

Chimeneas de equilibrio en instalaciones de bombeo (*)

Luis TORRENT

Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

El cálculo de chimeneas de equilibrio en instalaciones de bombeo es un problema no bien estudiado por la bibliografía. El artículo expone la sistemática para el cálculo de oscilaciones de masa en chimeneas de equilibrio de una impulsión, en diferentes hipótesis de instalación y funcionamiento.

"... esto me hizo creer, que no ay cosa escrita, sin duda considerando, que como tal sabida, comun, y necesaria en todo el mundo, la practica tendria enseñadas todas las reglas necesarias; pero la experiencia muestra aver necesidad de instrucciones para Molinos..."

Pedro Bernardo Villareal de Berriz
(1736)

f = sección de la conducción (m²)
F = sección horizontal de la chimenea (m²).
W = velocidad del agua en la conducción (m/s).

Las pérdidas de carga son siempre contrarias al movimiento. Para tener en cuenta su signo, las expresaremos como producto de la velocidad por el módulo de la misma

$$H_c = pW|W| \quad H_i = p_1 (W_T - W)|W_T - W|$$

Los coeficientes p y p₁ dependen de la longitud, aspereza del conducto, forma de la inserción, etc., y engloban la pérdida de energía cinética que se produce en la desembocadura y en la chimenea, respectivamente.

Eliminando el tiempo entre las ecuaciones básicas se obtiene

$$\frac{dZ}{dW} = \frac{L f}{Fg} \cdot$$

$$\cdot \frac{W - W_T}{Z + pW|W| + p_1 (W - W_T)|W - W_T|} \quad [2]$$

ecuación diferencial de la «espiral» de la maniobra de amplitud W_T, que nos permite visualizar los fenómenos de resonancia entre oscilaciones. Como esta ecuación no es integrable, salvo en el caso de parada a partir de una posición de equilibrio, se recurre a la integración por incrementos finitos en intervalos de tiempo Δt. Sustituyendo en las ecuaciones básicas W y Z por sus valores medios en el

$$\text{intervalo } W_m = W_i + \frac{\Delta W}{2} \quad Z_m = Z_i + \frac{\Delta Z}{2} \text{ y}$$

1. El cálculo de oscilaciones de masa en la chimenea de equilibrio de una impulsión es, básicamente, igual al de una instalación de turbinas, mientras no se introduzca en él la regulación de los caudales. Las ecuaciones básicas —cinética y de continuidad— son

$$\frac{L}{g} \frac{dW}{dt} = Z - H_i - H_c \quad [1]$$

$$Q_B = fW_T = fW + F \frac{dZ}{dt}$$

siendo H_i = pérdidas de carga en la inserción de la chimenea con la conducción (m).

H_c = pérdidas de carga en la conducción, entre chimenea y punto donde desemboca (m).

Q_B = caudal que suministran las bombas que, en principio, suponemos constante (m³/s).

Z = diferencia de nivel entre el agua de la chimenea y su punto de restitución (m).

L = logitud de la conducción, entre inserción y desembocadura (m).

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que pueden remitirse a la Redacción de esta Revista hasta el 31 de diciembre de 1982.

despreciando los términos en $\Delta^2 W$ que resultan, se obtiene

$$W_{i+1} = \frac{\left(\frac{L}{g \Delta t} - \frac{f \Delta t}{4 F}\right) W_i + Z_i + \frac{f \Delta t}{2 F} W_T + p_i |W_i - W_T| W_T}{\frac{L}{g \Delta t} + \frac{f \Delta t}{4 F} + p_i |W_i| + p_i |W_i - W_T|} \quad [3]$$

$$Z_{i+1} = Z_i + \frac{f \Delta t}{F} \left(W_T - \frac{W_i + W_{i+1}}{2} \right)$$

2. La curva característica de una bomba se puede asimilar, en las inmediaciones de su zona de funcionamiento, a una parábola $H_m = H_o - C_b Q^2$, siendo H_m la altura manométrica, Q el caudal, C_b un parámetro y H_o una teórica altura manométrica correspondiente al caudal nulo, que no suele coincidir con la real. Para varios grupos de bombeo, la ecuación de funcionamiento será

$$H_o = H_m + C_b \cdot \frac{Q_T^2}{n^2}$$

en la que n es el número de grupos funcionando y Q_T el caudal total.

