

# La comprobación de las piezas metálicas solicitadas a compresión excéntrica, según la normativa española y diversas reglamentaciones extranjeras recientes (\*)

Por JESUS ORTIZ HERRERA

Dr. Ingeniero de Caminos

Profesor adjunto numerario de Estructuras y Puentes Metálicos. Ingeniero asociado de HCA - Projectistas.

Posteriormente a la publicación de la norma española más reciente sobre cálculo de estructuras metálicas (NBE-MV103/1972), han aparecido diversas recomendaciones e investigaciones de gran relieve, procediéndose en este artículo al contraste de los criterios respectivos en materia de comprobación a pandeo de las piezas comprimidas excéntricamente, bajo determinadas condiciones.

## 1. INTRODUCCION

La presente discusión se limita al estudio de la pieza metálica recta y biarticulada, de sección constante y doblemente simétrica, solicitada por una carga compresora constante,  $N$ , y por momentos  $M_a$  y  $M_b$  aplicados en los extremos, suponiendo que existe sólo posibilidad de pandeo por flexión, en el propio plano de la flexión «primaria» exterior, el cual se supone coincidente con uno de los planos de simetría de la pieza (fig. 1). El estudio de este caso, que denominaremos «básico», puede generalizarse por vías teóricas o semiempíricas en orden a considerar otros tipos de vinculaciones o características de la pieza, o bien para introducir en el análisis la posibilidad de pandeo en ambos planos de simetría o de flexión y torsión; no obstante, estas variaciones del problema no se analizan en este artículo, el cual se circunscribe al «caso básico» anteriormente definido. Este caso «básico», a pesar de su relativa sencillez, recibe ataques bastante dispares en las reglamentaciones y literatura técnicas; estas divergencias son muy considerables desde el punto de vista formal, y también apreciables, aunque de menor entidad, desde el punto de vista cuantitativo, y hacen aconsejable en cual-

quier caso un contraste especialmente detenido de las mismas, por afectar a una materia cotidiana en el diseño de las estructuras metálicas. Las diferencias pueden llegar a ser todavía más importantes en las diversas variantes del problema, cuando se libera alguna de las restricciones que definen el caso «básico» objeto de esta discusión; pero en dichas condiciones más generales, si bien los modernos métodos no lineales pueden dar una descripción precisa del fenómeno, no existe todavía suficiente «sedimentación» en las formulaciones prácticas de diseño, las cuales varían mucho según el mayor o menor grado

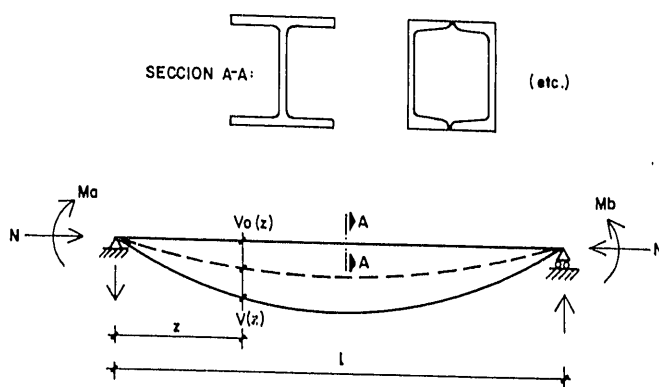


Fig. 1.—Viga-columna biarticulada sometida a una carga compresora  $N$  y momentos «primarios»  $M_a$  y  $M_b$  en los extremos. Sección constante y doblemente simétrica. Pandeo transversal y torsional impedidos.

(\*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que pueden remitirse a la Redacción de esta Revista el 31 de diciembre de 1982.

de ajuste a los valores reales y según la mayor o menor facilidad de utilización práctica perseguida; por ello, puesto que esta exposición pretende ser más esclarecedora que general, se ha preferido acotar el alcance de la discusión al caso en que se aprecia mayor coincidencia en investigaciones y recomendaciones de reciente aparición (referencias 3, 4, 8, 9, 15, 18, 19, etc.).

