

# RESALTOS EN CANALES

Luis Torrent Rodríguez  
Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

## Generalidades

Los Cálculos que a continuación se desarrollan, están basados en conocidos aspectos de la hidráulica y en experimentaciones ajenas, cuyos resultados figuran en libros y manuales de diversos autores o entidades. No aportan, por consiguiente, nada nuevo sobre el tema de resaltos hidráulicos en cauces horizontales salvo, quizás, alguna fórmula o algún gráfico simplificados.

Para facilitar su seguimiento, se hace, en primer lugar, una breve recopilación de las fórmulas que afectan a este tipo de resaltos y de la notación que se utilizará en este estudio.

El calado del régimen rápido, que llamaremos  $y_1$ , se relaciona con el del régimen lento o fluvial que se produce tras el resalto  $y_2$ , mediante la expresión:

$$y^2 = \frac{\sqrt{1+8F_1^2}-1}{2} y_1$$

en la que  $F$  corresponde al número de Froude respectivo

$$F = \frac{V}{\sqrt{gy}} = \frac{q}{\sqrt{gy^3}}$$

siendo  $v$  la velocidad del flujo,  $q$  el caudal por metro lineal de anchura del cauce de sección rectangular y  $g$  la aceleración gravitatoria.

La ecuación anterior se puede sustituir por la expresión aproximada  $y_2 / y_1 = 1,41 F_1^{-0,41}$ , cuyo error es menor de 1% para  $F_1 = 4$ , menor de 0,5% para  $F_1 = 7$  y del 0,1% si  $F_1 = 15$ .

El calado crítico del caudal unitario  $q$  corresponde a  $F=1$  y vale

$$y_{cr} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{y_1 + y_2}{2} y_1 y_2}$$

Si se hace  $y_1 = C_1 y_{cr}$  y también  $y_2 = C_2 y_{cr}$  evidentemente estos parámetros equivalen a:

$$C_1 = 1 / F_1^{2/3} \quad C_2 = 1 / F_2^{2/3}$$

También resulta inmediata la relación entre estos coeficientes, que es simétrica

$$C_1 = 1/2 [\sqrt{(2/C_2)^3 + 1} - 1] C_2$$

y que es una fórmula análoga a la que enlaza los números de Froude, también simétricamente

La velocidad crítica del flujo es

$$F_2 = (1 + \sqrt{1 + 8F_1^2})^{1,5} / 8F_1^2$$

$$V_{cr} = \sqrt{gq}$$

y la energía crítica  $E_{cr} = y_{cr} + V_{1cr}^2 / 2g = 1,5 y_{cr}$

### Pérdida de energía en el resalto

La diferencia de energía entre la sección inicial y final de resalte, es:

$$h = y_1 + (v_1^2 / 2g) - y_2 - (v_2^2 / 2g) = y_1 - y_2 + [q^2 / 2g][(1/y_1^2) - (1/y_2^2)] = (y_2 - y_1) [(q^2/2g) \times (y_2 + y_1)/y_1^2 y_2^2 - 1]$$

Sustituyendo  $q^2/g = (y_1 + y_2) y_1 y_2 / 2$

$$\Delta h = (y_2 - y_1)^3 / 4 y_1 y_2$$

que puede escribirse también como sigue

$$\Delta h = (c_2 - c_1)^3 / y_{cr} / 4 c_2 c_1$$

o bien, en función de los números de Froude

$$\Delta h = [(\sqrt{1+8F_1^2}-3)^3 / 16 (\sqrt{1+8F_1^2}-1)] y_1 = [3 - (\sqrt{1+8F_2^2})^3 / 16 (\sqrt{1+8F_2^2}-1)] y_2$$

La energía en la sección inicial vale

$$h_1 = y_1 + (v_1^2 / 2g) = (2 + F_1^2) y_1 / 2$$

Por consiguiente, la relación entre la pérdida de energía y la inicial, será:

$$\Delta h/h_1 = [(\sqrt{1+8F_1^2}-3)^3 / 8 (\sqrt{1+8F_1^2}-1) (2+F_1^2)]$$

En el gráfico 1, adjunto se ha trazado la curva correspondiente a esta expresión, que coincide, aunque no exactamente, con la que figura en la publicación del Bureau of Reclamation "Hydraulic Design of Stilling Basins and Energy Dissipators". Hay, aún una mayor coincidencia con la que se obtiene mediante la fórmula original:

$$\Delta h/h_1 = (F_1^{1,1} - 2) / (F_1^{1,1} + 2)$$

que da errores menores del 1% a partir de  $F_1 = 3,2$  y menores que 0,2% para  $F_1 \geq 5,3$ .

Aunque de menor aplicación en la práctica, también se ha comprobado que la expresión

$$\Delta h/h_1 = [(1 - F_2^2) / (1 + F_2^2)]^4$$

se aproxima a la curva teórica con diferencias menores de 1,5% ente  $2,5 < F_1 < 4$  y del 0,5% cuando  $F_1$  es mayor que 9 ( $F_2 \leq 0,21$ ), llegando a precisiones del 0,2% si  $F_2 = 0,16$

### Longitud del resalto

No existen fórmulas exactas para determinar la longitud del resalto. Las que se utilizan, con carácter de aproximadas, provienen de ensayos en modelos reducidos realizados en diferentes laboratorios de hidráulica y, por lo tanto, no coinciden totalmente, pues dependen de calibraciones tan dificultosas como es la apreciación del punto en que comienza el flujo de calado constante. Además, los experimentos son más o menos precisos según sea el tamaño del modelo, que puede llegar a introducir distorsiones de escala. Resulta de todo ello que algunas curvas de longitud de resalto referida al calado final, como la propuesta por Bakhmeteff (que fue muy utilizada hace años) han quedado sobrepasadas por experiencias más recientes realizados en modelo de mayores dimensiones y con gamas de caudales mucho más amplias.

Concretamente, los ensayos llevados a cabo por el Bureau of Reclamation, con canales experimentales de 0,15 a 1,50 metros de anchura y caudales de 20 a 800 litros por segundo, han conducido a recomendar una curva cuyos valores discrepan notablemente de los obtenidos por Bakhmeteff, a partir de números de Froude superiores a 3,4.

