EL CARBONO 60 EL BALON OLIMPICO Y LOS POLIEDROS ARQUIMEDIANOS

Miguel Angel Hacar
Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

Desde hace poco años viene apareciendo en libros y revistas la estructura del llamado C.60, que consiste en una molécula de carbono de 60 átomos dispuestos en los vértices de un poliedro (1)(2)(3)(4)(5)(6). Otras formas, las conocidas como clásicas de la molécula del carbono, corresponden a la disposición tetragonal, propia del diamante o a la hexagonal que aparece en el gráfico (7)(8)(9).

Este poliedro, conocido desde hace siglos (10)(11), es el que resulta de truncar los vértices de un icosaedro regular por planos que cortan a las aristas que concurren en él a la distancia de 1/3 de su longitud. Como el icosaedro tiene 12 vértices, obtenemos finalmente un poliedro de 20+12=32 caras. De ellas 12 son pentágonos regulares y 20 son hexágonos también regulares.

El poliedro es uno de los llamados semirregulares o arquimedianos. (No son regulares pues o no tienen sus caras iguales o la disposición de los ángulos poliedros de cada vértice tampoco lo es).

Hay un total de 13 poliedros arquimedianos (aparte de varias formas isométricas que se obtienen girando en algunos una parte sobre otra 1/6,1/8 ó 1/10 de vuelta). El correspondiente al c.60, al que le suele dar el nº 10, recuerda el balón de fútbol clásico u olímpico. Tiene 60 vértices y 90 aristas (o costuras), cumpliéndose así la fórmula de Euler para poliedros convexos: C+V=A+2 ("caras más vértices= aristas más dos").

Damos alzado y planta de los citados poliedros arquimedianos convexos (12). Omitimos los "duales" que resultan de sustituir los vértices por planos tangentes a la esfera circunscrita.

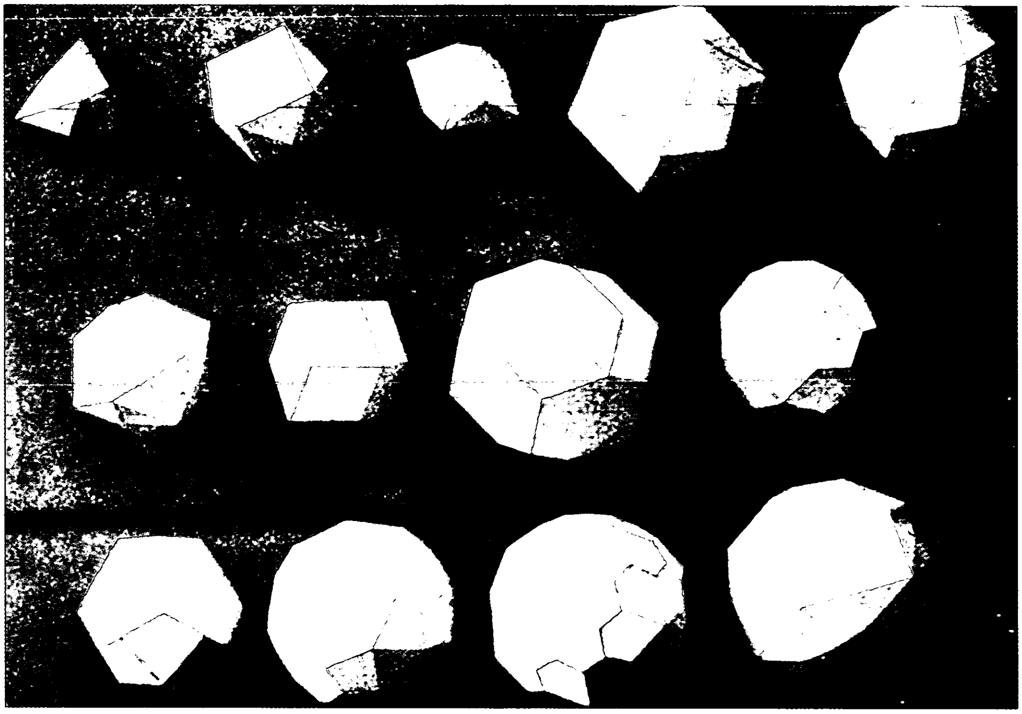
Lo mismo que hay poliedros regulares estrellados (4 en total, 3 dodecaedros y 1 icosaedro) también existen los arquimedianos estrellados, poliedros más complicados, que por ahora dejaremos.

