación.

Relacionado con el comportamiento elastoplástico del material estructural, cabe indicar que la retracción longitudinal de los cordones de soldadura que unen las cuatro chapas que constituyen la columna, induce en las chapas unas tensiones residuales longitudinales, cuya distribución se puede aproximar, simplificando, en la forma que hemos representado en la figura 11.



$$\xi = \frac{\sigma_{rc} b}{2 \sigma_e + 2 \sigma_{rc}}$$

Fig. 11. Tensiones residuales inducidas por la retracción longitudinal de los cordones de soldadura.

El valor promedio de las tensiones residuales de compresión en la zona central de la chapa σ_{rc} depende de la cantidad de calor suministrada en el proceso de soldadura. Puede evaluarse siguiendo los criterios expuestos en la referencia 5.

Estas tensiones residuales, no uniformes, al añadirse a las tensiones inducidas por las cargas exteriores, dan lugar a que, al ir aumentando las acciones exteriores, se plastifique en primer lugar la zona central de la chapa, permaneciendo elásticas las dos bandas laterales, que se plastifican posteriormente para un nivel de carga superior. Esta circunstancia puede reducir de forma muy apreciable la compresión que son capaces de soportar, sin abollar, las chapas que constituyen el perfil.

c) Finalmente, recordemos que la ecuación diferencial de Saint Venant utilizada en el apartado II para determinar las tensiones críticas, sólo sirve para predecir el comportamiento del sistema estructural hasta que se inician sus ondulaciones, ya que, esta ecuación, se ha deducido admitiendo que los corrimientos transversales al plano medio de la chapa son pequeños en comparación con su espesor.

Si los corrimientos transversales empiezan a ser comparables al espesor de la chapa es necesario recurrir a otra teoría mucho más compleja: la teoría de las deformaciones finitas de las placas delgadas, desarrollada por von Kármán, en 1932 (ver páginas 279 a 297 de la referencia 6). Esta teoría pone de manifiesto que, en los elementos superficiales esbeltos, si se desea que se acentúen las on-

dulaciones iniciadas al alcanzarse la «primera tensión crítica», es necesario incrementar las acciones solicitantes.

La naturaleza física de esta reserva de resistencia postcrítica que presentan los elementos superficiales comprimidos se explica de forma intuitiva en el párrafo siguiente, que tomamos de los comentarios de George Winter a la edición de 1962 de la obra «Light gage cold-formed steel design manual» (referencia 2): «Imaginemos, para mayor simplicidad, una porción de chapa cuadrada uniformemente comprimida en una dirección, cuyos bordes no cargados están articulados en dos apoyos fijos (figura 12).

Como es difícil visualizar el comportamiento de los elementos bidimensionales, reemplazaremos la chapa por un emparrillado de barras longitudinales y transversales en las que suponemos concentrado todo el material del elemento superficial. Como la chapa está uniformemente comprimida, cada barra longitudinal representa un soporte cargado con $P/5$, siendo P la carga total de la chapa. Al ir aumentando la sollicitación, la carga de compresión en cada una de estas barras alcanzará el valor crítico de Euler, $\pi^2 EI/b^2$, y las cinco barras tenderán a pandear simultáneamente. Si estas barras fueran simples soportes articulados en sus extremos, fallarían simultáneamente por deformación lateral creciente no impedida. Es evidente que esto no puede ocurrir en el emparrillado-modelo de la chapa. Ya que al flectar las barras longitudinales, las barras transversales deben estirarse como tirantes para acomodarse a la de-

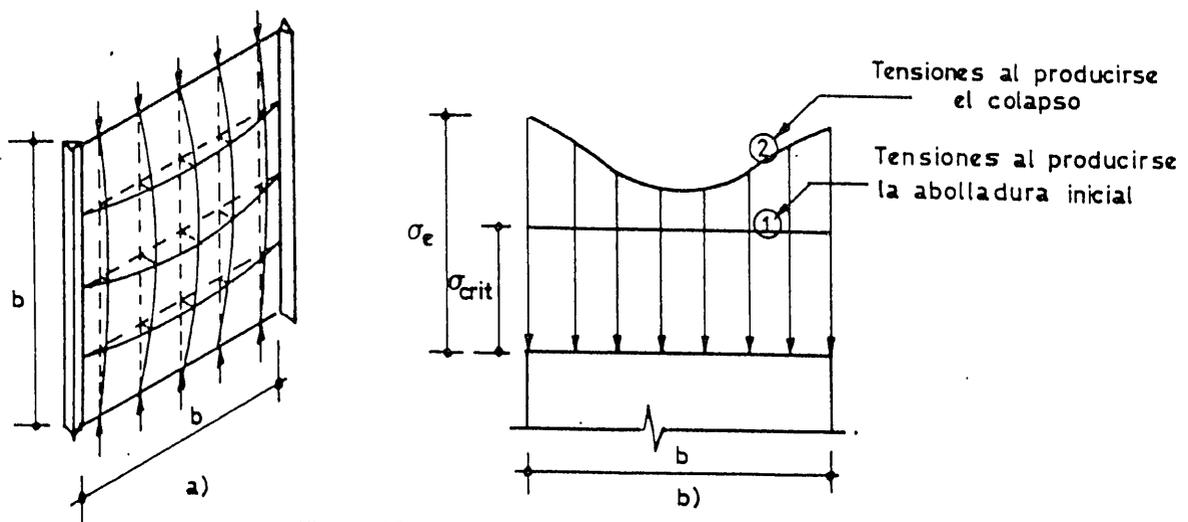


Figura 12

formación impuesta, lo que supone un efecto restrictivo sobre las deformaciones de las barras longitudinales. En consecuencia: a) no hay rotura por deformación no impedida, como en los soportes no arriostrados, y b) las diversas barras se deformarán en cantidades desiguales, las más próximas a los bordes articulados serán mantenidas casi rectas por los tirantes, y las más próximas al centro podrán deformarse mucho más.