El gráfico del Bureau (Gráfico 2) se inicia con una rama curva ascendente, continúa con un tramo rectilíneo en el que la relación  $L/Y_2$  permanece prácticamente constante para números de Froude comprendidos entre 5,3 y 10, desciende luego casi uniformemente hasta  $F_1 = 14$  y termina con un

Gráfico 1

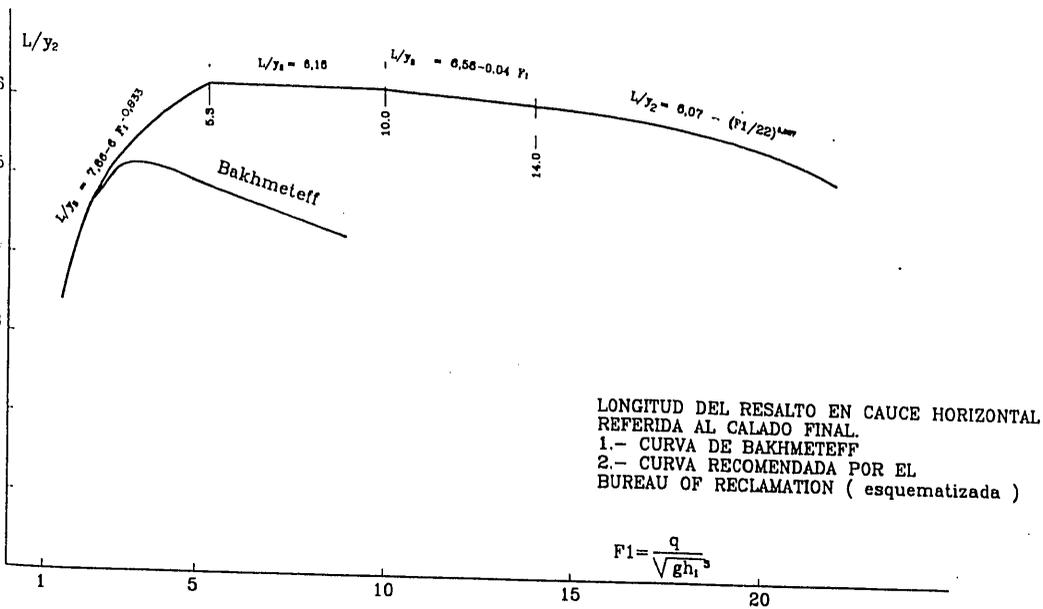
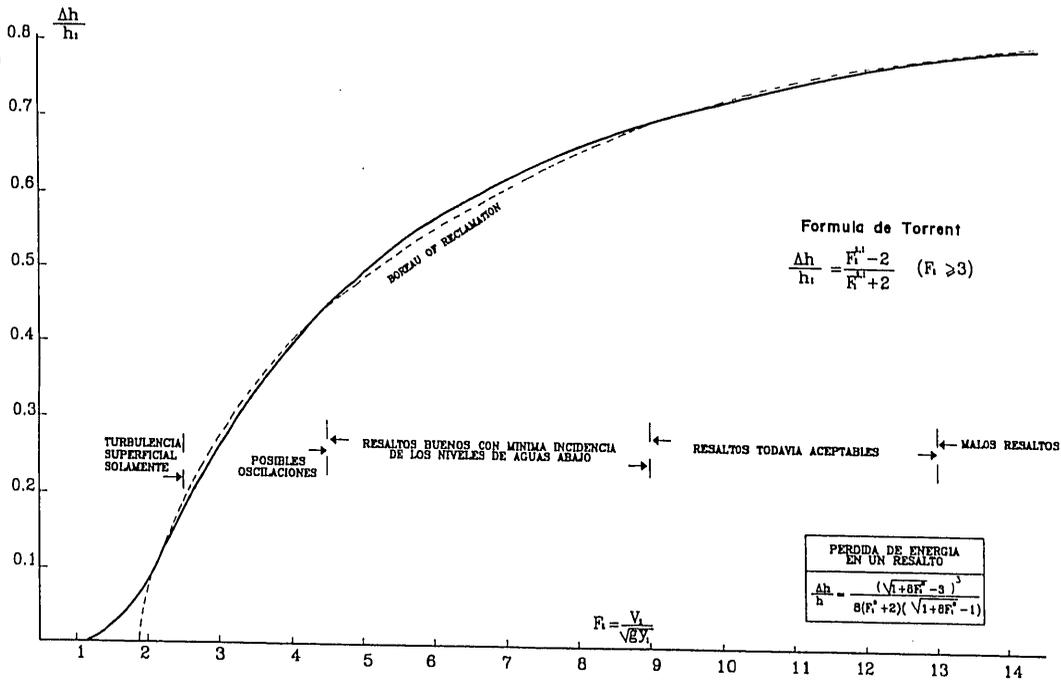


Gráfico 2

arco parabólico de escasa curvatura. Estos cuatro tramos de la curva pueden ser definidos, con suficiente aproximación, mediante las siguientes expresiones:

También se podrían expresar en función de  $F_2$  o de cualquiera de los otros parámetros señalados anteriormente. Por ejemplo, la primera rama de la curva sería:

$L/Y_2 =$	$F_1$	$F_2$
$7,66 - 6 F_1^{-0,833}$	$\leq 5,3$	$\geq 0,285$
6,16	5,3 a 10	0,285 a 0,2
$6,56 - 0,04 F_1$	10 a 14	0,2 a 0,165
$6,07 - (F_1/22)^{5,837}$	$\geq 14$	$\leq 0,165$

$$L/y_2 = 7,66 - 6 C_1^{1,25}$$

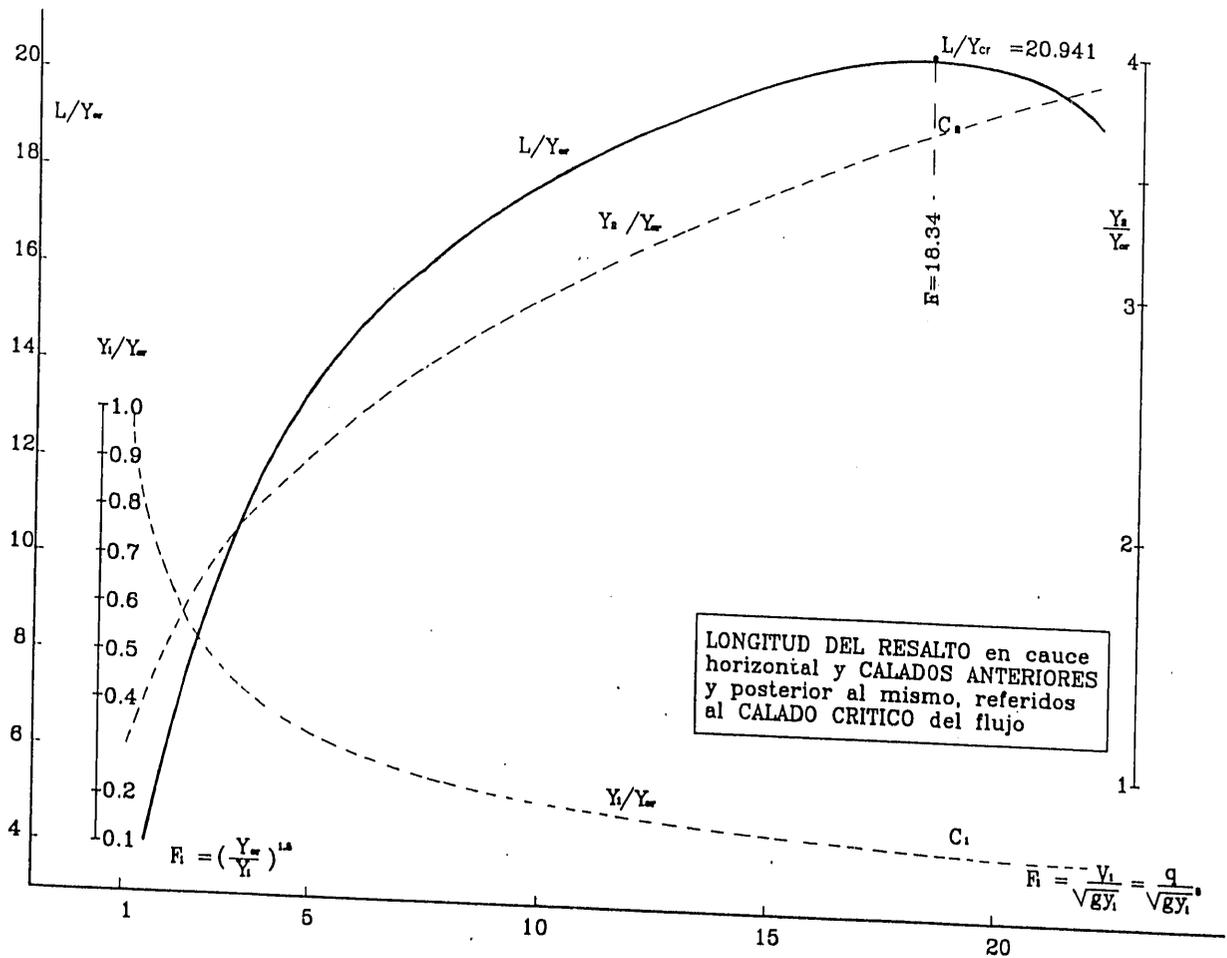
$$\text{o bien } L/y_{cr} = 9,65 c_2 - 8 (30/F_2)^{2/3} - 8$$