Supongamos que entre los vértices del poliedro a que corresponde C.60 existen fuerzas F (por ejemplo, de atracción) a lo largo, de sus aristas, y que éstas fueran el doble, en las 30 que no son de péntagonos, de las 60 restantes de los hexágonos. Obtendríamos una estructura geométrica en perfecto equilibrio ya que las fuerzas que concurren en los extremos de cada arista "doble" tienen como resultante una que pasa por el centro del poliedro.

Podríamos asimilar estas fuerzas aplicadas en las barras o aristas del poliedro como enlaces (simples y dobles) entre los átomos del carbono.

Recibido en ROP: diciembre 1993

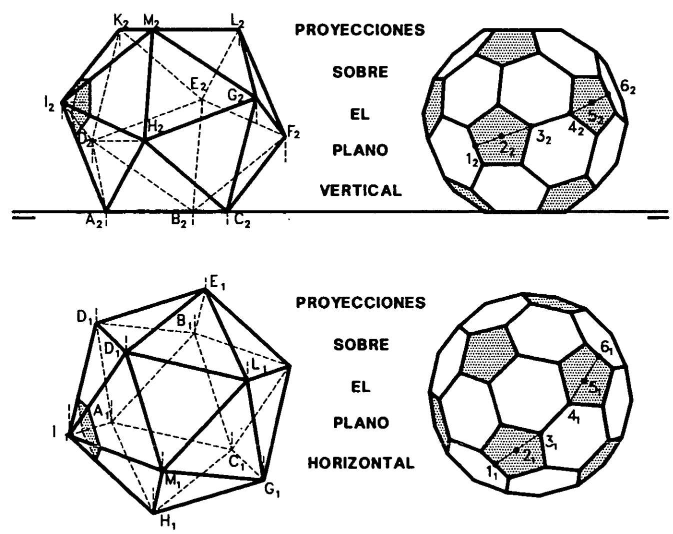
Los 13 Poliedros Arquimedianos



Nos atreveríamos a decir que también podrían obtenerse modelos de moléculas, en ciertas condiciones, partiendo de otros poliedros arquimedianos o de sus "duales".

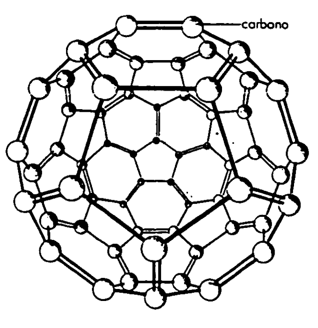
Su estudio, aunque poco divulgado, apareció hace muchos años (siglos) en libros y artículos especiales de Geometría.

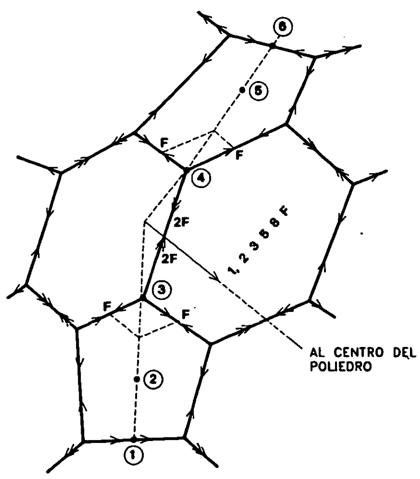
Buckminster Fuller aplicó algunos de ellos desde hace unos 40 años a proyectos de grandes cúpulas y estructuras (13)(14) geodésicas logrando grandes éxitos y que se divulgue el conocimiento de su Geometría, que después, con cierto retraso al parecer, es aprovechado con grandes aciertos en los estudios de las estructuras moleculares (15).