La altura manométrica H_m es la suma de la geométrica más las pérdidas de carga en la tubería de impulsión y en la de conducción hasta la lámina libre; lo que equivale, una vez establecido un régimen, al desnivel entre la cota de aspiración y el nivel del agua en la chimenea de equilibrio, más las pérdidas de carga en la impulsión

$$H_o = H_g + \text{pérdidas impulsión} + \text{pérdidas conducción} + C_b \frac{Q_T^2}{n^2}$$

$$H_o = H_g + C_1 Q_T^2 + C_2 Q_T^2 + C_b \frac{Q_T^2}{n^2}$$

y si expresamos Q_T en función de la velocidad en la conducción $Q_T = f W_T$, queda

$$H_o = H_g + C_a W_T^2 + p W_T^2 + C_b \frac{f^2}{n^2} W_T^2 = H_g + Z_i + \left(C_a + C_b \frac{f^2}{n^2} \right) W_T^2$$

de donde

$$W_T = n \sqrt{\frac{H_o - H_g - Z_i}{C_a n^2 + C_b f^2}} \quad [5]$$

En el cálculo por diferencias finitas de la oscilación de masa en la chimenea introducimos este valor de W_T , sustituyendo Z_T por Z_i nivel del agua al comienzo del intervalo Δt (se podría, como anteriormente, sustituir Z_i por $Z_m = Z_i + \frac{\Delta t}{2}$; pero la complicación de cálculo que supone no compensa de la muy pequeña diferencia en W_T , sobre todo si se escogen incrementos de tiempos breves).

3. Cuando se bombea a un embalse se puede suponer que no hay variación de su nivel durante el fenómeno transitorio de oscilación de masa subsiguiente a un arranque o parada de los grupos. Si el bombeo desemboca en una pequeña cámara o en un canal y se dispone la desembocadura por vertido, también poco habrá variación en la altura de elevación; pero si la altura manométrica es reducida, el incremento que representa la disposición por vertido adquiere importancia relativa por lo que es preferible desembocar las conducciones en carga por el fondo del canal o cámara. En este caso hay que considerar las variaciones de nivel, pues influyen en el caudal de las bombas y en las oscilaciones de agua en la chimenea. El nivel será función de caudal que llega a la cámara o canal $H = f(W)$. Si llamamos Z_i a la cota instantánea del nivel en la chimenea referida a la solera del canal, h_i al calado en el mismo, $Z_i - h_i$ será, en cada momento, la altura «frenadora» o «aceleradora» a tener en cuenta en el estudio de la oscilación.

Las variaciones del caudal que entra en el canal desde la chimenea son relativamente lentas, sobre todo cuando hay tres o cuatro grupos funcionando, por lo que podemos asimilar el calado instantáneo del canal al de régimen permanente que corresponde al caudal que llega en ese momento. Tendremos así:

$$Q_i = f W_i = S_i V_i$$

CHIMENEAS DE EQUILIBRIO EN INSTALACIONES DE BOMBEO

en la que S_i es la sección mojada del canal y V_i la velocidad de circulación en el mismo. Tanto S_i como V_i son funciones del calado h_i , a través de la expresión del radio hidráulico. Si se utiliza la fórmula de canales de Bazin, o su equivalente fórmula monomía, se tiene:

$$fW_i = S_i \frac{87 R_i}{\gamma + \sqrt{R_i}} \sqrt{V_i}$$

o bien $fW_i = S_i B R_i^{0.5}$

Llamando a a la anchura de solera del canal y t al talud de sus cajeros

$$S_i = (h_i t + a) h_i \quad R_i = \frac{(h_i t + a) h_i}{2 \sqrt{t^2 + 1} h_i + a}$$

$$W_{i+1} = \frac{\left(\frac{L}{g \Delta t} - \frac{f \Delta t}{4 F} \right) W_i + Z_i - K \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) W_i^2 + \frac{f \Delta t}{2 F} W_T + p_i |W_T - W_i| W_T}{\frac{L}{g \Delta t} + \frac{f \Delta t}{4 F} + \frac{k}{2} \alpha W_i^{2-\alpha} + p_i |W_i| + p_i |W_T - W_i|} \quad [6]$$

siendo

$$W_T = n \sqrt{\frac{H_o - H_g - Z_i}{C_a n^2 + C_b f^2}} \quad [7]$$

4. En un esquema de doble tubería de impulsión y de conducción protegido por una sola chimenea de equilibrio, se producen situaciones asimétricas de funcionamiento que introducen leves variaciones en las fórmulas de cálculo anteriormente obtenidas. Las bombas trabajan sobre una tubería de impulsión, pero el caudal se parte en la chimenea a las dos tuberías de conducción, y por lo tanto no se corresponden las pérdidas de carga anteriores con las del conducto cuando el número de grupos en funcionamiento es impar. (También se puede producir asimetría con número par, si hay dos grupos trabajando sobre una tubería de impulsión y ninguno en la otra; pero este caso es poco probable y, no es recomendable, porque produce una fuerte circulación de agua en la chimenea).