Como consecuencia de a), la chapa no se romperá cuando se alcance su tensión crítica de abolladura, simplemente tomará pequeñas flechas, pero continuará soportando cargas crecientes. Como consecuencia de b), las barras más próximas al centro, que son las que más se deforman, apenas participan en resistir aumentos posteriores a la carga, y son las barras más próximas a los bordes, mantenidas casi rectas por los tirantes, las que continúan resistiendo cargas crecientes con apenas ningún aumento de deformación. Para la chapa esto significa que la tensión de compresión, hasta ahora uniformemente repartida, se redistribuye por sí misma de la manera indicada en la figura 12b, siendo las tensiones máximas en los bordes y mínimas en el centro. La chapa falla, o sea, no soporta ningún aumento posterior de la carga, sólo cuando las tiras en las que se generan las tensiones más elevadas, adyacentes a los bordes articulados, comienzan a plastificarse, es decir, cuando la tensión de compresión máxima σ_{max} alcanza el límite elástico σ_e del material estructural.

Del razonamiento anterior, se desprende que la resistencia postcrítica de este emparillado-modelo es muy importante cuando la abolladura inicial se produce con tensiones medias reducidas (perfiles ligeros), y que es pequeña, o incluso nula, cuando la abolladura inicial se produce con tensiones medias próximas al límite elástico σ_e del material estructural (perfiles pesados).

Generalizando, podemos afirmar que el comportamiento postcrítico, después de la abolladura, de las chapas comprimidas tiende a hacer que la «carga de colapso» sea superior a la «carga crítica». Mientras que el resto de los factores expuestos anteriormente: las imperfecciones residuales de soldadura y el comportamiento elastoplástico del acero tienden a producir el efecto contrario.

Durante mucho tiempo se ha venido argumentando que despreciar en el diseño de las chapas comprimidas su reserva de resistencia postcrítica, puede compensar la hipótesis, no conservadora, de ignorar las imperfecciones del sistema estructural.

Este razonamiento ha permitido basar el diseño de los elementos superficiales comprimidos en la teoría clásica del pandeo lineal de los sistemas perfectos. También ha justificado la adopción de coeficientes de seguridad reducidos frente a estos problemas de inestabilidad (referencias 7, 8 y 9). Desgraciadamente este argumento es erróneo, ya que la reserva de resistencia postcrítica depende de numerosos factores (esbeltez de la chapa, forma de sustentación en sus bordes y tipo de sollicitación), pudiendo oscilar desde el 0 %, en chapas poco esbeltas que pandean en el rango plástico, hasta más del 2.000 % en almas muy esbeltas de perfiles en doble T sollicitados a cortante.

V. CARGA DE COLAPSO DE UNA CHAPA RECTANGULAR SOLICITADA A COMPRESION UNIFORME EN DIRECCION LONGITUDINAL. RESULTADOS EXPERIMENTALES DE MOXHAM Y BRADFIELD

En la figura 13 representamos los valores experimentales de las «cargas de colapso» de un conjunto de chapas rectangulares sollicitadas a compresión uniforme en dirección longitudinal. En el eje de ordenadas viene dada la relación «carga de colapso/carga de plastificación total» (expresada mediante sus tensiones promedio σ_m/σ_e), y en el eje de abscisas, el parámetro de esbeltez β , definido por:

$$\beta = \sqrt{\frac{\sigma_e}{(\sigma_{crit})_{min}}} = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_e}{K \pi^2 E} (1 - \nu^2)}$$

(CON $K=4$)

Los valores que hemos reproducido fueron obtenidos experimentalmente por Moxham (10) y Bradfield (11). Moxham trabajó con chapas muy planas en las que las tensiones residuales de soldadura eran de magnitud variable oscilando desde 0 (nulas) hasta 6 (máximas). Mientras que Bradfield trabajó con chapas no planas controlando la magnitud de las imper-