De las últimas fórmulas se desprende que  $L/y_{cr}$  y  $C_1$  guardan una relación sensiblemente lineal hasta  $C_2 = 3$ , si bien con un cambio de pendiente en el entorno de  $C_2 = 2,3$ .

### Resaltos en cascada

En algunas circunstancias puede resultar conveniente salvar un desnivel entre dos tramos de canal mediante cascadas formadas por escalones de altura reducida, en lugar de hacerlo con una sola rápida. El escalonamiento suele permitir una mejor adaptación de la obra al declive del terreno, no requiere construir cuencos amortiguadores profundos y, sobre todo, evita que el agua alcance muy altas velocidades, con riesgo de problemas de erosión, cavitación, emulsión de aire, etc.

Gráfico 3



Los aliviaderos escalonados son particularmente adecuados como obra terminal en canales que desembocan en un embalse de nivel variable.

Cada "peldaño" del vertedero estará formado por un tramo de canal cuasi horizontal, terminado en una pequeña cresta de altura  $a$  (puede ser  $a = 0$ ), que se sitúa a una cota  $b$  respecto a la solera del tramo siguiente. Desde el labio de la cresta, el agua cae por una fuerte pendiente  $m$  al peldaño inferior, en régimen rápido, formándose después un resalto de longitud  $L$  y altura conjugada  $y_2$ . Si esta altura fuera igual al calado del tramo superior,  $h$ , las velocidades del flujo serían iguales en ambos tramos y no se incrementaría la línea de energía. Se trata, por consiguiente, de crear resaltes cuya pérdida de energía coincida con el desnivel del peldaño.

La condición  $y_2 = h$

$$F_2 = \frac{v}{\sqrt{g h}}$$

conduce a:

$$y_1 = \sqrt{\frac{2v^2 h}{g} + \frac{h^2}{4}} - \frac{h}{2}$$

Pero

$$y_1 = \frac{q}{v_1} = \frac{h v}{v_1}$$

siendo  $v_1$ , la velocidad al pie del escalón, que despreciando las pérdidas por rozamiento<sup>1</sup>, vale:

$$v_1 = \sqrt{2g \left( h + \frac{v^2}{2g} + b - a - y_1 \right)}$$

Igualando y simplificando (en lo posible) se llega a

1) Según el ya citado texto de bureau of Reclamation, las velocidades reales al pie de los vertederos difieren en menos de un 5% de las teóricas, para las dimensiones  $a$  que se puede llegar en estos vertederos escalonados

$$\sqrt{2(h+b-a-y_1) + \frac{v^2}{g}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{g}h)^2}{(4v)^2} + \frac{h}{2} + \frac{\sqrt{g}h}{4v}}$$

y, llamando

$$A = \frac{\sqrt{g}h}{4v} = 0,7826 \frac{h}{v}$$

queda,

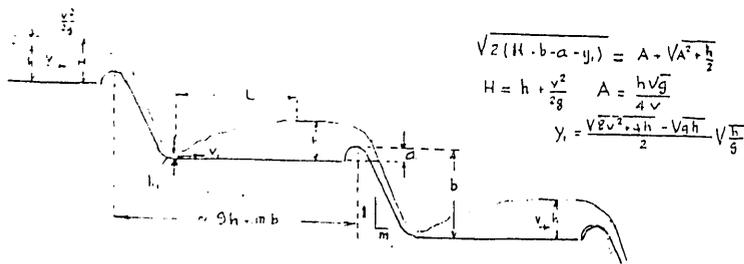
$$\sqrt{2(h+b-a-y_1) + \frac{v^2}{g}} = \sqrt{A^2 + \frac{h}{2}} + A$$

A cada velocidad  $v$  y calado  $h$  corresponde un valor de  $(b-a)$ , o bien de la altura  $b$  del escalón, si se suprime la pequeña cresta del vertedero. En el gráfico 3, que tiene como ordenadas  $(b-a)$  y  $h$  como abscisas, se han unido por curvas los puntos de igual velocidad  $v$  (de 0,25 a 3  $\text{ms}^{-1}$ ). Cuanto más alta es ésta, menor resulta el escalón que satisface la condición  $y_2 = h$  y tanto menor, también cuanto menor sea el calado del flujo.

Así, por ejemplo, si  $v = 2 \text{ ms}^{-1}$  y  $h = 2 \text{ m}$ , el escalón es  $b-a = 0,525$ , aproximadamente, (lo que tiene escaso interés). Pero con el mismo caudal unitario, si  $v = 1,25 \text{ ms}^{-1}$  y  $h = 3,2 \text{ m}$ , resulta  $b-a = 6,574$ .

Por otra parte, en el ejemplo anterior, el resalto del primer caso apenas será otra cosa que turbulencia superficial, por ser  $F_1 = 2,6$ ; mientras que con la velocidad menor,  $F_1 > 8$ , que corresponde a un buen resalto. Los límites para que queden bien definidos los resaltes son  $4 < F_1 < 14$ , que se han representado en el gráfico. Así pues, la zona en que mayor aplicación tiene el vertedero escalonado de energía constante es la comprendida entre estos límites, en la que las velocidades quedan acotadas, aproximadamente, entre 0,5 y 1  $\text{ms}^{-1}$ , para calado de 1 m; de 0,7 a 1,5  $\text{ms}^{-1}$ , para calado de 2 m; de 0,7 a 1,5  $\text{ms}^{-1}$ , si el calado es de 3 m; entre 0,85 y 1,80  $\text{ms}^{-1}$  cuando  $h = 4 \text{ m}$ ; y de 1 a 2,1  $\text{ms}^{-1}$  si  $h = 6 \text{ m}$ .