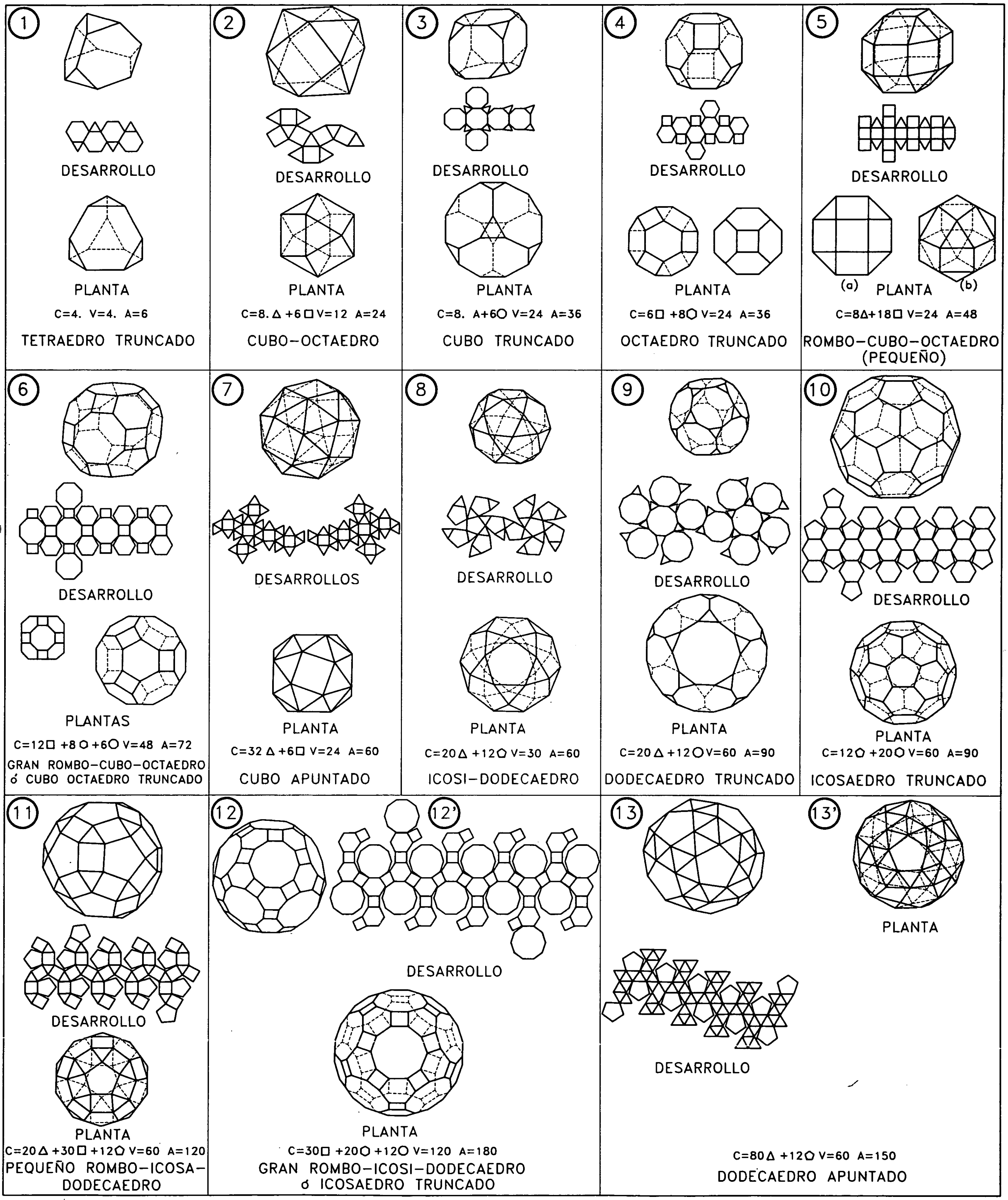
ICOSAEDRO. TRUNCAMIENTO DE SUS 12 VERTICES A,B,C,D,E,F,G,H,I,J,K,L

ICOSAEDRO TRUNCADO (POLIEDRO ARQUIMEDIANO)