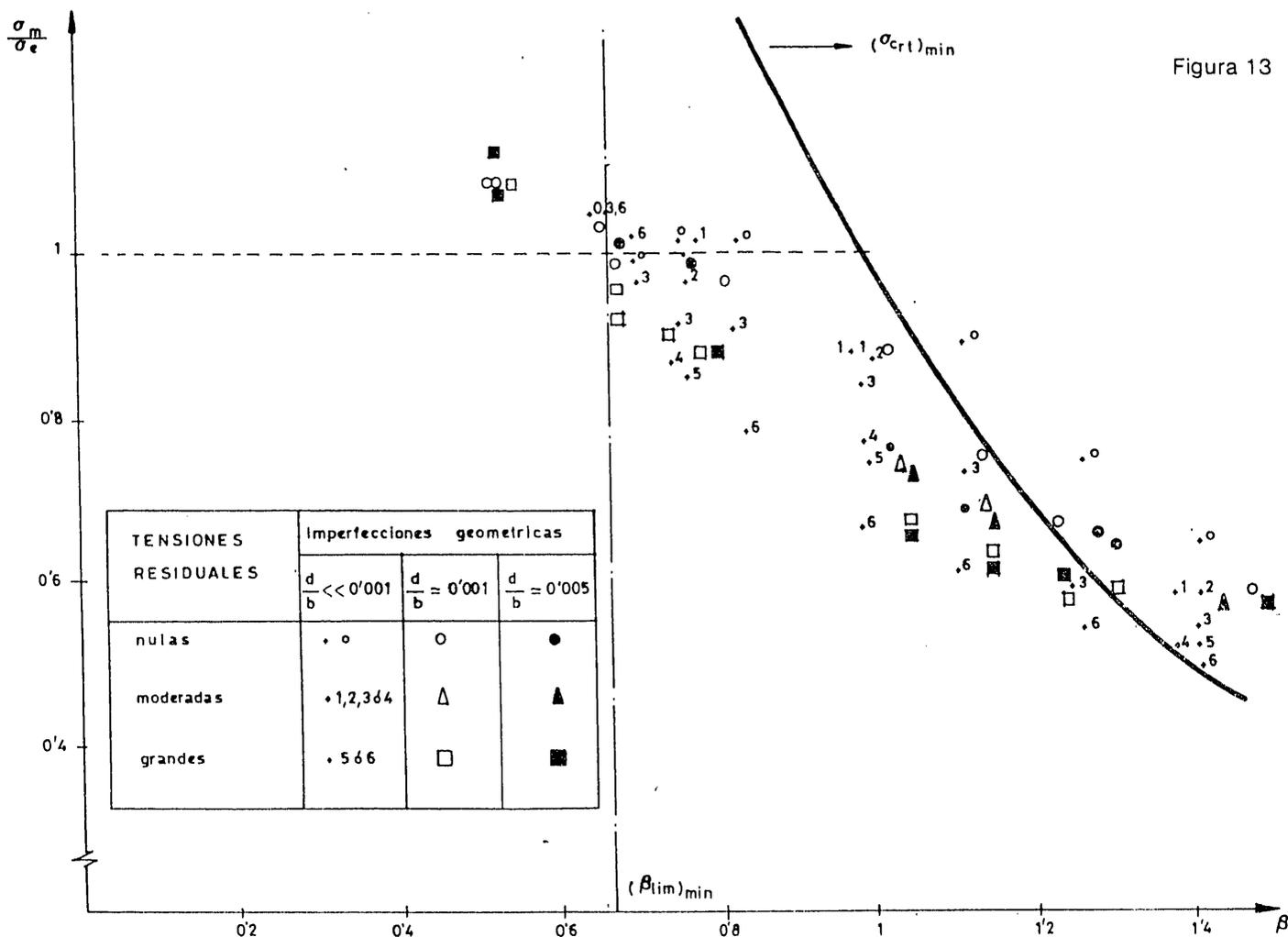


Figura 13

fecciones geométricas ($d/b \approx 0,001$ ó $0,005$) y la severidad de las tensiones residuales de soldadura (moderadas o grandes).

Examinando la figura 13 observamos que, para tensiones residuales de magnitud similar, los resultados de Bradfield son muy próximos a los de Moxham, lo que nos sugiere que, en las chapas soldadas, las imperfecciones geométricas, cuando son moderadas, influyen poco en el valor de la «carga de colapso». En la misma figura, también observamos que, aproximadamente, para valores del parámetro de esbeltez $\beta, \beta \gg 1.2$, las «cargas de colapso» son superiores a las «cargas críticas». Esto se debe a que la resistencia postcrítica de la chapa es tan importante, en estos casos, que supera los efectos desfavorables inducidos por las imperfecciones del sistema estructural. Por el contrario, para valores del parámetro de esbeltez $\beta, \beta \ll 1.2$, las «cargas de colapso» son inferiores a las «car-

gas críticas—, ya que la reserva de resistencia postcrítica va disminuyendo al disminuir la esbeltez y, simultáneamente, se van incrementando los efectos desfavorables inducidos por las imperfecciones.

Otra conclusión que se desprende del gráfico anterior es que para valores del parámetro de esbeltez $\beta, \beta \ll (\beta_{lim})_{min}$, la «carga de colapso» es superior a la «carga de plasticificación total» ($bt \sigma_e$), ya que en este tipo de chapas poco esbeltas, la abolladura tiene lugar con el material trabajando en la zona de endurecimiento por deformación (tramo BC de la figura 10).

La correcta evaluación de $(\beta_{lim})_{min}$, que en el gráfico de la figura 13 vale 0.65, es muy interesante, ya que define la «esbeltez límite real» es decir, la relación anchura/espesor, $b/t = (b/t)_{real}$, que deben tener las chapas que componen la columna de sección en cajón

con el fin de conseguir que el agotamiento del perfil sea simultáneamente por plastificación total de sus fibras y por abolladura de sus paredes.

VI. METODO ANALITICO PARA ESTIMAR LA ESBELTEZ LIMITE REAL DE UNA CHAPA RECTANGULAR SOLICITADA A COMPRESION UNIFORME EN DIRECCION LONGITUDINAL

En el apartado IV se ha puesto de manifiesto la escasa resistencia postcrítica de las chapas que abollan con tensiones medias cercanas al límite elástico σ_e del material estructural. Así mismo, en el apartado V, se ha destacado la escasa sensibilidad de las chapas soldadas frente a moderadas imperfecciones geométricas (ensayos de Moxham y Bradfield). Teniendo en cuenta estas circunstancias, se ha desarrollado un método analítico para estimar la «esbeltez límite real» de chapas rectangulares solicitadas a compresión uniforme en dirección longitudinal. En este método sólo se considera el comportamiento elastoplástico del material estructural y la existencia de tensiones residuales de soldadura.

Para centrar el problema comentaremos, brevemente, la figura 14, en la que hemos representado la forma en la que evolucionan las tensiones y deformaciones de una chapa plana, que posee tensiones residuales de soldadura, a medida que la sollicitación exterior de compresión se va incrementando. En dicha figura se puede observar que la chapa se comporta en régimen elástico siempre que la

compresión no alcance el valor $(\sigma_e - \sigma_{rc})$ bt. Cuando se alcanza dicha sollicitación se produce la plastificación de la zona central. Cualquier incremento posterior de la compresión tiene que resistirse necesariamente por las dos bandas laterales que permanecen en régimen elástico. Finalmente, diremos que la chapa agota su capacidad portante por plastificación cuando la carga aplicada alcanza el valor σ_e tb, «carga de plastificación total», ya que, en ese momento, toda la chapa está plastificada y se inicia un proceso de deformación no impedida.

Nuestro propósito es determinar, mediante un método de bifurcación de equilibrio, el valor límite de b/t , $(b/t)_{real}$, que define la «esbeltez límite real» para la que la chapa abolla justo en el momento en que la sollicitación alcanza el valor σ_e tb.

Para ello, consideremos (figura 14e) una chapa plana, rectangular, de longitud l , anchura b y espesor t , articulada en sus cuatro bordes y sollicitada por una carga longitudinal P , de valor $bt \sigma_e$. Consideremos, además, que el estado de tensiones y deformaciones inducido por dicha sollicitación, más el inducido por la retracción longitudinal de los cordones de soldadura, es el representado en el apartado c) de la misma figura.