La longitud de los resaltes es, aproximadamente, de  $6 \times h$  (m) (5,95  $h$  a 6,16  $h$ ). Por consi-



$$i = \frac{b-a}{9h+mb}$$

Volviendo al ejemplo anterior y supuestos, en ambos casos,  $a = 0,6$  m.  $m = 0,5$ , las pendientes medias del dispositivo son de 0,028 y 0,203, respectivamente, lo que vuelve a señalar el escaso interés del primero y, por el contrario, la ventaja del segundo, que permite descender al agua en fuerte pendiente sin incrementar su velocidad ni su energía.

El gráfico 4 de rápidas escalonadas se ha extendido hasta escalones de 20 m de altura, en los que se producen velocidades del agua al pie del vertedero  $V_1$  superiores a 20  $\text{ms}^{-1}$ , con posibles secuelas erosivas y con emulsiones de aire que pueden modificar los supuestos del cálculo. Una velocidad máxima aconsejable sería  $V_1 = 14 \text{ ms}^{-1}$ , que corresponde a una altura cinética equivalente a la presión atmosférica. El ámbito práctico del sistema quedaría así limitado superiormente a 9 ó 6 m. de escalones, al variar los caudales unitarios del canal entre 0,3 y 8  $\text{m}^3 \text{ s}^{-1}$  por m. lineal de anchura.

Mediante la expresión propuesta para la pérdida de energía del resalto en función de  $F_2$ , si se desprecia, además el sumando  $[(v^2 / 2g) - y_1]$  en el cómputo de la energía, resulta una fórmula simplificada del desnivel del escalón

$$b - a = h / [(hg + v^2 / hg - v^2/4 - 1)]$$

cuyos valores, a la escala del gráfico se confunden con los obtenidos mediante el cálculo completo

### Resalto tras un desagüe bajo compuerta

Sea  $y_0$  la carga de agua ante la compuerta de un canal, que regula un caudal unitario  $q$ , dando lugar a un resalto de calados  $y_1$  e  $y_2$ .

Despreciando las pérdidas de carga por rozamientos e igualando la energía de las secciones anterior a la compuerta y de máximo estrangulamiento del flujo, se obtiene:

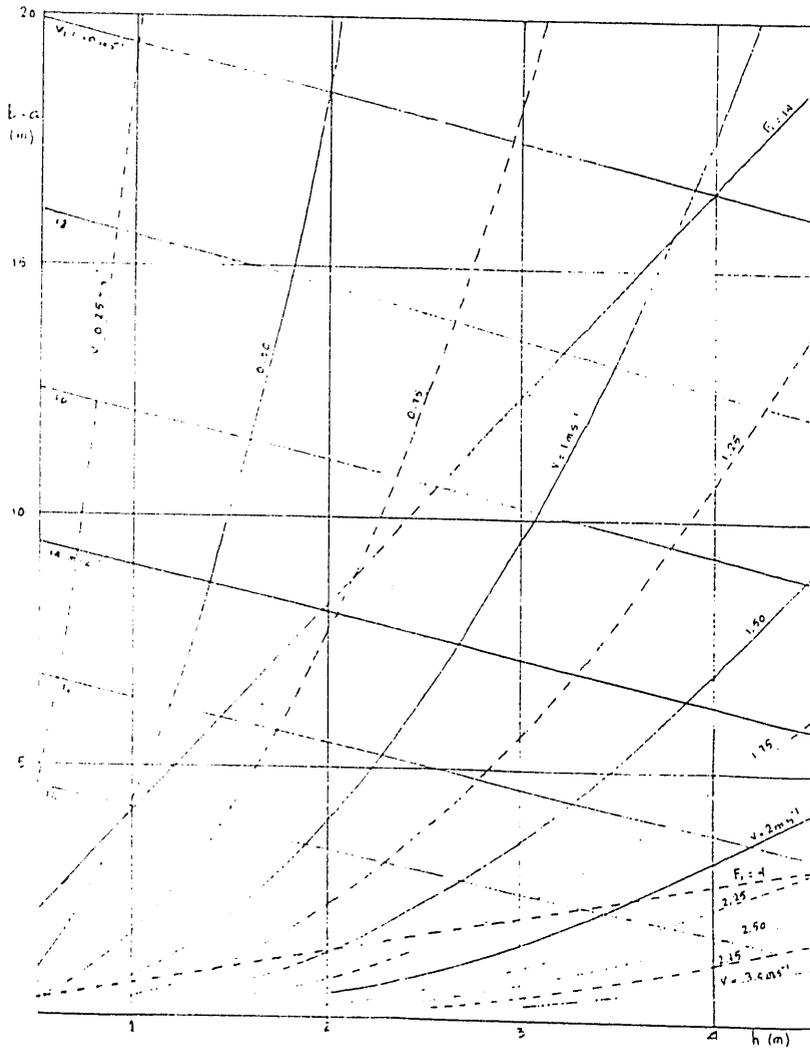


Gráfico 4

guiente, la distancia estricta entre dos escalones sucesivos será  $L = 6h + mb$ .

Parece conveniente incrementar esta longitud para que el agua este más tranquilizada cuando llegue al vertedero siguiente; por ejemplo :  $L = 9h + mb$ .

Con ello, la pendiente media del aliviadero será:

$$2g y_0^2 y_1^2 = q^2 (y_0 + y_1)$$

de donde:

$$y_1 = (q/4gy_0^2) (q + \sqrt{q^2 + 8gy_0^3})$$

o bien

$$v_1 = (\sqrt{v_0^2 + 8gy_0} - v_0) / 2$$

El número de Froude correspondiente es

$$F_1 = (\sqrt{q^2 + 8gy_0^3} - q)^{1,5} / (8gy_0^3 q)^{0,5}$$

Cuando  $V_0$  es muy pequeña, como en el caso de una compuerta de paramento de una presa, queda  $v_1 = \sqrt{2g y_0}$ ; por consiguiente:

$$F_1 \approx \sqrt[4]{(8gy_0^3/q^2)} = (2Y_0/y_{cr})^{3/4}$$

El calado conjugado es, para este supuesto

$$y_2 = \sqrt{y_1 (y_1 + 16y_0)} - y_{1/2}$$

Cuanto más alto sea el número de Froude  $F_1$ , los valores de las expresiones aproximadas se acercan más a los que se obtienen mediante las fórmulas precisas. Así, para  $F_1 = 6$

$y_2 = 8 y_1$   $y_0 = (F_1^2 / 2) y_1$ , el error es del 2,7%:  
Si  $F_1^2 = 78$ ,  $y_2 = 12 y_1$ ,  $y_0 = 39 y_1$ , baja el error al 0,64%.