COMPOSICION DE LAS FUERZAS "F" QUE ACTUAN EL LOS VERTICES ③ y ④ EXTREMOS DE UNA DE LAS 30 ARISTAS DE DOS BARRAS


1
DESARROLLO
PLANTA
C=4. V=4. A=6
TETRAEDRO TRUNCADO
2
DESARROLLO
PLANTA
C=8.△+6□ V=12 A=24
CUBO–OCTAEDRO
3
DESARROLLO
PLANTA
C=8. A+6O V=24 A=36
CUBO TRUNCADO
4
DESARROLLO
PLANTA
C=6□ +8O V=24 A=36
OCTAEDRO TRUNCADO
5
DESARROLLO
(a) PLANTA (b)
C=8△+18□ V=24 A=48
ROMBO–CUBO–OCTAEDRO (PEQUEÑO)
6
DESARROLLO
PLANTAS
C=12□ +8O +6O V=48 A=72
GRAN ROMBO–CUBO–OCTAEDRO ó CUBO OCTAEDRO TRUNCADO
7
DESARROLLOS
PLANTA
C=32△+6□ V=24 A=60
CUBO APUNTADO
8
DESARROLLO
PLANTA
C=20△ +12O V=30 A=60
ICOSI–DODECAEDRO
9
DESARROLLO
PLANTA
C=20△+12O V=60 A=90
DODECAEDRO TRUNCADO
10
DESARROLLO
PLANTA
C=12O +20O V=60 A=90
ICOSAEDRO TRUNCADO
11
DESARROLLO
PLANTA
C=20△ +30□ +12O V=60 A=120
PEQUEÑO ROMBO–ICOSA–DODECAEDRO
12
12'
DESARROLLO
PLANTA
C=30□ +20O +12O V=120 A=180
GRAN ROMBO–ICOSI–DODECAEDRO ó ICOSAEDRO TRUNCADO
13
13'
PLANTA
DESARROLLO
C=80△ +12O V=60 A=150
DODECAEDRO APUNTADO

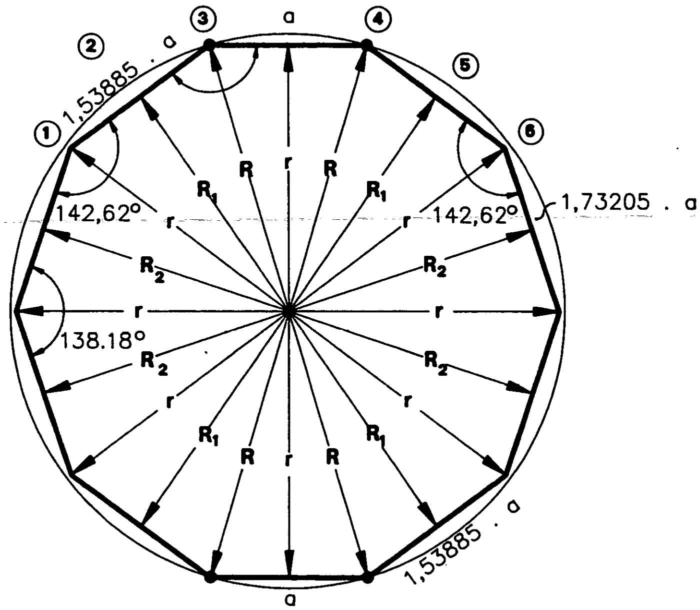
SECCION COMPLETA DEL ICOSAEDRO TRUNCADO POR EL PLANO QUE PASA POR LOS PUNTOS ① ② ③ ④ ⑤ ⑥