Con el fin de determinar el valor límite de b/t , $(b/t)_{real}$, para el que la chapa admite infinitas soluciones al problema del equilibrio con geometrías ligeramente deformadas con respecto a la geometría plana inicial, debemos integrar las ecuaciones en derivadas parciales que establecen dicho equilibrio en una posición ligeramente deformada. Estas ecuaciones (referencia 3) son:

$$R_1 \frac{\partial^4 w_1^*(x,y)}{\partial x^4} + 4(R_1 + T_1) \frac{\partial^4 w_1^*(x,y)}{\partial x^2 \partial y^2} + 4R_1 \frac{\partial^4 w_1^*(x,y)}{\partial y^4} + \sigma_e t \frac{\partial^2 w_1^*(x,y)}{\partial x^2} = 0 \quad (4)$$

$$R_2 \frac{\partial^4 w_2^*(x,y)}{\partial x^4} + 4(R_2 + T_2) \frac{\partial^4 w_2^*(x,y)}{\partial x^2 \partial y^2} + 4R_2 \frac{\partial^4 w_2^*(x,y)}{\partial y^4} + \sigma_e t \frac{\partial^2 w_2^*(x,y)}{\partial x^2} = 0 \quad (5)$$

donde:

$$R_1 = \frac{E t^3}{12(5 - 4\nu)} ; \quad R_2 = \frac{E t^3}{12(3 \frac{E}{E_p} + 5 - 4\nu)} \quad ; \quad T_1 = \frac{E t^3}{12(2 + 2\nu)} ; \quad T_2 = \frac{E t^3}{12(3 \frac{E}{E_p} + 2 + 2\nu)}$$

ABOLLADURA DE PERFILES METALICOS COMPRIMIDOS DE SECCION EN CAJON

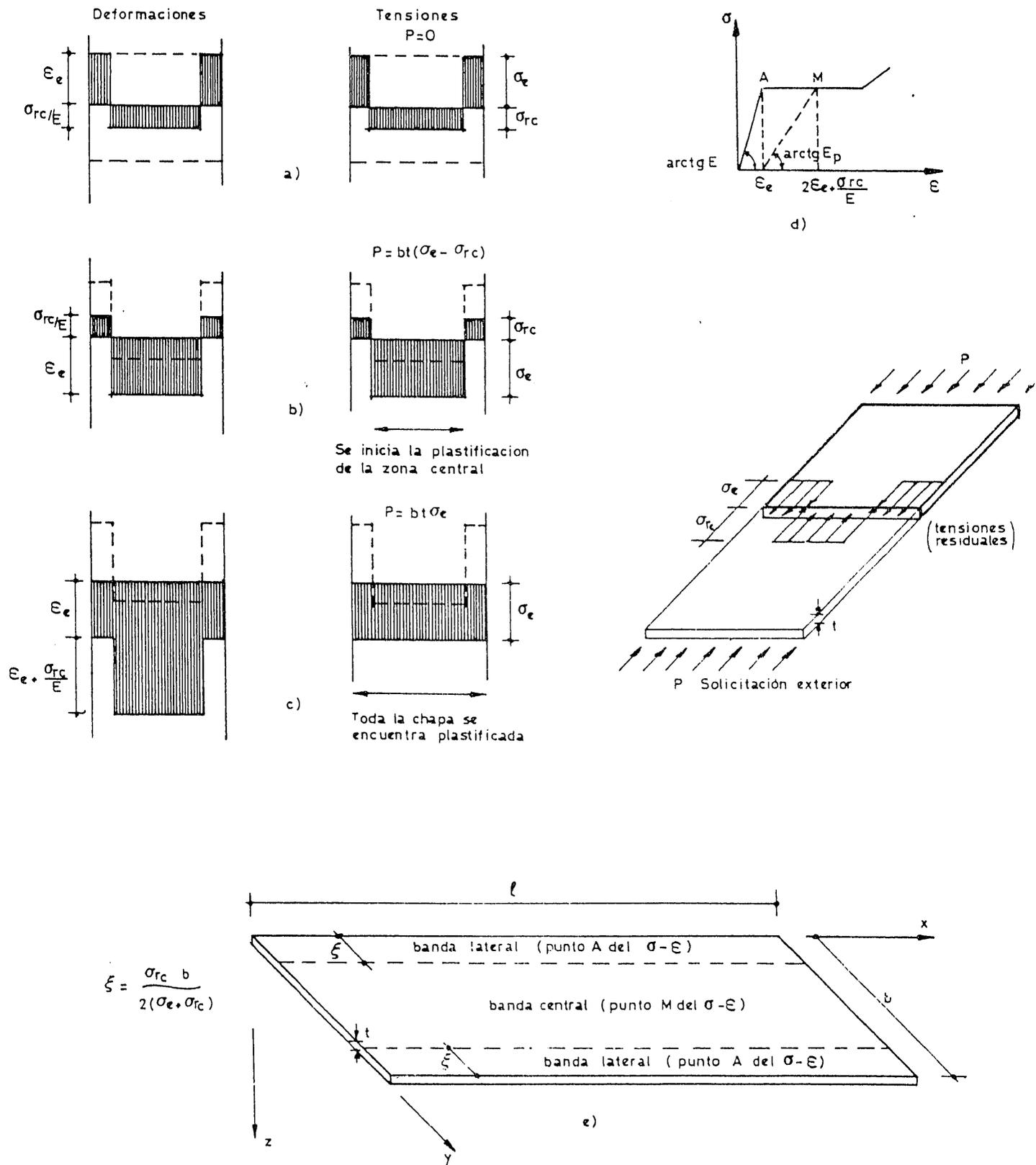


Figura 14

ABOLLADURA DE PERFILES METALICOS COMPRIMIDOS DE SECCION EN CAJON

debiendo aplicarse la ecuación 4 a las bandas laterales en las que se inicia la plastificación, punto A del diagrama $\sigma - \epsilon$ de la figura 14d, y la ecuación 5, al tramo central, en el que la plastificación ha progresado hasta el punto M del diagrama $\sigma - \epsilon$ de la misma figura.

Admitiendo (referencia 3) que, en el momento del pandeo, los corrimientos transversales $w_1^*(x, y)$ y $w_2^*(x, y)$ experimentados por la chapa presentan una variación sinusoidal en dirección longitudinal (figura 5), podemos escribir la geometría de equilibrio pandeada de la forma:

$$w_1^*(x, y) = W_1(y) \operatorname{sen} \frac{n \pi x}{l} \quad (6)$$

$$w_2^*(x, y) = W_2(y) \operatorname{sen} \frac{n \pi x}{l} \quad (7)$$

donde n es un número entero, $n = 1$ ó 2 ó 3 ó ..., que representa el número de semiondas que se forman en dirección longitudinal.