Siendo iguales los diámetros de las tuberías de impulsión y conducción, para una sola bomba funcionando ($n=1$) resulta $w_{imp} = 2 w_{cond}$ de donde $C_{ai} = 4 C_a$. La sección de tubería f_a para el cálculo de w_T , tanto en la fórmula [7] como en la [4] será la mitad de la que

$$W = \frac{[(h_i t + a) h_i]^{b+1}}{[2 \sqrt{t^2 + 1} h_i + a]^b} \times \frac{B}{f} i^{0.5}$$

La curva de calados-caudales de un canal puede ser asimilada a una parábola de grado $\frac{1}{\alpha}$

$$H_i = K w_i^\alpha$$

en la que K es función de la pendiente del canal y α del talud de cajeros. Para $t = 1,5$, la parábola es de segundo grado ($\alpha = 0,5$) y la coincidencia es muy ajustada para $h \gg \frac{1}{3} h_{max}$.

Introduciendo esta expresión en el cálculo de la chimenea y puesto que $dh = K \alpha w^{\alpha-1} dw$, se tiene

corresponde a la circulación en el conducto posterior (f), por lo que sustituiremos

$$C_b f_a^2 = C_b \frac{f^2}{4}$$

Para el caso $1B \rightarrow 1T$ o $2B \rightarrow 1T$ (funcionamiento con una sola tubería de impulsión y de conducción) no sólo habrá que modificar C_b como anteriormente, sino también el coeficiente del calado del canal $K_{1T} = \frac{K}{\sqrt{2}}$; o, en general, $K_{1T} = K 2^{-\alpha}$, ya que la fórmula del calado se había establecido para dos tuberías. La superficie de chimenea F , dimensionada para la instalación completa, resulta en este caso muy superior a la necesaria para el funcionamiento, dando lugar a oscilaciones de largo período, incluso a la llamada oscilación asintótica, como luego veremos.

En el caso $1B \rightarrow 2T$, el caudal que circula en la chimenea será $\frac{fw}{2}$.

5. El caso más complicado en una instalación de 4 grupos acoplados cada dos de ellos a una tubería de impulsión es el del funcionamiento con 3 grupos.

Si llamamos W_i a la velocidad en la impul-

sión alimentada por un grupo y W_2 a la correspondiente a dos bombas de alimentación, la igualdad de niveles en la chimenea permite establecer.

$$\frac{W_2^2}{W_1^2} = \frac{\frac{C_b f^2}{A} + C_a}{\frac{C_b f^2}{A} + 4 C_a} = \mu^2 \quad [8]$$

de donde

$$W = \frac{1 + \mu}{2} W_1 = \frac{1 + \mu}{2 \mu} W_2$$

El coeficiente equivalente C_{a3} de pérdidas anteriores en función de W será tal que

$$\begin{aligned} \left(C_a + \frac{f^2}{4} C_b \right) W_1^2 &= \left(C_a + \frac{f^2}{16} C_b \right) W_2^2 = \\ &= \left(C_{a3} + \frac{f^2}{9} C_b \right) W^2 \end{aligned}$$

lo que conduce a

$$C_{a3} = \frac{4 C_a + \left[1 - \left(\frac{1 + \mu}{3} \right)^2 \right] C_b f^2}{(1 + \mu)^2} \quad [9]$$

Este será, pues, el valor a introducir en la fórmula [7] para el cálculo de la chimenea con tres grupos funcionando. Para obtener los caudales de régimen de estos grupos en las distintas situaciones del nivel de embalse, sustuiremos C_a de la ecuación [4] por C_{a3} y obtendremos el valor de w correspondiente. Los caudales de los grupos serán

$$Q_1 = \frac{fw}{1 + \mu} \quad \frac{Q_2}{2} = \frac{fw\mu}{2(1 + \mu)}$$

La potencia absorbida de la red por el grupo que trabaja solo será

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{H_m \times Q_1 \times g}{\pi_\eta} = \\ &= \frac{H_g + kw^a + pw^2 + \frac{4 C_a}{(1 + \mu)^2} w^2}{\pi_\eta} \times \frac{fw}{1 + \mu} g \end{aligned} \quad [10]$$

siendo π_η el producto de los rendimientos de la bomba, del motor y del transformador.