$R = 2{,}4781 \cdot a$ RADIO DE LA ESFERA CIRCUNSCRITA QUE PASA POR LOS 60 VERTICES

$r = 2{,}4271 \cdot a$ RADIO DE LA ESFERA TANGENTE A LAS 90 ARISTAS

$R_1 = 2{,}3276 \cdot a$ RADIO DE LA ESFERA TANGENTE A LAS 12 CARAS PENTAGONALES

$R_2 = 2{,}2667 \cdot a$ RADIO DE LA ESFERA TANGENTE A LAS 20 CARAS HEXAGONALES



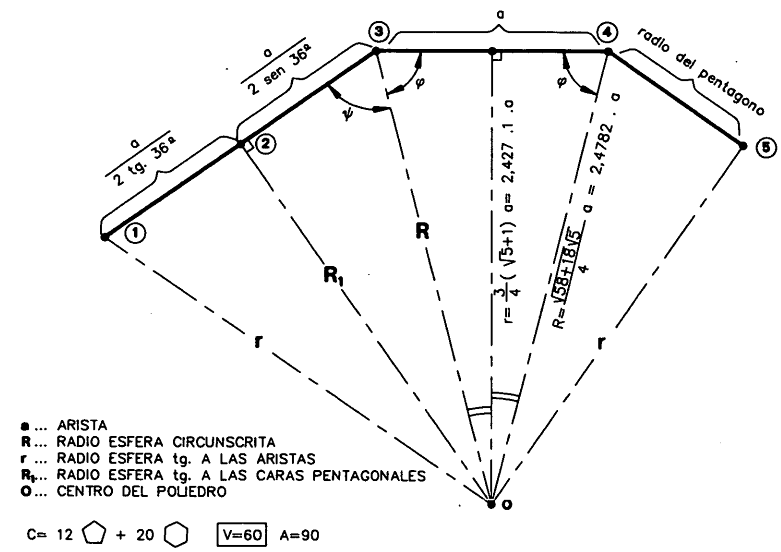
COMPROBACION

SUMA DE LOS ANGULOS INTERIORES DEL DECAGONO SECCION DEL POLIEDRO POR UN PLANO QUE PASANDO POR SU CENTRO CONTIENE UNA DE LA ARISTAS CON DOBLE BARRA (INTERSECCION DE DOS CARAS HEXAGONALES).

$$4 \times 148{,}29° = 593{,}16°$$
$$4 \times 142{,}62° = 570{,}48°$$
$$2 \times 138{,}18° = 276{,}36°$$

SUMA 1440° = 16 ANGULOS RECTOS

SECCION POR UN PLANO QUE PASA POR EL CENTRO DEL POLIEDRO Y POR UNA ARISTA INTERSECCION DE DOS CARAS HEXAGONALES



REPRESENTACION DE LA MOLECULA DE CARBONO 60

SUS 90 ARISTAS INDICAN FUERZAS DE ENLACE ENTRE SUS 60 ATOMOS DE ELLAS, 30 (LAS DE INTERSECCION DE DOS CARAS HEXAGONALES, SON DOBLES)

ICOSAEDRO TRUNCADO

En las figuras exponemos los poliedros arquimedianos convexos, en alzado, planta y desarrollo, deteniéndonos especialmente en el ICOSAEDRO TRUNCADO, del que detallamos sus características geométricas, al objeto de determinar las acciones de las fuerzas F de atracción entre sus 60 vértices. Damos, al final, algunas referencias bibliográficas.

La molécula de C.60 viene esquematizada por el ICOSAEDRO TRUNCADO, poliedro arquimediano o semirregular de 32 caras. Sus 60 vértices representan átomos y sus 90 vértices "enlaces". De estas, 30 son dobles, representadas por barras.

Suponiendo que cada una de las barras de enlace estuviese sometida a la misma fuerza de atracción que llamamos F, hemos calculado la resultante de las acciones en cada uno de los extremos de las barras dobles, obteniendo 1,2358 F. Por tanto, en el centro del poliedro convergen 30 de estas fuerzas, que se equilibran. Así en cada vértice concurren 4 fuerzas (valencias del átomo de C). Los 12 pentágonos y los 20 hexágonos componen un balón de fútbol.

Otras hipótesis que podemos hacer es considerar que en cada vértice-átomo del modelo de la molécula del C.60 las fuerzas F1 de los enlaces simples y las F2 de los dobles son tales que su resultante pasa por el centro O del modelo. La relación que existirá entre las mismas, de acuerdo con la figura adjunta es:

$$\frac{2F_1 sen36^{\circ}}{sen\varphi} = \frac{F^2}{sen\Psi}$$

Sustituyendo los valores antes obtenidos resulta

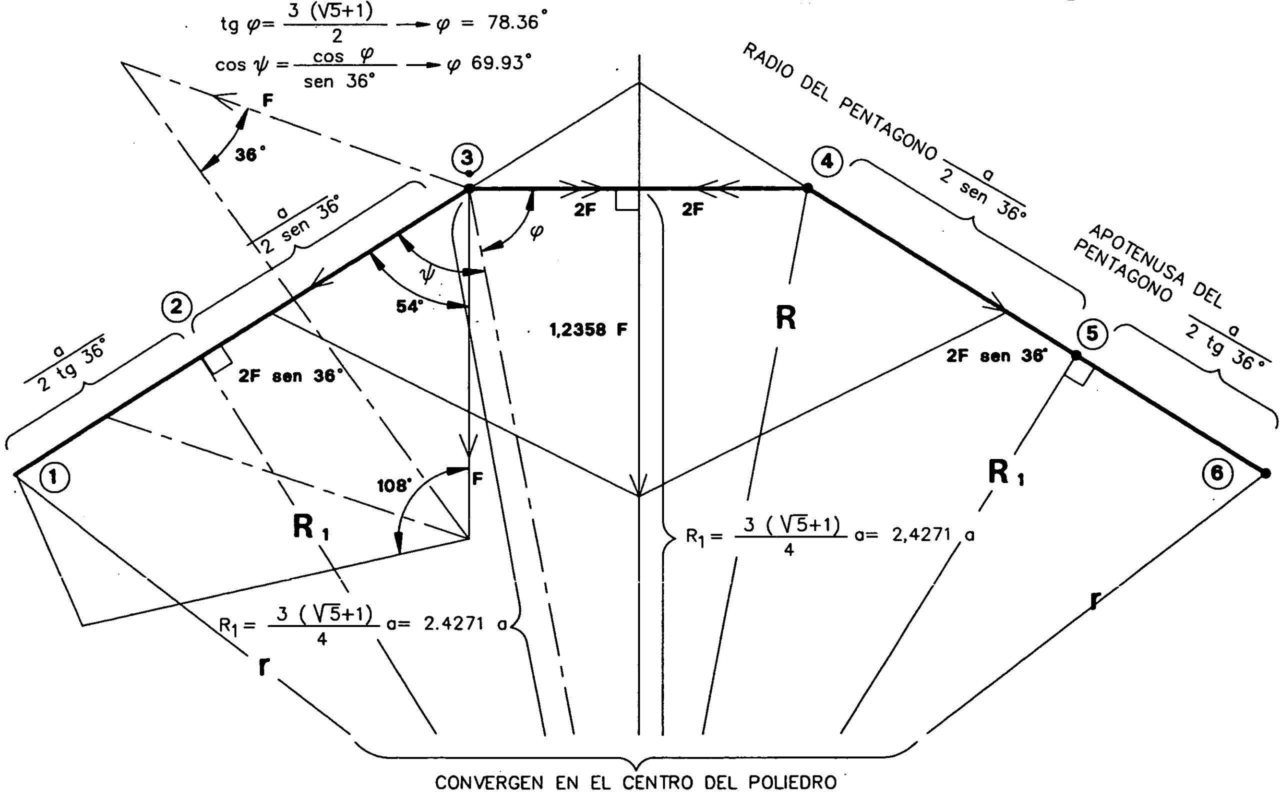
$$F_2/F_1 = 1{,}1272$$

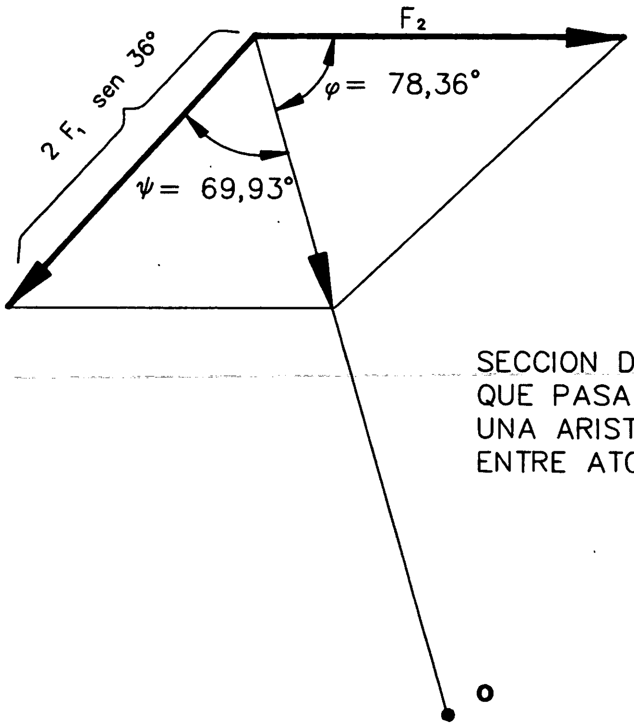
es decir que la fuerza de los enlaces dobles, C=C es un 12,72% mayor que la de los sencillos C-C. entre átomos.

Consideraciones químicas

Sabido es que la distancia entre dos átomos de carbono en los que existe un enlace simple C-

COMPOSICION DE FUERZAS QUE ACTUAN EN LOS EXTREMOS DE LA BARRA ③-④





SECCION DEL POLIEDRO POR UN PLANO QUE PASA POR SU CENTRO "O" Y POR UNA ARISTA DE ENLACE DOBLE C = C ENTRE ATOMOS DE CARBONO.