## 2. ANALISIS DE SEGUNDO ORDEN ELASTICO DE LA VIGA-COLUMNA CON CURVATURA INICIAL

El caso «básico» ya definido, si se efectúan ciertas hipótesis habituales en el análisis del pandeo de las barras rectas, tales como la validez aproximada de la teoría de segundo orden (análisis geoméricamente no lineal, pero suponiendo giros pequeños), hipótesis de deformación plana, comportamiento elástico-lineal (hookeano) del material, omisión de las deformaciones de cortante, ausencia de «imperfecciones mecánicas» (tensiones previas o residuales; heterogeneidades del material), etc., pero incluyendo «imperfecciones geométricas» (curvatura inicial, excentricidades parásitas, etc.), admite solución analítica bien conocida (referencias 10, 11, 12); si las imperfecciones geométricas antes aludidas se asimilan por hipótesis a una preflecha en forma de semionda sinusoidal (es decir, afín al primer modo de pandeo), la distribución de flectores de segundo orden adopta la expresión siguiente:

$$(2.1) \quad M(z) = \frac{N \cdot v_0(z)}{1 - \gamma} + M_a \cdot \left[ \cos Kz + \left( \frac{\Gamma - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} \right) \sin Kz \right], \text{ en donde:}$$

$$v_0(z) = v_{01} \cdot \sin \frac{\pi z}{l}: \text{ preflecha}$$

$$K = \sqrt{\frac{N}{EI}}, \text{ siendo } EI \text{ la rigidez a flexión de la sección}$$

$$\gamma = \frac{N}{N_E}, \text{ siendo } N_E = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \text{ (carga crítica de Euler)}$$

$$\alpha = \frac{kl}{2} = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\gamma}, \text{ magnitud adimensional variable con } N$$

$\Gamma = M_b/M_a$ , relación que se supone variable entre  $-1$  y  $1$  (es decir,  $|M_a| \geq |M_b|$ ).

Conservadoramente, la maximización por separado de los dos términos de  $M(z)$  conduce a la siguiente expresión:

$$(2.2) \quad M_{\max} \approx \frac{N \cdot v_{01}}{1 - \gamma} + \frac{M_{eq}}{\cos \alpha}, \text{ con } M_{eq} = C_m \cdot M_a, \text{ siendo:}$$

$$C_m = \sqrt{B \cdot (1 + \Gamma^2) + (1 - 2b)\Gamma}, \text{ con } B = \frac{1}{4 \sin^2 \alpha}, \text{ si } \Gamma \gg \cos 2\alpha$$

Si  $\Gamma = 1$ ,  $C_m$  se reduce a la unidad (entonces  $M_{eq} = M_a$ ). Es decir,  $M_{eq} = C_m \cdot M_a$  es un momento «equivalente» que permite reducir el problema a uno de flexión primaria constante ( $\Gamma = 1$ ).

Si  $\Gamma < \cos 2\alpha$ , el máximo del segundo término de  $M(z)$  se produce en el extremo  $z = 0$ , lo cual, si no existiera el término  $N \cdot v_0(z)/(1 - \gamma)$ , reduciría el problema a la mera comprobación «resistente» de la sección extrema pésima, bajo los esfuerzos del primer orden respectivos ( $N$  y  $M_a$ ). Las diferentes reglamentaciones coinciden en salvar esta dificultad estableciendo una doble comprobación, «resistente» en el extremo de la pieza, y «a pandeo», en base a los esfuerzos primarios afectados de ciertos coeficientes correctores responsables de los fenómenos de segundo orden (solamente esta comprobación «a pandeo» es objeto de atención en este artículo, sobreentendiéndose que se complementa siempre con la adecuada comprobación «resistente»).

Respecto a los valores simplificados recomendados para  $M_{eq}$  o  $C_m$ , aun observándose diferencias formales, existe una cierta concordancia numérica entre los diferentes criterios (ver fig. 2):

- Massonnet recomienda:  
 $M_{eq} = \sqrt{0,3 (M_a^2 + M_b^2) + 0,4 M_a M_b}$ , lo que corresponde a tomar un valor constante aproximado  $B \approx 0,3$ .
- Austin establece la simplificación  $C_m \approx 0,6 + 0,4 \Gamma \leq 0,4$ , adoptada por las recomendaciones CECM-78, AISC, AISI.

# COMPROBACION DE PIEZAS METALICAS SOLICITADAS A COMPRESION EXCENTRICA

y CSA, y también en el artículo 6.4 de la MV-103 (relativo a piezas calculadas plásticamente).