La potencia conjunta de los otros dos será

$$\begin{aligned} N_2 &= \frac{H_g + kw^a + pw^2 + \frac{4 C_a \mu^2}{(1 + \mu)^2} w^2}{\pi_\eta} \times \\ &\times \frac{f\mu w}{1 + \mu} g \end{aligned} \quad [11]$$

La circulación en la chimenea será un caudal $\frac{\mu - 1}{\mu + 1} fw$

6. La resonancia pésima entre dos maniobras tiene lugar cuando las «espirales» correspondientes a sus velocidades de régimen final son tangentes entre sí. El punto de enlace pésimo se obtiene igualando la ecuación [2] particularizada para una y otra W_i (*).

Resulta una parábola

$$z = pw^2 - p_1 (w - w_{T1}) (w - w_{T2}) \quad [12]$$

que pasa por ambos puntos de equilibrio dinámico. El punto de corte está próximo al de mínima velocidad, tratándose de maniobras del mismo signo (puesta sucesiva de las bombas) y de un máximo de w , cuando se trata de puesta en marcha seguida de cierre.

7. El período de oscilación de masa en la chimenea es, de acuerdo con estudios propios aún no publicados

$$T = \frac{2 \pi L}{g \sqrt{\frac{L f}{Fg} - p^2 w_f^2}} \quad (\text{segundos}) \quad [13]$$

lo que supone que se produce la maniobra asintótica (es decir, la maniobra que no produce oscilación en torno al punto de equilibrio) para una velocidad

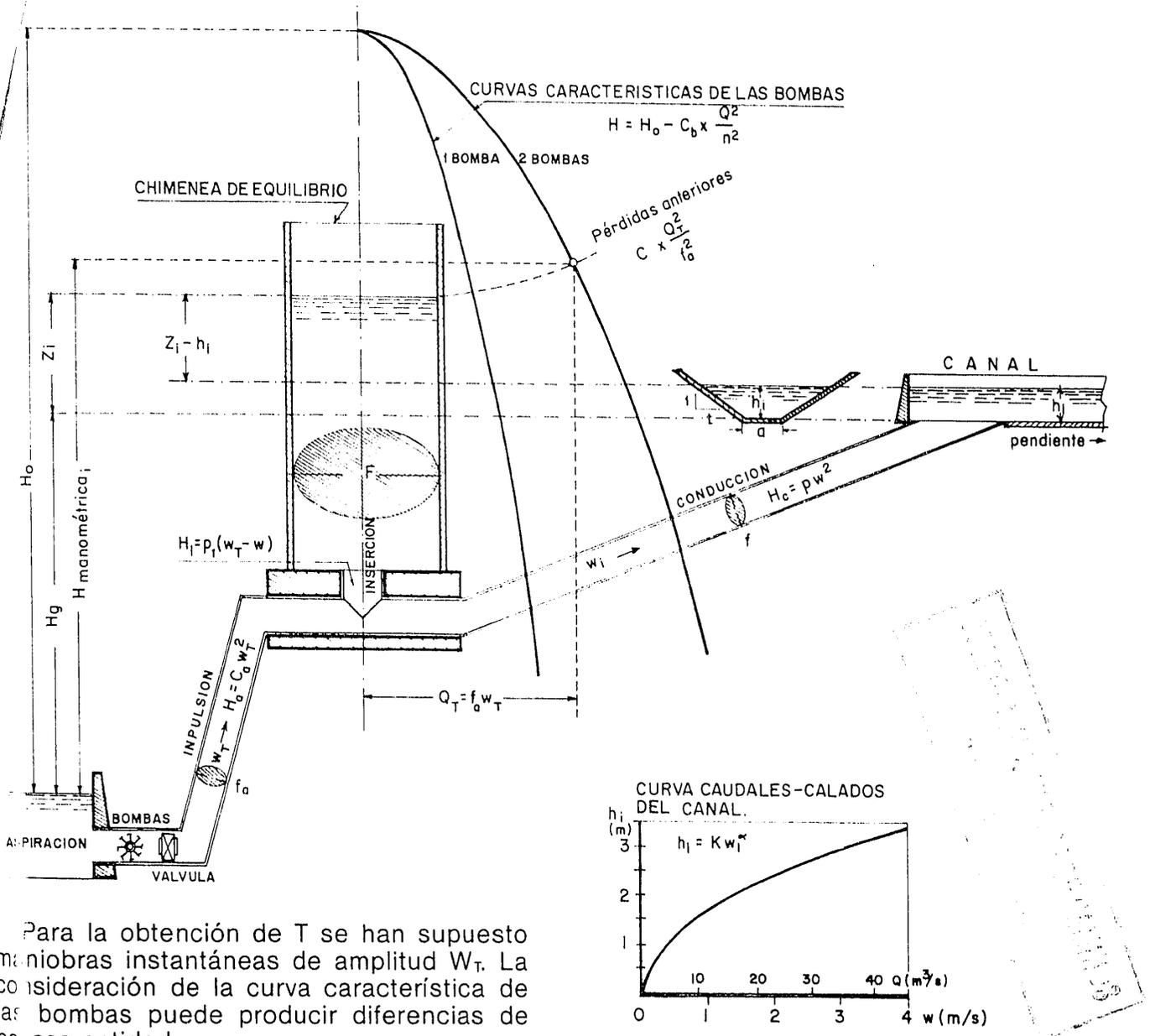
$$W_T = \frac{\sqrt{\frac{L f}{Fg}}}{p} = \frac{B^2 d^{1+2b}}{D \sqrt{Lg}} \quad [14]$$