\* [si  $y_2 = n y_1$ ,  $F_1^2 = 1+2+3+\dots+n$

(evidente pero curioso)]

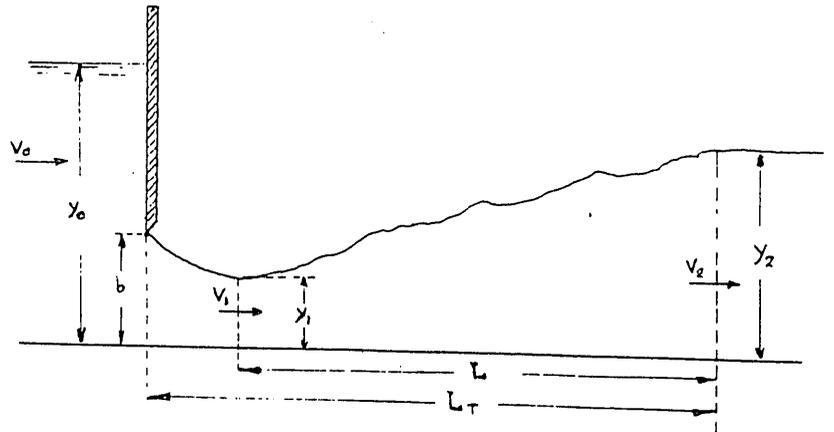
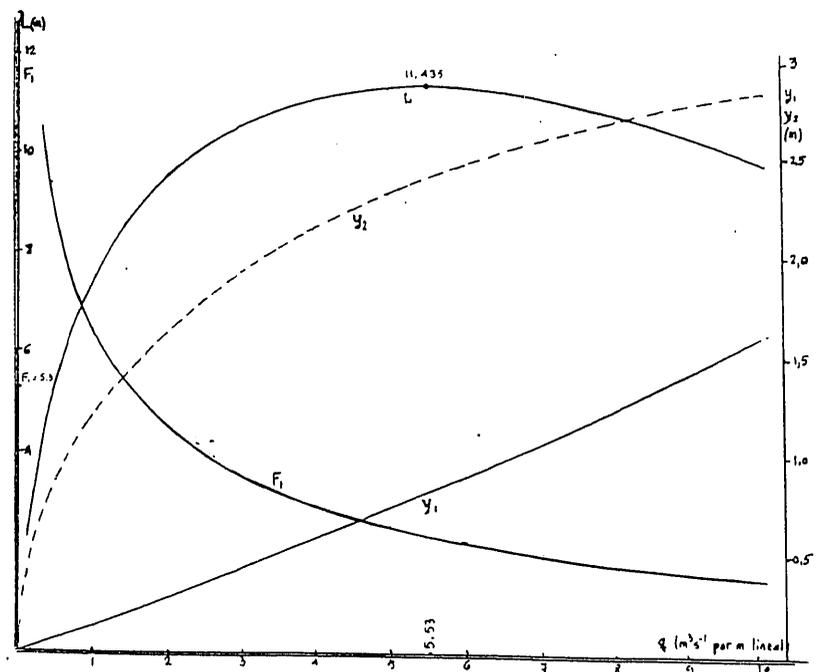


Gráfico 5

Cuando la compuerta está situada en el curso de un canal, al ser reducida la carga de agua, sólo se producirán velocidades y números de Froude altos para pequeñas aperturas; es decir, para caudales pequeños que no condicionan las dimensiones del tramo de aguas abajo. La longitud y el calado del resalto que interesa acotar corresponden a valores de  $F_1$  relativamente bajos y, por

Gráfico 6. Desagüe bajo compuerta para una carga de agua de 3 m longitud de resalto L, calado anterior  $Y_1$ , calado posterior  $Y_2$  y número de froude del regimen rapido



consiguiente, la fórmula a aplicar será la primera de las señaladas anteriormente, cuyo límite es  $F_1^2 = 28$ .

Así, en el caso de un calado de 3 m. ante la compuerta se puede comprobar que el valor límite de  $F_1 = \sqrt{28}$ , se alcanza con un caudal unitario de  $1,5 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , mientras que el resalto más largo se obtiene con  $q = 5,5 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  aproximadamente, siendo  $F_1 = 2,41$ . Para dimensionar el canal posterior a la compuerta, se debe considerar esa máxima longitud, a la que se añadirá la distancia que media entre dicha compuerta y la sección en la que se produce la mayor estrección del flujo, a partir de la cual se ha calculado  $L$ . La profundidad de este tramo se determinará de acuerdo con el calado  $Y_2$  del caudal de proyecto. Sin embargo, para caudales unitarios que excedan ese tope se precisan aperturas grandes de la compuerta, por lo que va perdiendo validez el cálculo anterior, en

el que se admite que la velocidad del flujo es la correspondiente a la carga  $y_0$ .

Para una apertura de compuerta de amplitud  $b = \beta y_0$ , el caudal unitario se expresa mediante

$$q = (\mu b) / \sqrt{1 + \mu \beta} \sqrt{2g y_0} = c_a b \sqrt{2g y_0}$$

siendo  $\mu$  el coeficiente de contracción de la lámina, que se mantiene prácticamente constante en un amplio margen de valores de  $\beta$ . Cuando  $\beta = 0,31$  se da el mínimo valor a  $\pi / (2 + \pi) = 0,611$ ; alrededor de  $\beta = 0,31$  se da el mínimo valor de  $\mu$  (0,6028) y al acercarse a  $\beta = 0,6$ , la contracción vuelve a ser de 0,611, aproximadamente. Resulta de ello una fórmula del coeficiente, en función de la apertura.