Las funciones (6) y (7) satisfacen automáticamente las condiciones de contorno en los extremos de la chapa ($x = 0$ y $x = l$) donde suponemos que existen articulaciones. Estas condiciones, para la chapa plastificada, referencia 13, son:

$$\left[w_1^*(x, y) = 0 \right]_{x=0, l}$$

$$\left[w_2^*(x, y) = 0 \right]_{x=0, l}$$

$$\left[\frac{\partial^2 w_1^*(x, y)}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 w_1^*(x, y)}{\partial y^2} = 0 \right]_{x=0, l}$$

dado que $M_x^* = 0$

$$\left[\frac{\partial^2 w_2^*(x, y)}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 w_2^*(x, y)}{\partial y^2} = 0 \right]_{x=0, l}$$

dado que $M_x^* = 0$

Además las funciones (6) y (7) deben satisfacer las ecuaciones (4) y (5). Así, pues, sustituyendo (6) en (4) y (7) en (5) obtenemos dos ecuaciones diferenciales:

$$4 R_1 \frac{d^4 W_1(y)}{dy^4} - 4 \left(\frac{n \pi}{l} \right)^2 (R_1 + T_1) \frac{d^2 W_1(y)}{dy^2} + \left[\left(\frac{n \pi}{l} \right)^4 R_1 - \sigma_e t \left(\frac{n \pi}{l} \right)^2 \right] W_1(y) = 0$$

$$4 R_2 \frac{d^4 W_2(y)}{dy^4} - 4 \left(\frac{n \pi}{l} \right)^2 (R_2 + T_2) \frac{d^2 W_2(y)}{dy^2} + \left[\left(\frac{n \pi}{l} \right)^4 R_2 - \sigma_e t \left(\frac{n \pi}{l} \right)^2 \right] W_2(y) = 0$$

que al integrarlas nos permiten determinar las funciones $W_1(y)$ y $W_2(y)$

$$W_1^*(y) = \sum_{i=1}^4 A_i e^{r_i y}$$

$$W_2^*(y) = \sum_{i=1}^4 B_i e^{s_i y}$$

con:

$$r_i = \pm \sqrt{\frac{\frac{n \pi}{l} \left(\frac{n \pi}{l} (R_1 + T_1) \pm \sqrt{\left(\frac{n \pi}{l} \right)^2 T_1 (T_1 + 2R_1) + \sigma_e R_1 t} \right)}{2 R_1}}$$

$$s_i = \pm \sqrt{\frac{\frac{n \pi}{l} \left(\frac{n \pi}{l} (R_2 + T_2) \pm \sqrt{\left(\frac{n \pi}{l} \right)^2 T_2 (T_2 + 2R_2) + \sigma_e R_2 t} \right)}{2 R_2}}$$

Para determinar las ocho constantes de integración: $A_1, A_2, A_3, A_4, B_1, B_2, B_3$ y B_4 consideraremos, por simetría, media chapa e impondremos las condiciones de contorno en los bordes longitudinales ($y = 0$ e $y = b/2$). Impondremos, también, las condiciones de equilibrio y compatibilidad de movimientos en

la línea $y = \xi = \frac{\sigma_{rc} b}{2 \sigma_e - 2 \sigma_{rc}}$ que separa las dos franjas longitudinales en las que se divide esta parte de la chapa.

Estas condiciones, referencia 13, son:

$$\left[w_1^*(x, y) = 0 \right]_{y=0}$$

$$\left[\frac{\partial^2 w_1^*(x, y)}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 w_1^*(x, y)}{\partial y^2} = 0 \right]_{y=0} \quad \text{DADO QUE } M_y^* = 0$$

$$\left[w_1^*(x, y) = w_2^*(x, y) \right]_{y=\xi}$$

$$\left[\frac{\partial w_1^*(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial w_2^*(x, y)}{\partial y} \right]_{y=\xi}$$

$$\left[\frac{\partial^2 w_1^*(x, y)}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 w_1^*(x, y)}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 w_2^*(x, y)}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 w_2^*(x, y)}{\partial y^2} \right]_{y=\xi} \quad \text{dado que } M_{y_1}^* = M_{y_2}^*$$

$$\left[R_1 \frac{\partial^3 w_1^*(x, y)}{\partial y^3} + 2 (R_1 + 2 T_1) \frac{\partial^3 w_1^*(x, y)}{\partial x^2 \partial y} = R_2 \frac{\partial^3 w_2^*(x, y)}{\partial y^3} + 2 (R_2 + 2 T_2) \frac{\partial^3 w_2^*(x, y)}{\partial x^2 \partial y} \right]_{y=\xi} \quad \text{dado que } R_{y_1}^* = R_{y_2}^*$$

$$\left[\frac{\partial w_2^*(x, y)}{\partial y} = 0 \right]_{y=b/2}$$

$$\left[R_2 \frac{\partial^3 w_2^*(x, y)}{\partial y^3} + 2 (R_2 + 2 T_2) \frac{\partial^3 w_2^*(x, y)}{\partial x^2 \partial y} = 0 \right]_{y=b/2} \quad \text{dado que } R_{y_2}^* = 0$$

Las expresiones anteriores conducen a un sistema homogéneo (8) de ocho ecuaciones con ocho incógnitas. Sistema que admite infinitas soluciones para aquellos valores de n (n = 1 ó 2 ó 3 ...) y b/t que anulan el determinante de sus coeficientes.

La «esbeltez límite real» viene definida, precisamente, por el primer valor de b/t para el que se anula dicho determinante. Para eva-

luarla se puede seguir el siguiente proceso numérico.

- a) Se define la longitud l y la anchura b de la chapa que se va a considerar. Quedando, pues, definida la relación l/b.
- b) Se supone que la abolladura tiene lugar con sólo una semionda en dirección longitudinal (n = 1).