- DIN 4114, em62 y MV103 (artículo 3.9.2) proponen un criterio equivalente a adoptar  $C_m = 0,5 (1 + \Gamma) \leq 0,5$ . Ignorando las

tico del material,  $\sigma_u$ , la expresión (2.3) puede escribirse de la forma siguiente:

$$(2.4) \quad \frac{N}{A} \Omega + \frac{1}{1 - \gamma} \cdot \frac{M_{eq}}{W} \leq \sigma_u,$$

$$\text{con } \Omega = 1 + \frac{\delta}{1 - \gamma}$$

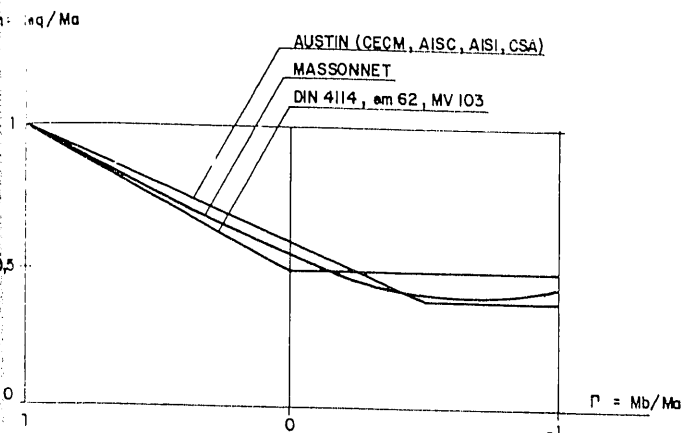


Fig. 2.—Relación entre el momento equivalente para la comprobación de pandeo y el momento primario máximo ( $M_{eq}/M_a$ ), en función del cociente entre momentos extremos ( $M_b/M_a$ ).

diferencias favorables a la seguridad, la diferencia pésima con el criterio de Massonnet (considerado el más preciso) es de un 9,5 %, que resulta aceptable.

- Si en algunos de ambos extremos no se cumple la condición  $v = 0$ ,  $C_m$  se incrementa a la unidad o a 0,85, según las reglamentaciones.

Por otra parte, el factor amplificador  $1/\cos \alpha$  aplicado a  $M_{eq}$  en 2.2. suele considerarse aproximado con suficiente precisión por  $1/(1 - \gamma)$ , con lo cual la tensión pésima correspondiente a  $N$  y  $M_{max}$ , puede tomarse igual a:

$$(3) \quad \sigma_{max} = \frac{N}{A} + \frac{1}{W} \cdot \frac{N v_{01} + M_{eq}}{1 - \gamma}$$

Donde  $A$  y  $W$  el área y momento resistente de la sección transversal. Esta expresión es una variante de la conocida fórmula de Perry-Robertson (referencias 8, 9).

Denominado  $s = W/A$  (ordenada del extremo del núcleo central) y  $\delta = v_{01}/s$  (parámetro adicional o «imperfección geométrica relativa»), y limitando  $\sigma_{max}$  el valor del límite elás-

## 3. APLICACION A LOS SOPORTES REALES

A pesar de haber sido deducida en un contexto puramente elástico y determinístico, la expresión 2.4 permite establecer o aproximar diversos criterios para la comprobación de los soportes metálicos reales, si bien efectuando una elección apropiada o «convencional» del parámetro de imperfección  $\delta$ , que permita ajustar los valores característicos inferiores de los resultados experimentales y/o simulados en ordenador. Para el caso del soporte sometido a compresión centrada, haciendo  $M_{eq} = 0$  y tomando el signo de igualdad en la citada expresión 2.4, se obtiene  $N \Omega / A = \sigma_u$ , con  $\Omega = 1 + \delta / (1 - A \sigma_u / \Omega N_E)$ , pudiendo despejarse  $\Omega$  como función  $\Omega = \omega(\bar{\lambda}, \delta)$ , dada por:

$$(3.1) \quad \omega(\bar{\lambda}, \delta) = \left( 0,5 + \frac{\delta + \bar{\lambda}^2}{2} \right) + \sqrt{\left( 0,5 + \frac{\delta + \bar{\lambda}^2}{2} \right)^2 - \bar{\lambda}^2}, \text{ en función}$$

$$\text{de } \bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \sigma_u}{N_E}} = \frac{\lambda}{\lambda_r}, \text{ con } \lambda_r = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_u}}$$

Así, adoptando  $\delta = 0,3 \bar{\lambda}^2$  (Dutheil) se obtienen los valores del coeficiente  $\omega$  propuestos en las normas francesas CM66 y españolas em62 y MV-103.

