

EL FENOMENO DEL ACOPLAMIENTO DE FRECUENCIAS Y SU INCIDENCIA EN LAS PRESAS ESPAÑOLAS

Carlos Marco García *

Eduardo Salete Díaz **

Pedro Lopes Do Rego Viseu ***

Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos

Introducción

La resonancia en una estructura, aparece por la coincidencia de la frecuencia propia de la misma, con la frecuencia de la excitación dinámica a la que se ve sometida, y desencadena una serie de fenómenos de disipación de energía, que pueden dar lugar al colapso de la misma.

Un fenómeno semejante, aunque de consecuencias no tan espectaculares, lo constituye el acoplamiento, que consiste en que las frecuencias de dos o más modos de vibración de la estructura son parecidas entre sí, por lo que los máximos de estos modos son simultáneos, originando un mal funcionamiento estructural al incrementarse tanto las tensiones como las deformaciones.

El objeto de este artículo, es el estudio del fenómeno de acoplamiento de frecuencias en las presas españolas tipo arco-gravedad, enmarcado dentro de un estudio mas amplio del comportamiento dinámico de presas arco.

Para ello se ha desarrollado un catálogo de presas clasificadas por su acoplamiento, basado en el Inventario de presas Españolas de 1986, y desarrollado por la Dirección General de Obras

Hidráulicas del Ministerio de Obras Públicas, Transportes y Medio Ambiente, para realizar con el mismo, una serie de estudios estadísticos a los efectos de analizar su comportamiento frente a este fenómeno.

Calificación dinámica de presas arco

Con el fin de analizar el comportamiento dinámico de las presas arco-gravedad, se ha analizado, por el método de los elementos finitos, un conjunto de presas ficticias, generadas mediante variación de parámetros geométricos, y se han recogido estos y sus parámetros estructurales junto con los resultados del cálculo en una base de datos, que se ha examinado estadísticamente y ajustado a las formulaciones que se obtienen al desarrollar modelos de osciladores simples.

A continuación se comentan las hipótesis básicas de las que se ha partido, así como la metodología empleada.

Tipologías contempladas

El estudio se ha centrado en embalses que se ajustan a las siguientes características:

■ Presas arco - gravedad.

■ Valle de sección trapezoidal, con taludes en las laderas constantes que pueden degenerar en valles en forma de V o de U pura.

* Confederación Hidrográfica del Segura. Plz. Fontes. Murcia.

**Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos. Ciudad Universitaria S/N. Madrid.

***SACYR

Recibido en ROP: febrero de 1993

- Radio del trasdós de la presa constante.
- Trasdós vertical.
- Variación lineal de espesores con la profundidad.
- El estudio se realiza para movimientos horizontales del terreno que provocan aceleraciones horizontales en las masas de la estructura.

Clasificación de parámetros

Para poder clasificar los parámetros geométricos del modelo simplificado de presa en fundamentales y secundarios, se siguieron las siguientes etapas:

- Generación de una base de datos de presas simétricas a embalse vacío.
- Análisis de los resultados obtenidos, por medio de herramientas estadísticas, que permiten explicar la varianza de las magnitudes que caracterizan dinámicamente las presas (frecuencias propias), mediante la varianza de los parámetros geométricos que definen el modelo adoptado.
- Generación de una base de datos de presas simétricas a embalse lleno, analizando las correlaciones de las frecuencias propias entre el sistema presa-embalse vacío y presa-embalse lleno.
- Evaluación de la influencia de la asimetría.

Interacción agua estructura

Dado el carácter del estudio se consideró suficiente reproducir la interacción agua-estructura, mediante la inclusión de masas concentradas en la presa siguiendo la formulación simplificada de Westergaard, que para excitaciones horizontales se expresa:

$$P_y = P_0 \cdot \alpha \cdot g \cdot p \cdot \sqrt{H \cdot Y}; \quad m_a(Y) = \frac{P_y}{\alpha g} = P_0 \cdot p \cdot \sqrt{H \cdot Y}$$

En donde:

H=Altura máxima de agua en el embalse.

Y=Distancia del punto a la coronación.

p=Masa específica del agua.

g=Aceleración de la gravedad.

α =Fracción de la gravedad que representa la aceleración de excitación.

m_a =Masa añadida a la presa.

P_0 =Presión adimensional de Westergaard.

Expresión que es necesaria corregir para tener en cuenta los casos de posible resonancia aguapresa y la forma del embalse.

Interacción presa-cimentación

La influencia de la flexibilidad de la cimentación, al igual que ocurría con la influencia de la interacción de la presa-embalse, provoca una disminución del valor de las frecuencias propias de vibración.