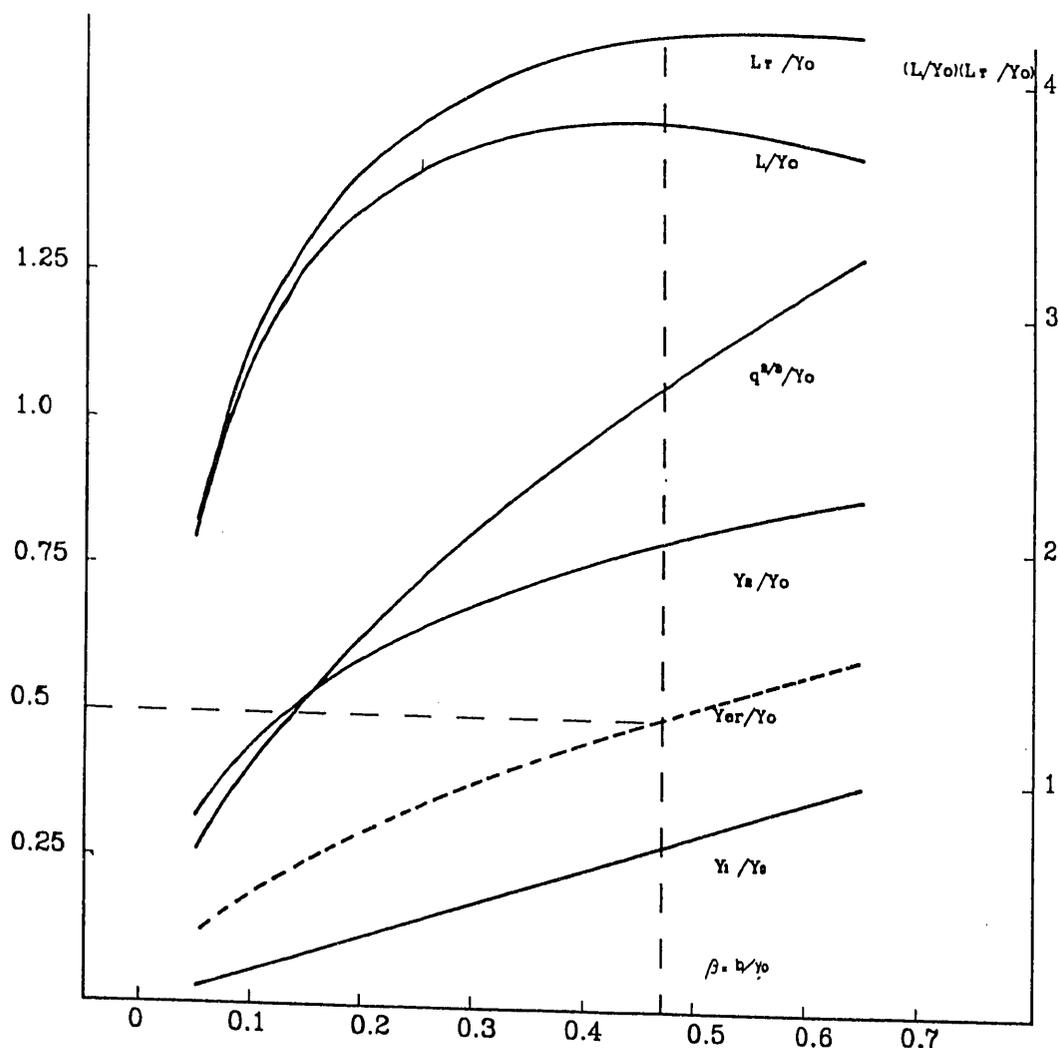


Gráfico 7

$$\mu = 0,6028 + 0,0265 [\beta - 0,31]$$

El coeficiente de descarga  $C_d = \mu / \sqrt{1 + \mu\beta}$  desciende progresivamente desde 0,611 a 0,522, al variar  $\beta$  entre 0 y 0,6, valor que, según varios autores, sería el límite de aplicación de la fórmula.

La acotación es, quizá, demasiado amplia, pues ya con  $\beta = 0,555$ , el vano libre equivale al calado crítico del canal anterior

$$y_{cr} = \sqrt[3]{(2 \mu^2 \beta^2) / (1 + \mu \beta)} y_0$$

Todavía con  $\beta = 0,5$ , la velocidad de aproximación a la compuerta es excesiva, muy superior a las velocidades usuales en canales. Limitándola a la mitad de la velocidad crítica, la apertura sería  $\beta = 0,4666$ , con un coeficiente de descarga  $C = 0,5358$ . Por ello se propone que el intervalo de validez de las fórmulas sea  $\beta < 0,45$  que corresponde, prácticamente, a la mayor longitud del resalto, que se obtiene para  $\beta = 0,4471$   $L = 3,8115 Y_0$ .

Como se señala previamente, a la longitud del resalte  $L$  hay que añadir la distancia que media entre la compuerta y el punto de mayor contracción del flujo. En resaltos bien definidos, el perfil de la lámina entre este punto y el borde inferior de la compuerta puede ser asimilado a una parábola de segundo grado, de eje vertical, con vértice en dicho punto de máxima estricción y tangente a la compuerta con ángulo próximo a  $45^\circ$ . La distancia será, por tanto, la semicuerda de esa parábola, correspondiente a la ordenada  $b$  ( $1 - \mu$ ).

$$d = 2 [(1 - \mu) / \mu] y_1$$

que para el valor

$$\mu = 0,603, \text{ queda } d = 1,317 y_1$$

Así, para  $\beta = 0,45$  resultaría  $d = 0,359 y_0$ ,  $L_t = L + d = 4,17 y_0$ .

Sin embargo, para esta apertura límite el número de Froude  $F_1$  baja a 2,4, por lo que el resalto sólo produce turbulencias superficiales y, en consecuencia, tiene poco sentido físico el aumentar en  $d$  su longitud teórica. La curva  $L_t/y_0$  queda solamente como un "margen de seguridad" a partir de

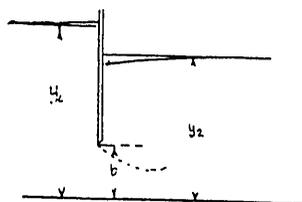
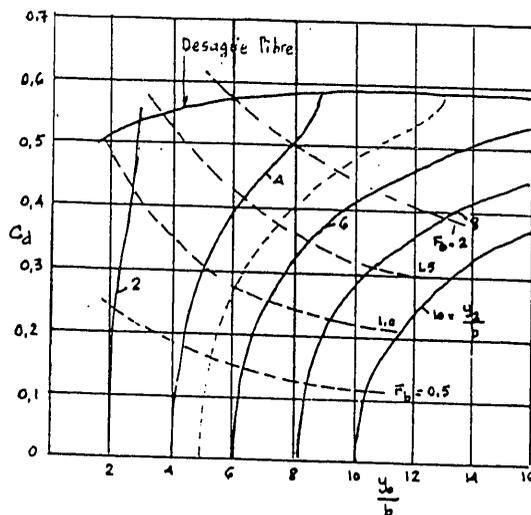
$\beta = 0,42$  y alcanza su máximo en  $\beta = 0,565$ , fuera ya del entorno de validez previamente acotado.

Para estas grandes aperturas de compuertas, mayores que el calado crítico del caudal correspondiente, los resaltos quedan sumergidos, como también ocurrirá si el nivel del canal, aguas abajo, supera al propio del resalto. En esos casos, la altura del agua en la sección inmediatamente posterior a la compuerta es