El segundo miembro proviene de sustituir ρ (coeficiente de pérdidas de la conducción) por su valor deducido de una fórmula $v = B d^{i0.5}$.

(*) La fórmula está obtenida para maniobras instantáneas en las que las velocidades de régimen final W_{T1} y W_{T2} son constantes. La variabilidad de estos valores, adaptándose a la curva característica de las bombas, resta exactitud matemática al planteamiento, aunque los resultados resultan suficientemente aproximados.

CENTRAL DE BOMBEO ALIMENTANDO UN CANAL

ESQUEMA DEL CALCULO HIDRAULICO DE LA CHIMENEA DEL EQUILIBRIO.



Para la obtención de T se han supuesto maniobras instantáneas de amplitud W_T . La consideración de la curva característica de las bombas puede producir diferencias de esa entidad.

En el punto 3 introducíamos la simplificación de tomar como nivel instantáneo en el canal el calado de régimen del caudal que entra en cada instante durante el fenómeno transitorio de oscilación de masa subsiguiente a la puesta en marcha de una bomba. Es evidente que el tiempo de «respuesta hidráulica» del canal para acomodar su calado al caudal entrante no puede ser nulo, aunque sí muy breve si la variación se produce lentamente. La simplificación, para canal creciente, queda del lado de la seguridad, pues al suponer mayor calado del real, queda disminu-

nuida la altura «frenadora» del fenómeno. Análogamente ocurre en los descensos del nivel, con caudal decreciente. Sólo resulta insegura la hipótesis para las circunstancias caudal creciente-nivel descendente o caudal decreciente-nivel ascendente; es decir, para el tiempo que media entre el máximo de elevación y el máximo de caudal entrante, o entre el mínimo de oscilación y el mínimo de caudal entrante, zonas ambas en las que las variaciones del caudal son tan lentas que, prácticamente, el calado apenas difiere del de régimen.

CHIMENEAS DE EQUILIBRIO EN INSTALACIONES DE BOMBEO

Señalábamos también en el punto 3 que la sustitución era especialmente admisible cuando era mayor el número de grupos de bombeo funcionando. Efectivamente, en una instalación equipada con varios grupos, los incrementos del caudal nominal que produce la puesta en marcha sucesiva de las bombas son cada vez menores. Es decir:

$$Q_1 > \frac{1}{2} Q_2 \quad Q_2 > \frac{2}{3} Q_3 \dots$$

$$\dots Q_{n-1} > \frac{n-1}{n} Q_n$$

Por otra parte, aunque de menor importancia, está el que los períodos de oscilación del sistema hidráulico crecen con la velocidad de régimen $w_n = \frac{Q_n}{f}$, pudiéndose, incluso, alcanzar la oscilación asintótica, como se señala en el punto 7. Luego: si los ΔQ_n van siendo cada vez menores y los tiempos en que se producen aumentan, evidentemente $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ disminuye cuando se van introduciendo bombas en el circuito.