C suele ser de 1,54Å=0'154 mm. Si el enlace es doble C=C resulta de 1,34Å.

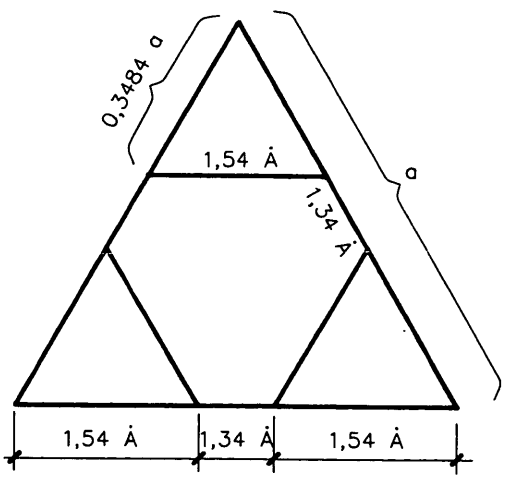
1nm (nanómetro) = 10Å (angström)= 10^{-9} m.

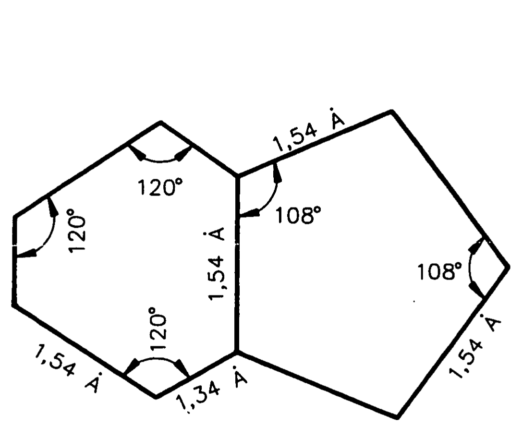
Por tanto resultará que los 60 lados o aristas de solo una barra serían de longitudes 1,54 Å y las 30 restantes de solo 1,34 Å.

El poliedro que así queda no es un arquimediano perfectamente regular, pues no es el resultado de trucar un icosaedro regular convexo por 12 planos que cortan cada uno a las 5 aristas que concurren en un vértice por planos que pasan por puntos distantes a/3 de dicho vértice, sino que es por puntos que distan del mismo

$$\frac{1,54}{2x1,54+1,34}\underline{a}=0,348416\underline{a}$$

Pero está de acuerdo con las propiedades químicas. En los croquis adjuntos se esquematiza lo expuesto.