$$y_s = y_2 \sqrt{1 + 2 F_2^2 (1 - y_2/b)}$$

En el límite, si  $b = y_{cr}$

Gráfico 8



$$q = C_d b \sqrt{2g y_0}$$

CURVAS DE HAROLD R. HENRY  
PARA DESAGÜES SUMERGIDOS

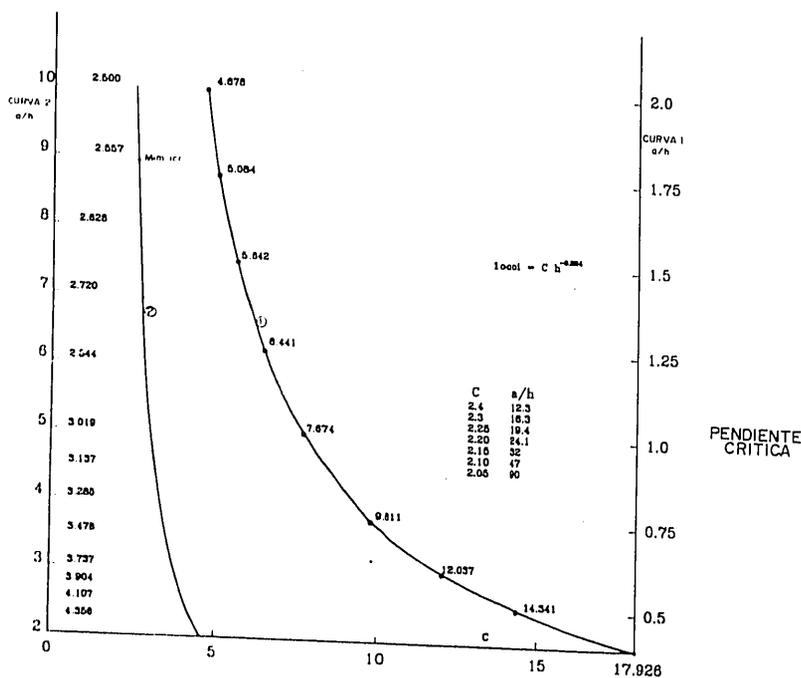


Gráfico 9

$$b = y_{cr}$$

$$\beta = \frac{b}{y_0} = \frac{\sqrt{1 + 8 \mu^3} - 1}{2 \mu}$$

y, mediante la relación entre  $\beta$  y  $\mu$  señalada previamente, se obtiene  $\beta = 0,555$ ,  $\mu = 0,609$ ,  $q = 1,244 y_0^{1.5}$ . Para esta situación,  $y_1 = 0,338 y_0$ ,  $y_s = 0,785 y_0$ .

El coeficiente de descarga  $C_d = 0,527$ , corresponde a una velocidad en la compuerta  $v_c = 2,322$  y  $00,5$ , mientras que la aproximación es  $v_a = 1,294 y_0^{0,5}$ .

La pérdida de energía es sólo de  $0,1169 y_0$ , que supone  $10,77\%$  de la inicial. Para un caso general, el coeficiente de descarga en desagües sumergidos se puede tomar del gráfico adjunto, propuesto por Harold R. Henry (Transaction A.S.C.E. vol 115 1950).

### La pendiente crítica

La pendiente crítica, en canales de sección rectangular, es función de las dimensiones del cauce, de la relación entre anchura y calado, y de la rugosidad del revestimiento del cauce.

Para una rugosidad  $K_s = 1,5$  mm, que es bastante probable en canales con paramentos de hormigón, y que equivale, en una amplia gama de dimensiones, al coeficiente  $\gamma = 0,23$  de la fórmula de Bazin, la pendiente crítica vale

$$1.000 i_c = 2 [(2 + a/h) / a/h]^{1,224} h^{-0,224} = C_0 h^{-0,224}$$

Los valores de  $C$ , referidos a la relación  $a/h$ , vienen definidos en el gráfico adjunto. Se ha fraccionado la curva en dos partes, pues el parámetro varía mucho para pequeñas desviaciones de  $a/h$  cuando esta relación es menor que 2, mientras que, a partir de ese valor, la variación es cada vez menor, disminuyendo  $C$  lentamente hacia su asíntota.

Dependiendo de la calidad del revestimiento del cauce y de su grado de deterioro por envejecimiento, el parámetro  $C$  puede fluctuar en  $\pm 15\%$  del valor representado.

También se ofrece un gráfico que da directamente la pendiente crítica para diversas anchuras del canal, al variar el calado crítico entre 0 y 5 m. Las curvas se confunden con rectas en la mayor parte de su traza, incurvándose en su extremidad inferior, al aproximarse a la pendiente crítica mínima [ $i = a^{-0,244}/239$ ], que corresponde a  $a = 9h$  (si bien, para esta relación de dimensiones, las fórmulas hidráulicas utilizadas tienen menor fiabilidad).

Si tras un tramo de flujo crítico se encuentra un cauce de pendiente subcrítica ( $i_2$ ), se tiene

$$1.000 i_2 = [(2 h_{2cr}^3) / h_2^2] [1 + (2 h_2/a)]^{31,224}$$

en la que  $h_2$  será el calado del resalto que se produce por el cambio de la pendiente.

En cauces no rectangulares, como son los de sección trapezoidal o los de directriz circular, el mínimo de energía se obtiene cuando

$$v^2 = Sg/c$$

siendo  $S$  la sección mojada y  $c$ , la anchura de la superficie (la cuerda, si se trata de un canal circular). El cociente  $S/c$ , que algunos autores llaman

"calado hidráulico", en canales trapeciales de solera a y taludes m vale

$$h_f = S/C = (a + mh/a + 2 mh) h$$

En los circulares, de diámetro d y ángulo en el centro  $\beta$  (rad)

$$hf = (d/8) (\beta - \text{sen } \beta / \text{sen}^3 \beta/2)$$

El número de Froude del flujo es, en ambos casos

$$F = v/\sqrt{gh_f} = Q\sqrt{c}/\sqrt{gS^3}$$

En régimen crítico,  $F = 1$ , los calados críticos se obtienen de

$$Q^2/g = (a + mh_c)^3 h_c^3 / a + 2 mh_c$$

o bien  $Q^2/g = d^5 (\beta - \text{sen } \beta)^3 / 512 \text{sen } \beta/2$

En el caso de tuberías en régimen de lámina libre, la velocidad crítica llegaría a ser infinita al disminuir la cuerda según crece el caudal y calado, a partir de  $\beta = \pi$ ; pero el proceso alcanza un punto en que ya no es posible el régimen libre, cuando

el caudal supera al correspondiente a tubería llena, con la misma pendiente piezométrica.

A este punto, que en otros trabajos se ha llamado de "caudal estable" se llega tanto antes cuanto mayor sea la rugosidad del revestimiento, si bien las diferencias son pequeñas. El ángulo en el centro del caudal estable se obtiene de la ecuación.

$$(\beta - \text{sen } \beta)^{1+b} = 2 \pi \beta^b$$

en la que b es el exponente del radio hidráulico (o del diámetro) en las fórmulas del tipo  $V = B d^b$ . Si b = constante 2/3 (Manning - Strikler), resulta  $\beta = 4,5287 \text{ rad} = 259,5^\circ$ . Para b = 0,63 (Hazen - Williams),  $\beta = 261,5^\circ$ .

Con las fórmulas que hacen variar el exponente en función de la rugosidad, los "calados estables" fluctuarán ente 0,832 d y 0,820 d.

La cuerda correspondiente es, aproximadamente,  $c = 0,75 d$  y la velocidad crítica máxima esta en torno a  $V_c = 3 \sqrt{d}$ , lo que limita el caudal  $Q_c = 2,11 d^{2,5}$ .