También las curvas europeas de pandeo (CECM-1978) pueden aproximarse por el coeficiente del tipo 3.1, según han puesto recientemente de manifiesto Maquoui y Rondal (en realidad las recomendaciones europeas introducen un coeficiente de pandeo,  $\bar{N}$ , que es el equivalente al inverso del coeficiente  $\omega$  de las normas francesa, alemana y española). Según Maquoui y Rondal (referencias 13, 14), un ajuste empírico de la imperfección convencional  $\delta$ , para las diversas curvas de pandeo

de las recomendaciones europeas CECM-1978, conduce a los valores siguientes:

$$(3.2) \quad \delta \approx \rho \cdot \sqrt{\bar{\lambda}^2 - 0,04}, \text{ para } 0,2 < \bar{\lambda} < 3,5,$$

con:

- $\rho = 0,093$  para la curva  $a_0$
- $\rho = 0,158$  para la curva  $a$
- $\rho = 0,281$  para la curva  $b$
- $\rho = 0,384$  para la curva  $c$
- $\rho = 0,587$  para la curva  $d$

Bien con  $\delta = 0,3 \bar{\lambda}^2$  (Dutheil), o bien con  $\delta = \rho \cdot \sqrt{\bar{\lambda}^2 - 0,04}$  (Maquoi y Rondal), el coeficiente de pandeo  $\omega$  dado por 3.1, o su inverso,  $\bar{N} = 1/\omega$ , quedan definidos como funciones de la esbeltez relativa  $\bar{\lambda}$ , pudiendo expresarse el valor último de la compresión centrada en la forma:

$$(3.3) \quad N_u = \frac{A \sigma_u}{\omega(\bar{\lambda})} \text{ o } N_u = A \sigma_u \cdot \bar{N}(\bar{\lambda}), \text{ respectivamente.}$$

Si existen tensiones residuales especialmente elevadas, como es el caso de las secciones armadas soldadas, las recomendaciones europeas establecen un factor reductor adicional igual a 0,94. Por otra parte, la aproximación de Maquoi y Rondal no permite ajustar exactamente los valores de  $N_u$  de dichas recomendaciones, si bien las diferencias son poco significativas (0,4 a 2,6 % en los rangos de trabajo usuales; 5,5 % como diferencia pésima para  $0,2 < \bar{\lambda} < 3,5$ ).

Para el soporte comprimido excéntricamente, y bajo las hipótesis del caso «básico» considerado en este artículo, la comprobación a pandeo de las recomendaciones europeas puede escribirse en la forma 2.4, adoptando el mismo parámetro de imperfección «convencional» del caso de compresión centrada; es decir, dentro de los márgenes de error anteriormente indicados, adoptando los valores dados por 3.2.

Si se particulariza el valor de  $\Omega$  en 2.4 para  $\gamma = N_u/N_E$ , siendo  $N_u$  el valor último en compresión centrada dado por 3.3, el valor de  $\Omega$  resulta sobrealorado (ya que  $\bar{N} < N_u$  y que  $\Omega$  crece con  $N$ ); por lo tanto, dicha simplificación, que conduce a adoptar  $\Omega = \omega$  o  $\frac{1}{\bar{N}}$  en 2.4,

resulta conservadora. Efectuando dicha sustitución, dividiendo seguidamente ambos miem-

bros de 2.4 por  $\sigma_u$  y recordando 3.3, se obtiene la denominada «fórmula de interacción»:

$$(3.4) \quad \frac{N}{N_u} + \frac{1}{1 - N/N_E} \cdot \frac{M_{eq}}{M_u} \leq 1$$

siendo  $M_u = W \sigma_u$ , momento de agotamiento elástico en flexión pura. Las especificaciones americanas del AISC y las reglamentaciones canadienses CSA admiten la utilización de dicha fórmula de interacción, con diversas correcciones, tales como la de identificar  $M_u$  con el momento plástico  $M_p$  de la sección, reducido en caso de posibilidad de pandeo lateral, o la de determinar  $N_u$  para el plano de pandeo más desfavorable, aunque no coincida con el de la flexión primaria, o la adición de términos en caso de flexión desviada, etc. (no se detallan estas adaptaciones, por no corresponder al caso «básico» de esta exposición). Estas correcciones y, en general, la validación de dicha «fórmula de interacción», pueden efectuarse mediante su contraste con resultados de análisis no lineales rigurosos del fenómeno (como los publicados por Galambos y Ketter, referencia 16), y de ensayos de soportes reales (Vankuren y Galambos, referencia 17) apreciándose en general una concordancia aceptable, entre los diagramas de interacción «normalizados» (entendiendo por tales los diagramas correspondientes a los valores últimos de los parámetros adimensionales  $\frac{N}{N_u}$  y  $\frac{M_{eq}}{M_u}$ ).

independientemente de que los valores de  $N_u$  deben ser modificados para ajustarse a una u otras reglamentaciones), y los valores aproximados, ligeramente conservadores, dados por la «fórmula de interacción» citada. Esta última, aun contando con una importante base teórica, resulta pues esencialmente semiempírica.