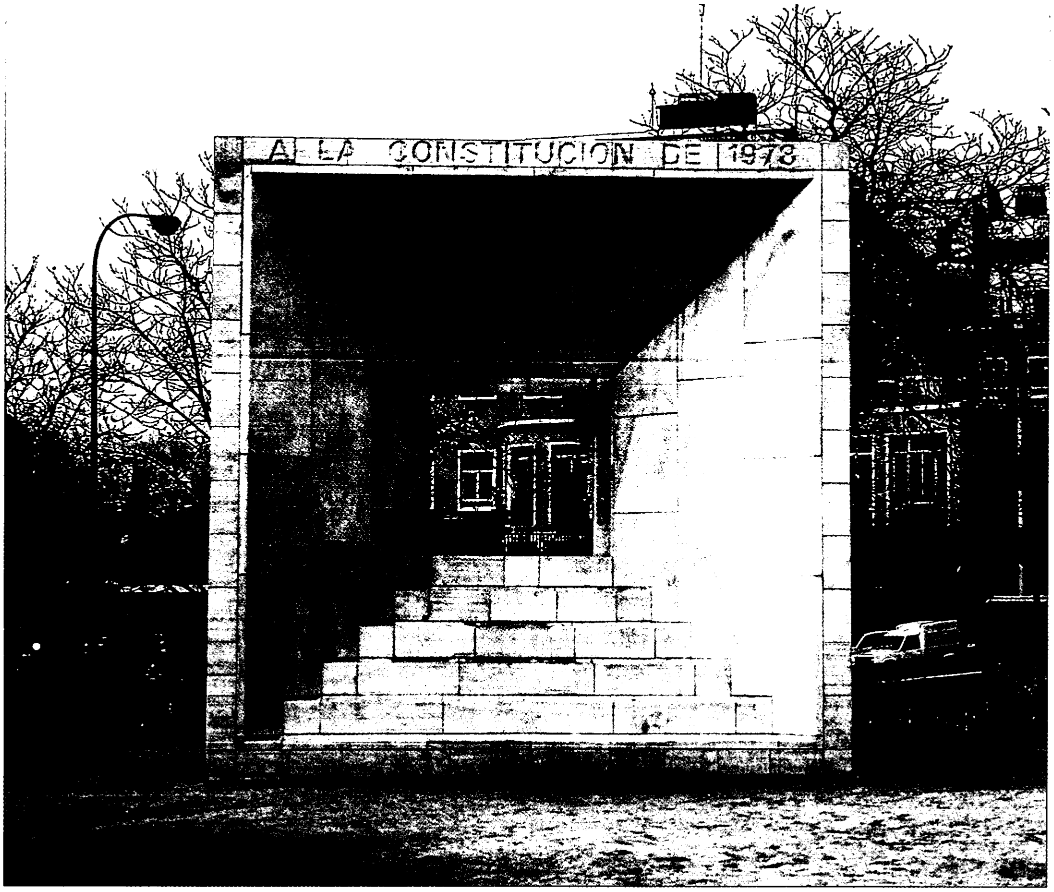


Conclusiones

Sólo hemos querido hacer resaltar la importancia que en la Química y en las Ciencias Biológicas en general puede tener el estudio de los poliedros (de 3 y de 4 dimensiones).

En España se ocuparon de esto los Ingenieros de Caminos Arturo Soria y Clemente Sáenz. Este último incluso estudió extensamente los paraleloedros y los poliedros regulares de 4 dimensiones.

El Monumento a la Constitución, obra reciente en Madrid nos recuerda el llamado OCTAEDROIDE O HIPERCUBO (uno de los 6 hipersólidos existentes).



Todos ellos se estudian en tratados, ya clásicos, de Geometría de 4 dimensiones. Podríamos pensar en su aplicación directa o indirecta en estudios moleculares.

No pretendemos, ni mucho menos haber explicado el "funcionamiento" del carbono 60, sino razonar, a modo de ejercicio, sobre la estructura propuesta para el mismo exclusivamente en sus aspectos geométrico-mecánicos.

Referencias

(1)- **H.W.KROTO.** "C.60: Buckimisterfullerene". Natura, vol.318, 14-11-8 pp.162.63.

(2)- **R,M, FLEMING** (y trece más)."Preparation and Structure of the alkali-metal fulleride a.4.C.40".

(3)- **ROBERTf.CURL Y RICHARD R. SMALEY.** "Fullerenos".Investigación y Ciencia, diciembre 1991 pp.13-23.

(4)- **ARTURO ARNAU y ESTANISLAO SILLA.**"Química entre las Estrellas". Las grnades moléculas interestelares. Buscando nuevas especies). Mundo Científico nº 121, febrero 1992 pp.108-118.

(5)-**ROGER TAYLOR and DAVID R.M. WALTON.**"The Chemistry of Fullerenes".Nature, vol.363.24-6-1993 pp 685-693.

(7)- **L.TARASOV.** "The Amazkngly Symetrial World". Mir Publishiers 1982-86.

(8)- **PATRICK BERNIER.** "Los múltiples estados del carbono". Mundo Científico, nº 116, septiembre 1991 pp.890-891.

(9)- **MICHAEL W.GEIS y JOHN C. ANGUS.** "Semiconductores de películo de diamente". Investigación y Cienica, nº 195, dic. 92 pp.68.

(10)-**ANGELO ANDREINI.** "Sulle reti di poiedri regolari e semiregolari e sulle correspondenti ret correlative". Societá dei XL,ser.3° Tom.XIV,129 págs, 1886 y posterior.

(11)- **LOUIS JOLY.** "Les polyedres réguliers, semi-reguliers et composés. Libr.Albert Blanchard. Paris 6ª. 1979.

(12)- **H.M.CUNDY and A.P. ROLLET.** "Mathematical Models".Oxford, Clarendon Press 1961 pp.100-128.

(13)- "Desing. The Dymaxion American". Time, jan 10, 1964. Atlantic Edition pp 32.37.

(14)-**S.DU CHATEAU.** "La tortuga geodésica del Salón de la Construcción en Bruselas". Acierd-Stahl-Steel 6-1971 pp 248-251.

(15)-**Revista POLIHEDRON**, Printed in Great Britain. ■