En tuberías absolutamente lisas, las fórmulas de estabilidad del flujo no son aplicables, pues el

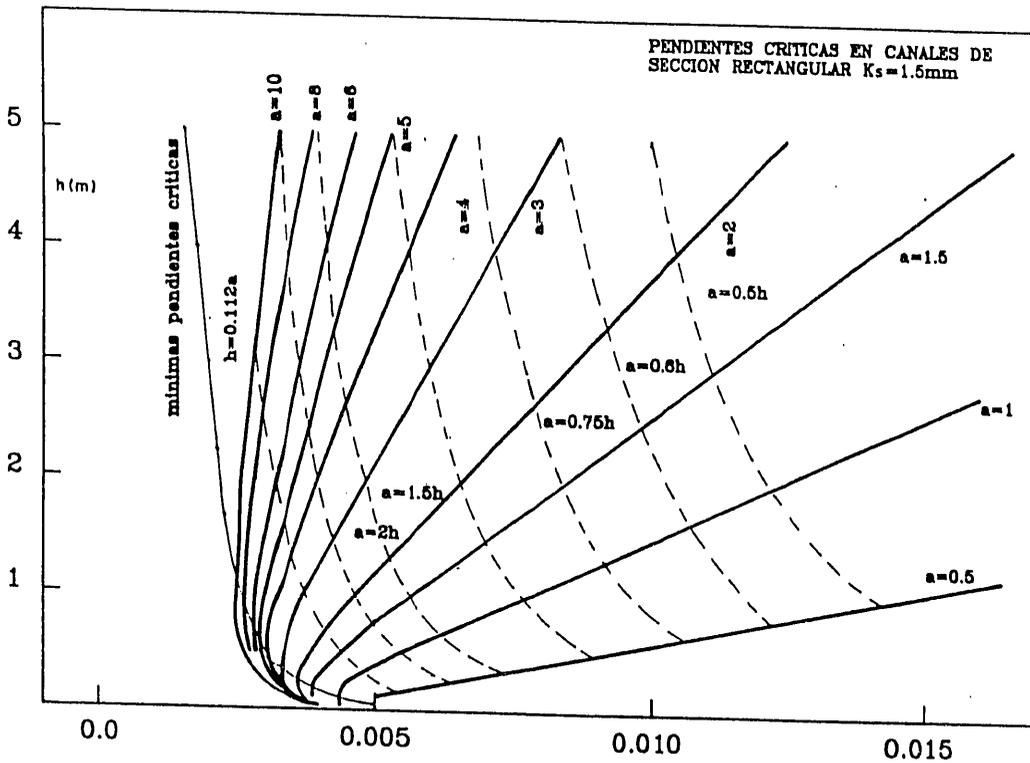


Gráfico 10

exponente  $b$  puede variar desde 0,6 a 0,67, en función de las dimensiones y la pendiente. El ángulo central  $\beta$  y, por tanto, el calado estable, se obtienen de la ecuación

$$\begin{aligned} & [(2\pi \beta^{0.5}) / (\beta - \text{sen } \beta)^{1.5}] - 1 = \\ & = 1,5 \log [(\beta - \text{sen } \beta) / \beta / \log (\sqrt{2gd^3 i} / 2,51v)] \end{aligned}$$

La acotación del calado sigue siendo válida en este caso hipotético de rugosidad nula, pues corresponde a valores del producto  $(d^3 i)$  comprendidos entre  $3,2 \times 10^{-5}$  y 3,92, amplio campo donde entran todos los casos que se pueden presentar<sup>3)</sup>

Anteriormente se ha analizado la pendiente crítica en canales de sección rectangular. Para cauces trapeciales o circulares en régimen de lámina libre, la pendiente crítica es

$$i_c = f\beta / 8c$$

siendo  $f$  el parámetro de la fórmula universal de Colebrook-White  $i = F V^2 / 2g dh$

En canales trapeciales

$$i_c = (f/8) \times (a + 2 \sqrt{1 + m^2} h) / a + 2mh$$

En canales circulares  $i_c = (f/8) \times (\beta/2) / \text{sen } (\beta/2)$  que no es independiente de las dimensiones, puesto que  $f$  es función del tamaño señalado previamente, resulta  $i_c = 0,385 f e$ . En tubos a sección plena,  $i_c = (1/2) f_0$ ; pero  $f e / f_0 = (\beta - \text{sen } \beta)^{3/4} / \pi^2 \beta$ , con lo que la pendiente crítica del régimen libre queda en torno al 72% de la del tubo lleno, para un mismo caudal. En consecuencia, un flujo rápido a lámina libre puede producir resaltos que ocupen la sección completa de la conducción o que den lugar a calados inestables.

La determinación de estos "resaltos confinados" no es abordable por el cálculo habitual, porque el régimen hidráulico no se corresponde ya con el de lámina libre en cauces abiertos. Así para

3) Si se amplía la acotación superior en una milésima ( $d = 0,833 h$ ), el correspondiente valor de  $(d^3 i)$  sería 20, lo que difícilmente se alcanzará en una conducción real.

un ángulo central de 4,698 radianes, el llamado calado hidráulico sería igual al diámetro del tubo, y para  $\beta = 4,8897$ , el número de Froude igualaría al de la sección llena. En conducciones diseñadas para funcionar a lámina libre, no es normal que se alcancen velocidades de régimen rápido ( $v > 3$ , como se indica previamente) por lo que no habrá lugar a los "resaltos confinados". Si se trata de sifones y, en particular, si su tramo inicial tienen una pendiente muy pequeña, teóricamente podrían formarse resaltos en su interior, tanto más internos cuanto más difiera el caudal del máximo previsto. En ningún caso este fenómeno entorpecería el funcionamiento del sifón y, además, las condiciones que se requieren para este caso hipotético difícilmente se encontrarán en la práctica.

Lo que sucede cuando circulan caudales pequeños por un sifón, es que en la rama descendente se crea un régimen rápido, con velocidad creciente hasta el límite en que se iguala la pendiente geométrica con la piezométrica, y este flujo "choca" con la superficie del agua, que está estabilizada a la altura necesaria para compensar las pérdidas de carga que el caudal produce en el resto del sifón. En el choque se disipa prácticamente toda la energía cinética del régimen rápido, creando perturbaciones superficiales, más u menos profundas, según sea la velocidad de caída, con expulsión del aire emulsionado, etc.

Análogamente sucede en situaciones transitorias, en la que el nivel no está estabilizado. Por ejemplo, al comenzar el flujo por el sifón, el agua que estaba en reposo, con una cota algo inferior a la de solera de salida, comenzará a ascender por el tramo anterior, provocando el movimiento de la masa del líquido contenida en el sifón, que se irá acelerando poco a poco. En el tramo, final, subirá el nivel hasta desbordar por el canal posterior. El proceso continúa por que al llegar a la altura del equilibrio, no se habrá alcanzado todavía la velocidad del régimen en el conducto; de manera que se producirá una sobre-elevación en la entrada, que creará una aceleración mayor que la necesaria. Luego comenzará a descender el plano del agua, por ser mayor el caudal de salida que el aportado y habrá una serie de oscilaciones amortiguadas del nivel libre, como también en el calado del canal posterior, por las pulsaciones del caudal; pero tampoco en este caso se producirán "resaltos confinados", ni siquiera cuando el plano de agua esté descendiendo. ■