Las prescripciones del artículo 3.9.2 de la Norma española MV-103, particularizadas para el caso «básico» definido al principio de este artículo, y con  $N_u$  dado por 3.3 y  $M_u = W \sigma_u$ , puede escribirse como sigue:

$$(3.5) \quad \frac{N}{N_u} + 0,9 \frac{M_{eq}}{M_u} \leq 1 \quad \text{o} \quad \frac{N}{N_u} + \frac{M_{eq}}{M_u} \leq 1 \quad (\text{«fórmula aproximada»})$$

Los criterios del artículo 3.9.2 de la norma V-103 proceden esencialmente de la norma alemana DIN 4114 (referencia 6), a través de la instrucción española em62 (referencia 2). Esta última, en sus comentarios referentes al fenómeno analizado, señala las notables diferencias formales entre la norma francesa NF M66 (referencia 7) y la DIN 4114, pero indicando al mismo tiempo la escasa trascendencia práctica de las diferencias numéricas entre los valores respectivos, lo cual aconsejaba la adopción del criterio de la norma alemana, de utilización más cómoda.

Aunque no se ha mencionado explícitamente, resulta ocioso señalar que todos los valores de los esfuerzos que se manejan en esta exposición son valores ponderados, como corresponde a la comprobación de un estado límite último.

#### 4. COMPARACION ENTRE DIAGRAMAS DE INTERACCION

El contraste formal de la expresión 3.5 con la fórmula de interacción americana o las prescripciones europeas es bien evidente, resaltando la ausencia del «factor de amplificación» del momento primario. Este concepto de amplificación de las tensiones primarias de flexión está presente en otras recomendaciones más antiguas, como las reglas francesas CM66, si bien con otros valores numéricos, habiéndose considerado oportuno limitar la comparación a las tres reglamentaciones MV-103/1972, CECM-1978 y AISC-1978 (referencias 1, 3, 4).

La misma norma MV-103, en su capítulo 6, correspondientes a métodos anelásticos de capítulo, establece una inecuación de interacción similar a la ya indicada del AISC; limitando esta discusión al criterio estipulado en el artículo 3.9.2 de la citada norma española, particularizado para el caso «básico» aquí considerado.

efectos del contraste de los diversos programas de interacción, una descripción adecuada de los mismos se consigue representando gráficamente los valores últimos simultáneos de los esfuerzos, adimensionalizada en la forma:

$$(4) \quad \bar{X} = \frac{M_{eq}}{W_{\sigma_u}}; \bar{y} = \frac{N}{N_u}$$

Esta representación permite deslindar con-

ceptos, independizando la discusión relativa a la interacción entre esfuerzos, que es a la que aquí se presta atención, de la elección del valor último  $N_u$  correspondiente al caso de compresión centrada (dependiente de la utilización de uno u otro coeficiente de pandeo). No obstante, como la esbeltez de la pieza aparece indirectamente (a través de  $N_E$ ) en las fórmulas, se hace preciso vincular de alguna manera la elección de  $N_u$  con dicha esbeltez; a efectos de proceder a una comparación sobre bases homogéneas, se utiliza aquí para los diversos criterios contrastados una misma expresión de  $N_u$ , eligiéndose como tal la de la norma española (es decir, se adopta el coeficiente de pandeo de Dutheil).

Hechas estas salvedades, se procede a comparar gráficamente los diagramas de interacción correspondientes a las siguientes expresiones:

(4.2)  $\bar{y} + 0,9 X = 1$  o  $y + X = 1$  («fórmula aproximada»).

$$(4.3) \quad \bar{y} + \frac{X/1,12}{1 - \gamma} = 1$$

$$(4.4) \quad \bar{y} \cdot N \cdot \left(1 + \frac{\delta}{1 - \gamma}\right) + \frac{X}{1 - \gamma} = 1$$

En 4.3 y 4.4  $\gamma$  y  $\bar{N}$  se determinan como sigue:

$$(4.5) \quad \gamma = \frac{N}{N_E} = \frac{\gamma \cdot A \sigma_u \bar{N}}{\pi^2 EA / \lambda^2} = \bar{\gamma} \bar{\lambda}^2 \bar{N} ; \bar{N} = \frac{1}{\left(0,5 + \frac{\delta + \bar{\lambda}^2}{2}\right) + \left(0,5 + \frac{\delta + \bar{\lambda}^2}{2}\right)^2 - \bar{\lambda}^2}$$

tomándose  $\delta = 0,3 \bar{\lambda}^2$  en todos los casos.