Al arrancar una bomba, el caudal que fluye desde la chimenea al canal comienza a incrementarse, y el incremento crece hasta llegar a un $\Delta Q_{n \text{ máx}}$ que corresponde al instante en que $\frac{d^2 Q}{dt^2} = 0$ (*). Desde ese punto, el caudal sigue aumentando, pero con incrementos decrecientes, hasta que se anulan, lo que tiene lugar, aproximadamente, un cuarto de período después de haberse alcanzado el máximo nivel del agua en la chimenea.

$\Delta Q_{n \text{ máx}}$ va disminuyendo en valor absoluto conforme aumenta n , número de bombas en funcionamiento, con lo que la adaptación del calado instantáneo del canal al de régimen va siendo cada vez más precisa cuantas más bombas funcionan y, especialmente, en las

(*) Este punto se obtiene por intersección de la espiral de la maniobra correspondiente con la curva

$$z = f(w) + 2pw^2 - p_1(w_T - w)^2 + \frac{Lf}{Fg}$$

$\frac{w_T - w}{f(w) + 2pw + 2p_1(w_T - w)}$ (z está referida a la solera

del canal) y su valor es $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{f^2}{F}$.

$\frac{w_T - w_i}{f_i(w) + 2pw_i + 2p_1(w_T - w)}$ siendo w_i la abscisa del punto obtenido.

partes altas de sus curvas de oscilación, en las que el valor absoluto de ΔQ ha decrecido notablemente.

A mayor abundamiento, el calado del canal seguirá más de cerca al de régimen cuanto menor sea el incremento relativo del caudal respecto al circulante en ese momento, $\frac{\Delta Q_i}{Q_i}$,

lo que lleva a que la hipótesis admitida en el punto [3] $h_i = Kw_i^n$, sea mucho más precisa cuanto mayor sea el número de bombas en marcha. Por esa misma razón, es evidente que en el comienzo del bombeo, con un sólo grupo no puede haber acomodación del calado del canal al de régimen, ya que $\frac{\Delta Q}{Q}$ adquiere

valores impropios, aunque rápidamente se alcanzan relaciones del orden del 3% y menores —depende de las características de la instalación— antes de llegar al máximo de oscilación correspondiente. Esta falta de adecuación, inicial y transitoria, entre la hipótesis de calado del cálculo de oscilaciones, respecto a la situación real, no tiene mayor trascendencia que, como hemos señalado anteriormente, exagerar los valores del primer ascenso de agua en la chimenea; incluso para la puesta en marcha de la segunda bomba, la hipótesis puede ser excesivamente pesimista en sus primeros instantes, pero se va tornando cada vez más real al acercarse la oscilación a su máximo y en los sucesivos arranques de los grupos, con lo que la precisión crece en las zonas donde mayor interés tiene el estudio, que son las partes altas de las curvas de niveles.

9. En el caso de parada simultánea de las bombas de la estación, la simplificación de que, en todo momento, $h_i = Kw_i^n$ está mucho más alejada de la realidad que en los casos de arranques sucesivos que acabamos de ver. En primer lugar, los incrementos negativos del caudal son notablemente mayores que antes y no decrecen durante el descenso del plano de agua en la chimenea (a nivel fijo del canal). Además, el período de oscilación y, por tanto, el tiempo de descenso, es el más breve

de todos los posibles: $T = 2\pi \sqrt{\frac{LF}{fg}}$, que corresponde a la instalación sin pérdidas.

Suponer que el calado del canal se acerca al de régimen del caudal —rápidamente decreciente— que suministra el sifón, es una hipótesis quizá excesivamente conservadora pues la velocidad con que disminuye el flujo

en la embocadura del canal no da lugar a que haya desaparecido el agua del mismo cuando ya el caudal de llegada ha descendido a cero. A continuación, el flujo en el sifón pasa a ser de signo contrario, en tanto que el nivel de la chimenea empieza, muy lentamente, a ascender. La circulación contraria va creciendo, en tanto no se agote el agua en la embocadura del canal; pero el proceso de vaciado es ahora rápido, al haber llamada de agua en ambos sentidos.

Para determinar, siquiera groseramente, la magnitud del error que se comete al no tener en cuenta el calado residual del canal en el descenso de parada, hemos seguido el método del cálculo preconizado por Schäfer (*) para el estudio de la onda de vaciado. El método es, en nuestra opinión, quizá excesivamente simplificador, al no considerar las pérdidas de carga del canal ni su pendiente. Schäfer, además, no utiliza en sus fórmulas incrementos de tiempo, aunque se deduce de su estructura que supone $\Delta t = 1$ seg; el cómputo volumétrico no queda bien ajustado, salvo que se realicen varias aproximaciones sucesivas de velocidades e incrementos de altura, que el autor no plantea, pues complican notablemente el proceso de cálculo.