ABOLLADURA DE PERFILES METALICOS COMPRIMIDOS DE SECCION EN CAJON

$$\begin{bmatrix}
 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\
 d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 \\
 f_1 & f_2 & f_3 & f_4 & g_1 & g_2 & g_3 & g_4 \\
 h_1 & h_2 & h_3 & h_4 & i_1 & i_2 & i_3 & i_4 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & j_1 & j_2 & j_3 & j_4 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & k_1 & k_2 & k_3 & k_4
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 A_1 \\
 A_2 \\
 A_3 \\
 A_4 \\
 A_5 \\
 A_6 \\
 A_7 \\
 A_8
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 \quad (8)$$

$$a_i = 2r_i^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 ; \quad b_i = e^{r_i \xi} ; \quad c_i = -e^{s_i \xi}$$

$$d_i = r_i b_i ; \quad e_i = s_i c_i ; \quad f_i = a_i b_i$$

$$g_i = -e^{s_i \xi} \left[2s_i^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \right]$$

$$h_i = r_i e^{r_i \xi} \left[R_1 r_i^2 - 2(R_1 + 2T_1) \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \right]$$

$$i_i = s_i e^{s_i \xi} \left[R_2 s_i^2 - 2(R_2 + 2T_2) \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \right]$$

$$j_i = e^{s_i b/2}$$

$$k_i = s_i e^{s_i b/2} \left[R_2 s_i^2 - 2(R_2 + 2T_2) \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \right]$$

con $i = 1, 2, 3, 4$

- c) Se procede a ir aumentando paulatinamente la relación b/t , o el parámetro adimensional:

$$\beta \left(\beta = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{12 \sigma_e (1 - \nu^2)}{4 \pi^2 E}} \right)$$

hasta conseguir que para un cierto valor de $b/t = (b/t)_1$, o $\beta = \beta_1$, se anule por primera vez dicho determinante.

- d) Repitiendo el proceso definido en los tres apartados anteriores, para relaciones diferentes de $1/b$, obtenemos la curva de trazo grueso de la figura 15. Esta curva representa el primer valor del parámetro adimensional β , β_1 , para el que la chapa en estudio abolla cuando la compresión solicitante alcanza el valor $b t \sigma_e$, y todo ello suponiendo que la abolladura se produce con sólo una semionda en dirección longitudinal.
- e) Partiendo de la curva anterior podemos obtener otras similares para los supuestos en los que la abolladura se produce con dos semiondas, tres semiondas, etc. Para ello basta con considerar que la carga que produce la abolladura, con n semiondas, de una chapa de longitud l , es la misma que la carga que produce la

abolladura, con sólo una semionda, de una chapa de longitud l/n . En la figura 15 se representan con trazo discontinuo estas curvas, para $n = 2, 3, \dots$, observándose que para $l/b > 2$, se puede adoptar como cota inferior de β_1 el valor, prácticamente constante, de:

$$\beta_{1, \min} = \text{mínimo} \left[\beta_1, \text{ para } n = 1, 2, 3, \dots \right] \approx 0,65$$

El análisis anterior, que nos ha permitido construir las curvas de la figura 15, se ha desarrollado suponiendo que las tensiones residuales de soldadura introducen en la zona central de la chapa una tensión de compresión que en promedio vale $\sigma_{rc} \approx 0,25 \sigma_e$. Repitiendo este proceso para diversos valores de σ_{rc} obtenemos la curva representada con trazo grueso en la figura 16. Esta curva nos indica el valor mínimo del parámetro de esbeltez β , $\beta_{1, \min}$, para el que la chapa abolla, exactamente, cuando la compresión solicitante alcanza el valor $b t \sigma_e$. Del examen de esta última figura se desprende que la magnitud de las tensiones residuales de soldadura, dentro de un campo de oscilación bastante amplio, no afecta de forma significativa al valor de $\beta_{1, \min}$, pudiendo tomarse en todos los casos $\beta_{1, \min} \approx 0,65$.