Los tres criterios 4.2, 4.3 y 4.4 corresponden respectivamente a MV-103, artículo 3.9.2, AISC-1978 y CECM-1978, si bien con la elección  $\delta = 0,3 \bar{\lambda}^2$  de Dutheil, y particularizados para el caso «básico». En lo sucesivo se denominan abreviadamente «diagramas de interacción MV-103/3.9.2, AISC y CECM».

En 4.3 se ha introducido un coeficiente 1,12 como valor representativo del factor de forma  $M_p/W \sigma_u$  de los perfiles laminados usuales; de esta manera se tiene en cuenta el hecho de que en la «fórmula de interacción» del AISC se opera con el momento plástico  $M_p$  en lugar de con el momento de agotamiento

# COMPROBACION DE PIEZAS METALICAS SOLICITADAS A COMPRESION EXCENTRICA

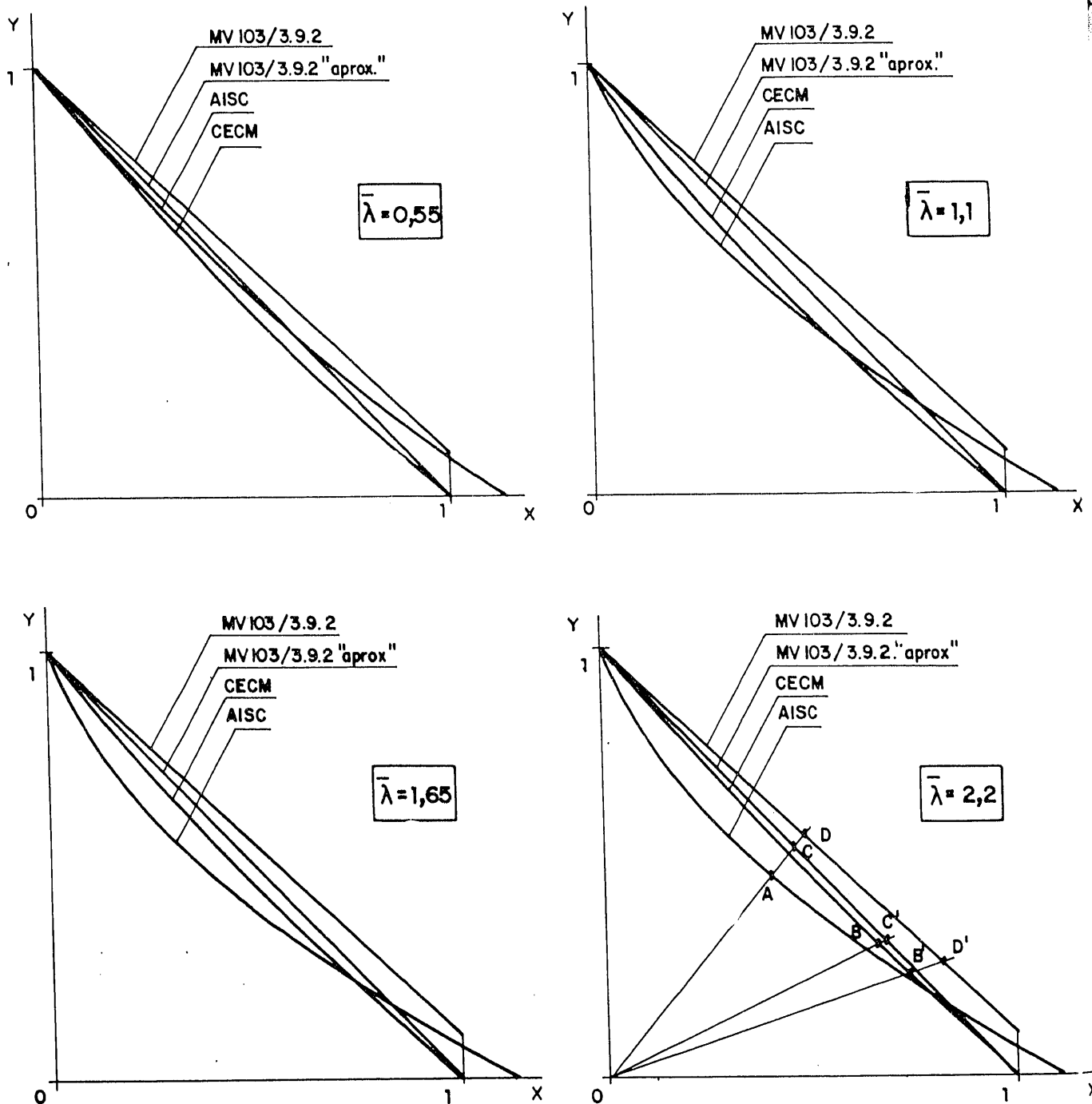


Fig. 3.—Diagramas de interacción adimensionales definidos por 4.2, 4.3 y 4.4 (criterios de MV103/art. 3.9.2, AISC-1978, CECM-1978, particularizados para el caso «básico», y adaptados mediante una elección de  $N_u$ ). Las relaciones de segmentos  $\overline{OD}/\overline{OA}$ ,  $\overline{OC}/\overline{OA}$ ,  $\overline{OC'}/\overline{OB}$ ,  $\overline{OD'}/\overline{OB'}$  determinan las diferencias en los coeficientes de seguridad globales respectivos, supuesto un proceso de puesta en carga proporcional.

plástico. En realidad dicha fórmula de interacción, con introducción del momento plástico  $M_p$ , ha sido derivada para su utilización dentro de métodos de cálculo anelástico, y las propias especificaciones del AISC (referencia 4) proponen fórmulas de interacción para cálculos elásticos, en las que no se tiene en cuenta la reserva plástica en flexión. Evidentemente esta discusión podría efectuarse en base a dichas fórmulas, y de hecho, en estricto rigor, así debería hacerse (ya que tampoco hemos acudido a los criterios de interacción modificados para el cálculo plástico, que también establece la CECM, referencia 3), y ello se traduciría lógicamente en diferencias algo más acusadas (alrededor de un 6 % adicional) que las que se tabulan posteriormente. Se ha preferido no obstante apelar a dicho criterio correspondiente a cálculos en estado último, para corregir razonablemente ciertos aspectos ligeramente conservadores que se entienden de existen en la derivación de la fórmula de interacción del AISC, tanto en su base teórica como en la experimental (ver apartado 3 de este trabajo).