Las fórmulas de Schäfer son

$$\Delta h_c = \sqrt{\frac{S_i}{b_i g}} (v_i - v_0) \quad [15]$$

$$c = \sqrt{\frac{S_i}{b_i}} g + v_i$$

siendo S_i la sección mojada del canal, b_i la anchura en superficie, h_c la variación de calado y c la celeridad de onda ante el cambio de velocidad del agua en el canal, producido por la disminución de caudal $Q_0 - Q_i$. El valor de v_i que Schäfer supone el de régimen de Q_i , hay que ajustarlo por aproximaciones sucesivas, como asimismo el de Δh_c , de forma que vayan coincidiendo la altura $h_0 + \Delta h_c$ con la velocidad V_i que le corresponde.

10. En un canal de sección trapezoidal, de anchura de solera a y talud de cajeros t , las fórmulas quedan

$$\Delta h_c = \sqrt{\frac{(t h_i + a) h_i}{(2 t h_i + a) g}} (V_i - V_0) \quad [16]$$

$$c = \sqrt{\frac{(t h_i + a) h_i g}{2 t h_i + a}} + V_i$$

(*) Hydraulik und Wasserbau auf Neuen Grundlagen. Stuttgart, 1959.

Si el cálculo hidráulico se realiza con la fórmula de Bazin ($\gamma = 0,3$)

$$V_i = \frac{87 R_i}{\gamma + R_i} \sqrt{i} \quad \text{siendo} \quad R_i = \frac{(t h_i + a) h_i}{2 \sqrt{t^2 + 1} h_i + a}$$

En el cálculo de la chimenea introduciremos la primera de las fórmulas de Schäfer. La segunda no es necesaria en este cálculo, pues conduce a determinar la propagación de las ondas de vaciado del canal: sólo la tendremos en cuenta a efectos de comprobación volumétrica de los caudales entrados en el canal desde que se paran las bombas hasta que se produce el mínimo de oscilación, y los volúmenes de agua contenidos en el canal hasta el límite de propagación de la onda de vaciado. Es decir:

$$s_0 \times \sum c_i \Delta t - \sum c_i s_i \Delta t = f w_0 \times \sum \Delta t - \sum f \frac{w_i + w_{i+1}}{2} \Delta t \quad [17]$$

(aunque este «prisma escalonado» no se corresponde con el teórico, por ser c decreciente con el calado, lo que produce «escalones» alargados cada vez más —si no hay rozamiento— al alejarse del origen del canal). Como antes señalamos, hacemos $\Delta t = 1$ seg.

Cuando se inicia el retroceso del agua en el canal para alimentar la conducción hacia la chimenea, cambia el signo de V_i en las fórmulas y el vaciado se produce con gran rapidez. El nivel en la chimenea habrá ascendido, respecto de su mínimo, hasta ese momento de calado nulo; después continúa ascendiendo, pero ya no alimentada por el canal, sino solamente por el agua contenida en la conducción, en régimen de oscilación libre, hasta que se produzca el equilibrio, igualándose los niveles de la chimenea y la parcialmente llena tubería.

Como se verá en los puntos siguientes, el cálculo del descenso máximo en la chimenea realizado con la «onda de vaciado» del canal es muy laborioso y sus resultados difieren poco de los obtenidos con el de «calado de régimen». La escasa diferencia puede quedar como una pequeña ampliación del margen de seguridad que normalmente se adopta en el cálculo de chimeneas de equilibrio.

11. Las fórmulas de cálculo del descen-

CHIMENEAS DE EQUILIBRIO EN INSTALACIONES DE BOMBEO

so de la lámina de agua en la chimenea son

$$a) \quad w_{i+1} = \frac{\left(\frac{L}{g} - \frac{f}{4F}\right) w_i + z_i - h_i + \frac{\Delta h_i}{2}}{\frac{L}{g} + \frac{f}{4F} + (p+p)|w_i|}$$

$$b) \quad z_{i+1} = z_i - \frac{f}{2F} (w_i + w_{i+1}) \quad [18]$$

$$c) \quad h_{i+1} = h_i + \sqrt{\frac{(t h_i + a) h_i}{(2 t h_i + a) g}} (V_{i+1} - V_i)$$

$$d) \quad C_{i+1} = V_{i+1} + \sqrt{\frac{(t h_i + a) h_i g}{2 t h_i + a}}$$

Z está referida a la solera del canal; $\Delta t = 1$ seg.