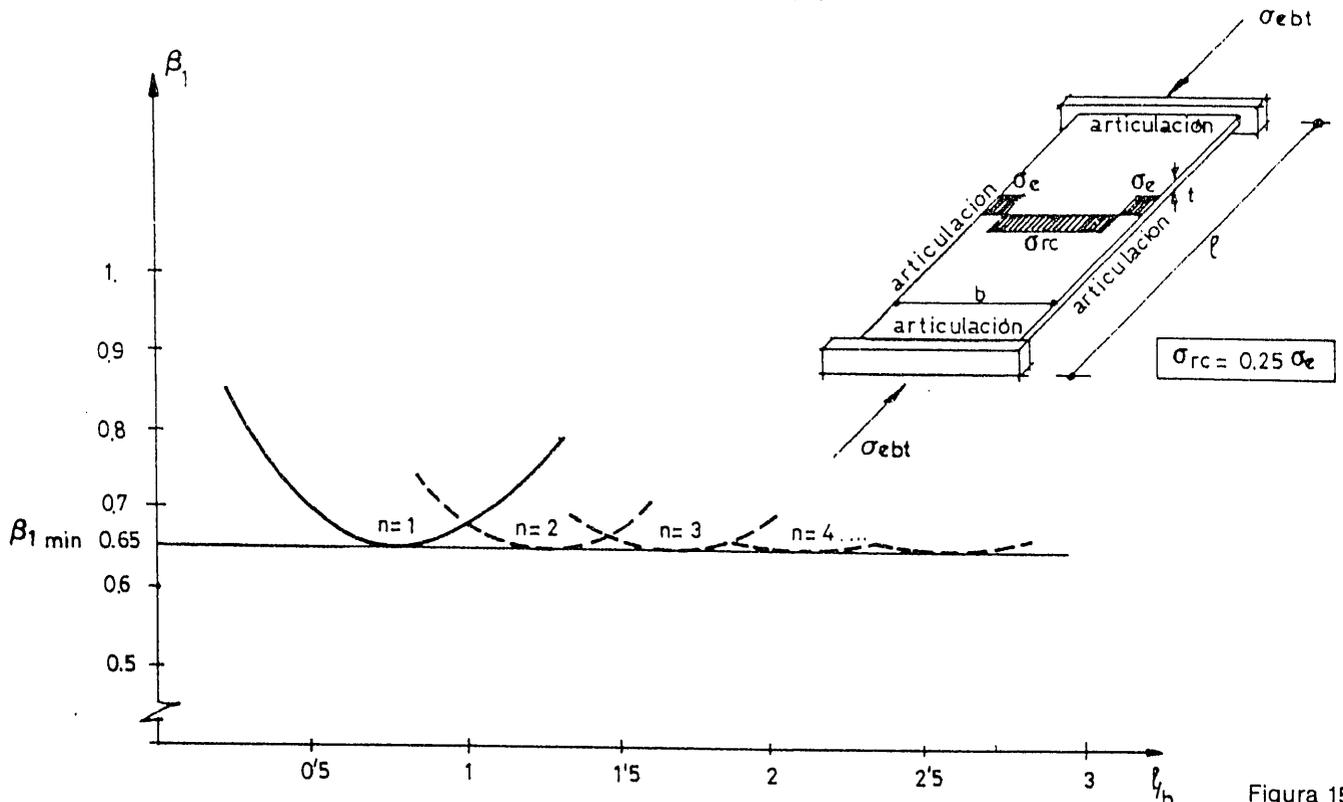


Figura 15.

ABOLLADURA DE PERFILES METALICOS COMPRIMIDOS DE SECCION EN CAJON

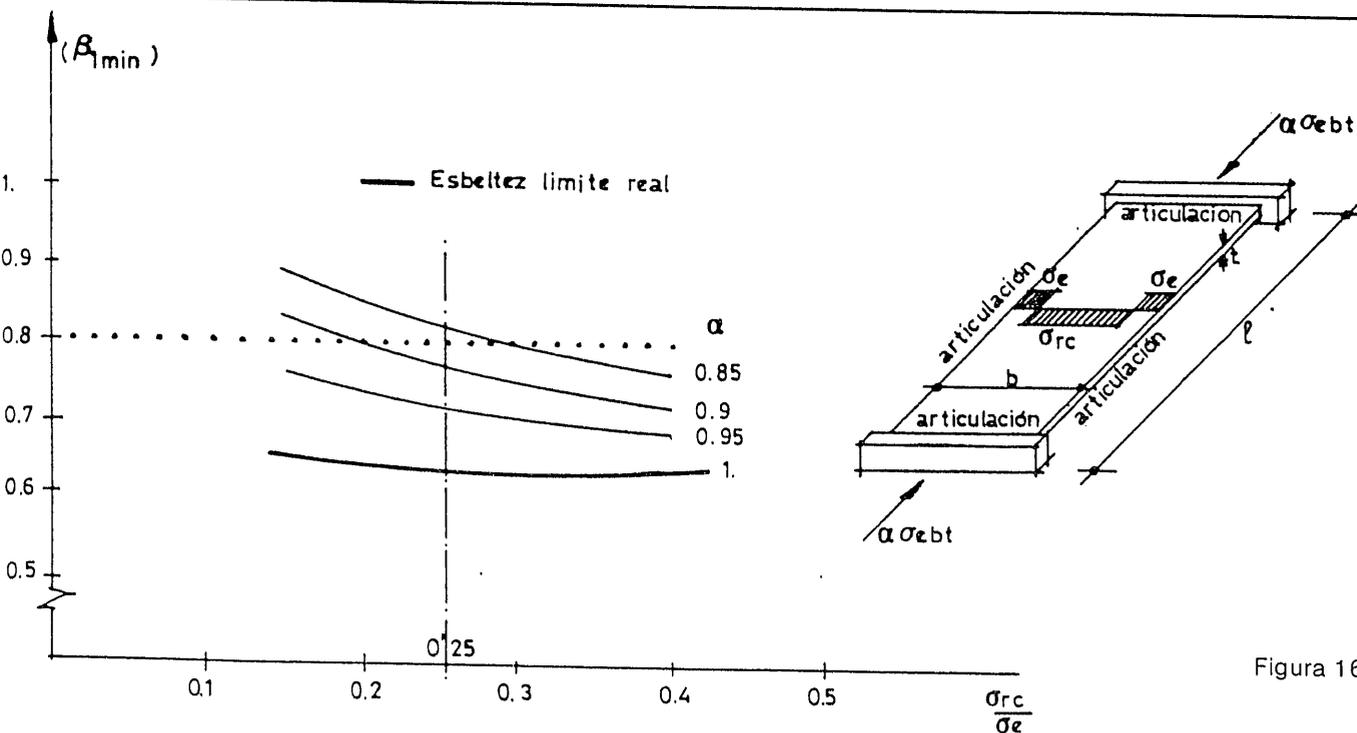


Figura 16

El valor de la «esbeltez límite real» se puede deducir de forma inmediata, ya que:

$$\beta_{1,\min} = \left(\frac{b}{t}\right)_{\text{real}} \sqrt{\frac{\sigma_e}{E} \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 K}} \quad (\text{con } K = 4)$$

así pues, la esbeltez geométrica límite que debe tener la chapa para conseguir que su «carga de colapso» coincida con la «carga que provoca la plastificación total», es de 29,8, para el acero A-52 ($\sigma_e = 3.600 \text{ kg/cm}^2$), y de 35,1, para el acero A42 ($\sigma_e = 2.600 \text{ kg/cm}^2$).

sadas mediante sus tensiones promedio σ_m/σ_e a medida que crece el valor $\beta_{1,\min}$ del parámetro de esbeltez β . En la misma figura hemos representado algunos de los resultados experimentales de Moxham (10) y Bradfield (11), observándose que, en el campo de las esbelteces geométricas en el que centramos nuestro análisis, existe una gran correlación entre los resultados analíticos y los experimentales.

VII. COMPARACION DE LOS RESULTADOS ANALITICOS CON LOS EXPERIMENTALES

Siguiendo un proceso similar al que acabamos de exponer se pueden deducir los valores de $\beta_{1,\min}$, correspondientes a diversos niveles de tensiones residuales, para los que se produce la abolladura de las paredes del cajón cuando la sollicitación alcanza el valor σ_e ($\sigma < 1$). Los resultados que se obtienen se han representado con trazo fino, en la figura 16, para $\alpha = 0,95, 0,9$ y $0,85$.