Las ecuaciones 4.2, 4.3 y 4.4 representan familias de curvas en el plano (X, Y), dependientes paramétricamente de la esbeltez relativa  $\bar{\lambda} = \lambda/\lambda_c$ . En la figura 3 se representan las curvas MV-103/3.9.2, AISC y CECM, correspondientes a cuatro valores  $\bar{\lambda} = 0,55, 1,1, 1,65$  y 2,2; para un acero del tipo A42 español, al cual corresponde  $\lambda_c \approx 89,3$ , las esbelteces respectivas serían  $\lambda \approx 49, 98, 147$  y 196, representativas de los diferentes valores prácticos posibles.

Suponiendo un crecimiento proporcional de los esfuerzos N y  $M_{eq}$ , la comparación numérica, en términos del coeficiente de seguridad global, se establece determinando las relaciones pésimas  $\overline{AD}/\overline{OA}$ ,  $\overline{BD'}/\overline{OB'}$ , etc. (ver figura 3). Se obtiene así, finalmente, las siguientes diferencias porcentuales pésimas:

	MV-103/3.9.2		MV-103/3.9.2 «aprox.»	
	AISC	CECM	AISC	CECM
0,55	7 %	13 %	2 %	8 %
1,10	18 %	15 %	9 %	8 %
1,65	22 %	12 %	16 %	5 %
2,2	23 %	11 %	16 %	3 %

## 5. CONCLUSIONES

El criterio de comprobación a pandeo de los soportes sometidos a compresión excéntrica, según el artículo 3.9.2 de la norma española MV-103/1972, presenta diferencias formales considerables con otros criterios propuestos en reglamentaciones más recientes. Las diferencias numéricas no son tan importantes como las formales; este hecho venía ya indicado, en su comentario de los criterios de las normas francesa y alemana (en las cuales se incluye u omite, respectivamente, el factor de amplificación del momento primario), por la instrucción española em62, entre cuyos aciertos indudables cabría destacar la inclusión de un esclarecedor conjunto de comentarios del articulado. No obstante, dichas diferencias numéricas llegan a ser más significativas en relación con las últimas reglamentaciones extranjeras, especialmente con las del Instituto Americano de la Construcción de Acero (AISC, 1978). Los criterios de la Convención Europea de la Construcción Metálica (CECM, 1978) se sitúan en un justo término medio, por lo cual son tal vez los más recomendables, si bien su utilización práctica resulta algo más incómoda que la de los restantes.