Fenves y Chopra encuentran para presas de gravedad las relaciones:

| $E_{terreno}/E_{presa}$ | $T_{flexible}/T_{rígida}$ |
|-------------------------|---------------------------|
| ∞ | 1,00 |
| 1 | 1,22 |
| 1/2 | 1,42 |
| 1/3 | 1,60 |
| 1/4 | 1,75 |

En el caso de presas arco, al ser esta estructura más flexible la relación $T_{flexible}/T_{rígida}$ es mucho más próxima a uno, obteniéndose los siguientes ordenes de magnitud:

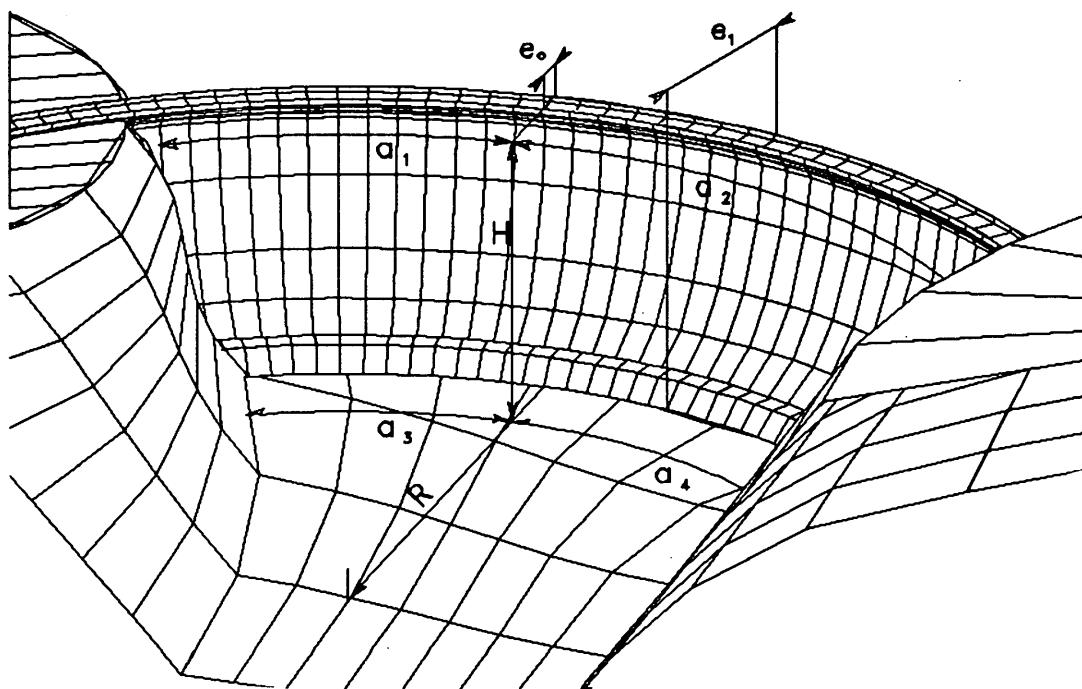
| $E_{terreno}/E_{presa}$ | $T_{flexible}/T_{rígida}$ |
|-------------------------|---------------------------|
| ∞ | 1,00 |
| 1 | 1,08 |
| 1/2 | 1,16 |
| 1/4 | 1,22 |

Por lo que en los cálculos se consideró siempre $E_{terreno} \approx \infty$ o, lo que es equivalente, la presa empotrada en el cauce.

Efecto de la longitud del embalse

En los cálculos se ha considerado siempre que el embalse tiene una longitud infinita, la validez de esta aproximación proviene de los valores aportados por Brantz y Heiben que establecen que para $L_{embalse}/H = 2$ el incremento de las presiones hidrodinámicas es menor del 0,5% sobre las obtenidas en la hipótesis de longitud infinita y que para $L_{embalse}/H > 3$ no existen diferencias apreciables.

Figura 1



Rango de valores

Tomando como referencia la figura 1, en la que las cotas representan:

- a_1, a_2, a_3, a_4 - Longitudes de la línea media de coronación y base desarrollada.
- $a' = a_1 + a_2$ - Longitud de coronación.
- R - Radio del trasdós de la presa.
- e_o - Espesor en coronación (constante en todo el desarrollo).
- e_1 - Espesor de la base (constante en todo el desarrollo).
- H - Altura de la presa.

El estudio se ha centrado en los siguientes rangos de valores:

| | | |
|--------|------------------------------------|--------------------------------|
| a'/R | $E [0,75 ; 3]$ | , con $a' > 100$ m. |
| H/R | $E [0,1 ; 0,6]$ | , con $H > 30$ m. |
| R | $E [90 \text{ m} ; 150 \text{ m}]$ | |
| e_0 | $E [3 \text{ m} ; 5 \text{ m}]$ | |
| a_4 | $E [0 ; a_1]$ | , $a_3 \leq a_1, a_4 \leq a_2$ |

Se han considerado tres valores diferentes del talud

$$t = \frac{e_o - e_1}{H}$$

1:8, 1:4 y 9:20, con lo que las presas quedan clasificadas en delgadas, medias y gruesas. Para el valor e_o se han considerado las correlaciones:

$$e_o \approx \frac{R}{80} \quad \delta \quad e_o \approx \frac{1}{2}\sqrt{H}$$

(Stucky) (R y H expresadas en metros).