El cálculo se inicia con

w_0 = máximo de w en la oscilación subsiguiente a la puesta en marcha de la cuarta bomba de la estación.

Z_0 = obtenido de la citada oscilación, correspondiendo a w_0 .

$h_0 = K\sqrt{w_0}$ (en general, $h_0 = Kw_0$)

$$\Delta h_0 = 0 \quad V_0 = \frac{f w_0}{(t h_0 + a) h_0}$$

Obtenidos w_i y Z_i por a) y b), se procede al cálculo de V_i por sucesivas aproximaciones

$$1.a) \quad V_i = \frac{f w_i}{(t h_0 + a) h_0} \rightarrow h'_i = h_0 +$$

$$+ \sqrt{\frac{(t h_0 + a) h_0}{(2 t h_0 + a) g}} (V_i - V_0)$$

$$2.a) \quad (*) \quad h'_i \rightarrow R_i = \frac{(t h'_i + a) h'_i}{2 \sqrt{t^2 + 1} h_i + a} \rightarrow V''_i =$$

$$= \frac{87 R_i}{\gamma + \sqrt{R_i}} |^{0.5} \rightarrow h''_i = h_0 +$$

$$+ \sqrt{\frac{(t h_0 + a) h_0}{(2 t_0 h_0 + a) g}} (V''_i - V_0)$$

$$3.a) \quad h''_i \rightarrow R''_i \rightarrow V'''_i \rightarrow h'''_i$$

(*) Algo se simplifican los cálculos si, en vez de la fórmula de Bazin, se admite una ley de calados —velocidades en el canal $h_i = K_2 V_i^2$; pero se pierde exactitud para calados pequeños, que son los que más conviene precisar.

4.a) $h'''_i \rightarrow R'''_i \rightarrow V''''_i \rightarrow h''''_i$ Valores que se adoptan: $V''''_i = V_1$ $h''''_i = h_1$
Se procede al cálculo de

$$C_i = \sqrt{\frac{(t h_0 + a) h_0 g}{2 t h_0 + a}} + V_1$$

Para $w < 0$ se cambia el signo de V_1 .

12. EJEMPLO NUMERICO

Canal: $a = 3$ m, $t = 1,5$. Calado: $k = 1,7074$
 $\alpha = 0,5$, $h = 1,7074 \sqrt{w}$.

Conducción: 2 tuberías \varnothing 2,70 m, $L = 2.157$ m, $p = 0,655$.

Chimenea: \varnothing 12,5 m, $p_1 = 0,063$.

$W_0 = 3,8747$ m/s. $Z_0 = 13,1216$ m, $h_0 = 3,361$ metros.

Descenso del nivel del agua en la chimenea subsiguiente a una parada instantánea de las bombas.

Calculado con la «onda de vaciado» y $\Delta t = 1$ s.

$$Z_{\min} = -8,535 \text{ m. } t = 1 \text{ m } 45 \text{ s } (h = 0,379 \text{ m}).$$

$$h = 0 \text{ para } t = 1 \text{ m } 48 \text{ s } \quad Z = -8,515 \text{ m.}$$

Calculado con el «calado de régimen» y $\Delta t = 1$ s.

$$Z_{\min} = -8,614 \text{ m } \quad t = 1 \text{ m } 45 \text{ s } \quad (h = 0).$$

$$\text{Diferencia } \Delta = 0,079 \text{ m } \quad (\varepsilon < 1 \%).$$

Si se calcula con $\Delta t = 10$ s, resulta

$$Z_{\min} = -8,683 \text{ m } \quad \Delta = 0,148 \text{ m } \quad (\varepsilon < 2 \%).$$

13. COMENTARIOS FINALES

Como se observa en el ejemplo, las diferencias de desniveles que se obtienen por uno u otro método de cálculo son mínimas y, desde luego, muy inferiores a las que produciría un leve retoque del coeficiente de rugosidad que hemos atribuido a las conducciones. Por ello, recomendamos realizar los cálculos de oscilación de masa, incluso en el caso de parada de bombas, con el «calado de régimen» del canal alimentado por la impulsión.

Hemos probado, también, otro método operativo simplificado, que consiste en calcular la oscilación a nivel constante en el canal, añadiendo después, como una traslación paralela de los ejes W y Z, la variación del calado; pero desaconsejamos el procedimiento, pues los errores que produce son de cuantía importante, particularmente en el cálculo del mínimo nivel por parada de las bombas.