## ANEJO 1: REFERENCIAS

1. MV-103, «Cálculo de las estructuras de acero laminado en la edificación», MOPU, 1972.
2. em62, «Instrucción para estructuras de acero», Inst. E. Torroja C. C., Madrid, 1969.
3. Convención Europea de la Construcción Metálica (CECM): «European Recommendations for Steel Construction», ECCS-EG-77-2E, 1978.
4. American Institute of Steel Construction (AISC): «Specifications for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings», 1978.
5. Canadian Standards Association (CSA): «CSA Standard S16-1969. Steel Structures for Buildings», 1969.
6. DIN 4114, «Bases de cálculo sobre estabilidad de las estructuras de acero (pandeo, pandeo lateral, abolladura)», 1952.
7. CM66, «Règles de calcul des constructions en acier», ITBTP, CTICM, Eyrolles, Paris, 1966.
8. Convención Europea de la Construcción Metálica (CECM): «Manual on Stability of Steel Structures», 1976.
9. Johnston, B. G., et al.: «Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures», Structural Stability Research Council (SSRC), Wiley, 1976.
10. Timoshenko, S. P., and GERE, J. M.: «Theory of Elastic Stability», McGraw-Hill, 1961.
11. Bleich, F.: «Buckling Strength of Metal Structures», McGraw-Hill, 1952.

12. Brush, D. O., and Almroth, B. O.: «Buckling of Bars, Plates and Shells», McGraw-Hill, 1975.
13. Maquoi, R., et Rondal, J.: «Formulation analytique des nouvelles courbes européennes de flambement», Aciert-Stahl-Steel, CBLIA, n.º 1/1978.
14. Rondal, J., et Maquoi, R.: «Formulations d'Ayrton-Perry pour le flambement des barres métalliques», Constr. Métallique, CTICM, n.º 4/1979.
15. American Society of Civil Engineers (ASCE): «Structural Design of Tall Steel Buildings», Planning and Design of Tall Buildings, vol. SB, 1979.
16. Galambos, T. V., and Ketter, R. L.: «Columns under Combined Bending and Thrust», Trans. ASCE, vol. 126, Part I (1961).
17. Vankuren, R. C., and Galambos, T. V.: «Beam-Column Experiments», J. of the Structural Div., ASCE, April 1964.
18. Chen, W. F., and Atsuta, T.: «Theory of Beam-Columns», 2 vol., McGraw-Hill, 1976.
19. Bjorhovde, R., et al.: «Load and Resistance Factor Design Criteria for Steel Beam-Columns», J. of the Struct. Div., ASCE, Sept. 1978.

$M$  : Momento flector.  
 $M_a, M_b$  : Momentos extremos ( $|M_a| \geq |M_b|$ ).  
 $M_{eq}$  : Momento uniforme equivalente.  
 $M_{max}$  : Momento máximo según la teoría de segundo orden.  
 $M_p$  : Momento plástico.  
 $M_u$  : Momento de agotamiento.  
 $N$  : Carga compresora.  
 $\bar{N}$  : Coeficiente de pandeo de las recomendaciones europeas.  
 $N_E$  : Carga crítica de Euler.  
 $N_u$  : Valor último de la carga compresora centrada.  
 $s$  : relación  $W/A$ .  
 $v$  : Flecha.  
 $v_0$  : Deformada inicial.  
 $v_{01}$  : Amplitud de  $v_0$ .  
 $W$  : Momento resistente de la sección transversal.  
 $X$  : Cociente  $M_{eq}/W \sigma_u$ .  
 $y$  : Cociente  $N/N_u$ .  
 $z$  : Abscisa de la pieza.  
 $\alpha$  : Magnitud adimensional  $kl/2$ .  
 $\gamma$  : Cociente  $N/N_E$ .  
 $\Gamma$  : Relación  $M_u/M_a$ .  
 $\lambda$  : Esbeltez.  
 $\bar{\lambda}$  : Esbeltez relativa  $\lambda/\lambda_1$ .

## ANEJO 2: NOTACION

$A$  : Area de la sección transversal.  
 $B$  : Coeficiente adimensional.  
 $C_m$  : Relación  $M_{eq}/M_a$ .  
 $E$  : Módulo de elasticidad.  
 $I$  : Momento de inercia de la sección transversal.  
 $k$  : Parámetro  $\sqrt{N/EI}$ .  
 $l$  : Longitud de la pieza.

$\lambda_1$  : Constante del material  $= \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_u}}$ .  
 $\rho$  : Coeficiente de Maquoi-Rondal.  
 $\sigma_{m,1}$  : Tensión máxima según la teoría de segundo orden.  
 $\sigma_u$  : Límite elástico del acero.  
 $\Omega$  : Factor función de  $\lambda$ ,  $\delta$  y  $\gamma$ .  
 $\omega$  : Coeficiente de pandeo de las recomendaciones españolas.