A partir de la citada figura, suponiendo que $\sigma_{rc} = 0,25 \sigma_e$ (véase la línea vertical con trazo discontinuo), se puede obtener la curva de la figura 17, en la que se ha representado la forma como evoluciona la relación «carga de colapso/carga de plastificación total» (expre-

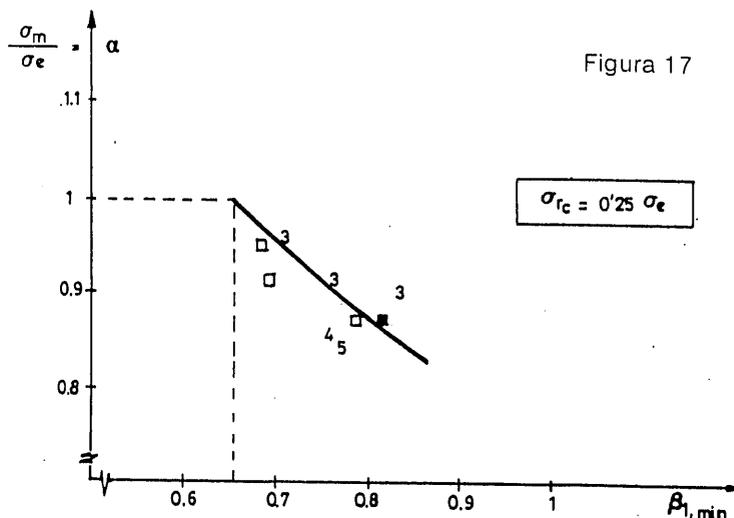


Figura 17

VIII. CONCLUSIONES

Hemos empezado por deducir la «esbeltez límite ideal» que debe darse a las chapas que componen una columna de sección en cajón, para conseguir que la «primera tensión crítica» de las chapas coincida con la «tensión de fluencia» del material estructural. Los valores que hemos obtenido son:

«esbeltez límite ideal» $(b/t)_{ideal} = 45,9$ (para el acero A-52).

«esbeltez límite ideal» $(b/t)_{ideal} = 54$ (para el acero A-42).

Posteriormente, hemos deducido la «esbeltez límite real» que debe darse a las chapas, para conseguir que su «carga de colapso» coincida con la «carga de plastificación total». Los valores que hemos obtenido son:

«esbeltez límite real» $(b/t)_{real} = 29,8$ (para el acero A-52)

«esbeltez límite real» $(b/t)_{real} = 35,1$ (para el acero A-42).

La diferencia entre ambos resultados se debe a que, en el segundo caso, se considera el comportamiento elastoplástico del material estructural, así como, la existencia de tensiones residuales de soldadura inducidas por la retracción longitudinal de los cordones que unen las cuatro chapas que forman la columna.

Las normas oficiales de construcción metálica suelen definir la «esbeltez límite real» a partir de la «esbeltez límite ideal», a la que le aplican un coeficiente corrector K_r . Con este coeficiente se pretende considerar en el diseño todas las imperfecciones que no se han considerado en el análisis ideal. Este trabajo pone de manifiesto que dicho coeficiente corrector, que no es otro que $\beta_{1, min}$, vale aproximadamente 0,65.

A este respecto, podemos indicar que la norma MV 103/1972, en el apartado 3.6, establece que para conseguir que el agotamiento de una columna comprimida sea por plastificación total de sus fibras, sin que previamente se produzca la abolladura de sus paredes, es necesario que la esbeltez geométrica de sus paredes sea como máximo de 36,7, para el acero A52, y de 43,2, para el acero A42. Esto supone utilizar un coeficiente corrector K_r de, aproximadamente, 0,8, por lo que dicha norma se queda del lado de la inseguridad con respecto a los resultados

que acabamos de obtener. En otras normas oficiales el coeficiente corrector K_r suele oscilar entre 2/3 y 3/4 (referencia 14).

Para finalizar, indicaremos que empleando los valores de la «esbeltez límite real» $(b/t)_{real}$ propuestos por la norma MV 103/1972, se producirá la abolladura de las chapas que componen la columna cuando la sollicitación alcanza una tensión promedio del orden del 85 % al 90 % del límite elástico del material estructural σ_e (véase la línea horizontal punteada de la figura 16).

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- (1) VON KARMAN, T.; SECHLER, E. E., y DONNER, L. H.: «The strength of thin plates in compression». Transactions ASME. Vol. 54, 1932.
- (2) AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE. «Light gage coldformed design manual».
- (3) PANTALEON PRIETO, M. J.: «Aplicación de los métodos armónicos para el estudio del pandeo en régimen elastoplástico de columnas y paneles rigidizados». Tesis doctoral leída en Santander el 20-VIII-81.
- (4) BRYAN, G. H.: «On the stability of a plane plate under thrusts in its own plane with applications to the buckling of the sides of a ships». Proceedings London Mathematical Society, Vol. 22, 1981.
- (5) DWIGHT, J. B. y MOXHAM, K. E.: «Welded steel plates in compression». Structural Engineer, 47, No. 2, February 1969, 49-66.
- (6) CHAJES ALEXANDER: «Principal of structural stability theory». Prentice-Hall, Inc.
- (7) MINISTERIO DE LA VIVIENDA. «Cálculo de las estructuras de acero laminado en la edificación MV 103/1972».
- (8) INSTITUTO EDUARDO TORROJA DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO. «Instrucción e.m. 62».
- (9) DIN 4114.
- (10) MOXHAM, K. E.: «Buckling tests on individual welded steel plates in compression». University of Cambridge, Department of Engineering, Report CUED/C Struct / TR.3 (1971).
- (11) BRADFIELD, C. D.: «Test on plates loaded in in-plane compression». Journal of Constructional Steel Research London (1980).
- (12) BIJLARD, P. P.: «Theory and test on the plastic stability of plates and shells». Journal of the Aeronautical Sciences, Vol. 16 (1949).
- (13) ATIENZA, J. R., y PANTALEON, M. J.: «Pandeo en régimen elastoplástico de paneles metálicos rigidizados longitudinalmente». Informes de la Construcción, n.º 320, mayo 1980.
- (14) TALL LAMBERT: «Structural steel design». John Wiley & Sons, 1974.