Las formas de valle contempladas fueron tres: valles en forma de V, valles en forma de U y valles de forma trapezoidal con longitud de coronación doble que en la base o valles en N.

Modelo de cálculo

Los cálculos se realizaron mediante el método de los elementos finitos, utilizando una malla con separación aproximada de 20 m. entre ménsulas,

10 metros entre arcos y dos elementos en el sentido del espesor de la presa.

Para los parámetros elásticos del hormigón de la presa se tomaron los siguientes valores:

Módulo de Young $E = 18,62 \cdot 10^3$ MPa

Módulo de Poisson $\nu = 0,22$

Densidad $\gamma = 2256$ kg/m³

Para otros valores, (E' , ν' y γ') es válida la relación:

$$\frac{\omega^2 \cdot (1-\nu^2) \cdot \gamma}{E} = \frac{\omega'^2 \cdot (1-\nu'^2) \cdot \gamma'}{E'}$$

Ajuste de la base generada según modelos de osciladores sencillos

A partir de las conclusiones obtenidas con los primeros análisis realizados sobre la base de datos generada: baja correlación entre las tres primeras frecuencias de vibración y el radio de curvatura de la presa (en torno a 0,3), se optó por ajustar a la base de datos un conjunto de modelos correspondiente a osciladores sin curvatura.

Dichos modelos han sido elaborados mediante la formulación de Rayleigh y dado que los estudios estadísticos previos manifiestan una clasificación de la familia de presas atendiendo a la forma del valle y a su sección transversal, se han desarrollado cuatro formulaciones, que tratan de analizar por separado la influencia de estos factores.

Al tratarse de modelos obtenidos por integración no se puede distinguir entre presas simétricas y asimétricas por lo que el estudio se ha realizado con un espacio muestral de 106 presas simétricas.

La principal carencia de estos modelos consiste en no representar el empotramiento total de la presa en las laderas y fondo del valle, aunque se ha desarrollado un modelo empotrado totalmente en las laderas y otro en la base.

En cualquier caso hay que tener en cuenta que el propósito de estos modelos no es otro que obtener la forma en que se relacionan las variables fundamentales del problema. La obtención de los oportunos coeficientes se realiza mediante ajuste a los valores reales, como se indica a continuación.

■ Modelos a embalse vacío

Los cuatro modelos citados expuestos a embalse vacío, se corresponden a una misma formulación del tipo.

$$\hat{a}_1 = \hat{a}_2 = \frac{a_1 + a_2}{2} \quad y \quad \hat{a}_3 = \hat{a}_4 = \frac{a_3 + a_4}{2}$$

Se dedujo que para asimetrías de valor

$$a_s \leq 0,8 \quad (a_s = 1 - \frac{a_1}{a_2})$$

las frecuencias reales diferían en menos de un 10% de las obtenidas aplicando el criterio de la presa simétrica.

$$\omega = \sqrt{\left(\frac{Eg}{\rho}\right) \left(\frac{f_A}{f_B}\right) \frac{e_o}{H^2}}$$

En las que las funciones f_A y f_B dependen únicamente del modelo empleado.

Así en el primer modelo f_A y f_B , son constantes.

En el modelo de valle variable simplemente empotrado, f_A y f_B , son funciones que dependen únicamente de

$$p = a_1/(a_0 - a_1) \text{ (geometría del valle)}$$

En el modelo de sección transversal variable, son funciones exclusivamente de

$$q = e_0/(e_1 - e_0), \text{ (sección transversal)}$$

En el modelo de valle variable biempotrado, son funciones de los parámetros

$$t' \cdot p \text{ y } t' \cdot (p+1)$$

que dependen a su vez de la sección del valle,

$$t' = \frac{(a_1 - a_0)}{H}$$

Una vez definido el modelo se procedió a su ajuste, mediante el método de mínimos cuadrados, a los valores obtenidos, y recogidos en la base de datos de presas.

La influencia de la forma del valle se introduce mediante el parámetro $a = (a_1 + a_0)/H$ que es una relación entre el área de la sección frontal del valle y el área de un cuadrado que tiene por lado la altura de presa. Por ello a este parámetro lo hemos denominado CUADRATURA.

La contribución de la sección transversal de la presa depende de otro factor $e = \text{Lognep} [(e_1 + e_0)/e_0]$, que es una función de la razón entre el área de la sección transversal de la presa y el área de un rectángulo de lados H y e_0 . A este factor lo denominamos SECCIÓN.

Finalmente el producto de $a \cdot e$ representa una relación entre los volúmenes de la presa y una placa cuadrada de lado H y espesor e por lo que dimos en denominarle CUBO.

En resumen se obtuvo la familia de fórmulas:

$$\omega_{1,2,3} = \left[\frac{K}{(ae)^2} - K' \sqrt{ae} + me + P \frac{a_1}{R} \right] \cdot \frac{e_0}{H^2}$$

valida para cada talud de la sección transversal de la presa.

Recordando el viejo método de cálculo del Trial - load el factor $K/(ae)^2$ de la fórmula parece representar la contribución de la rigidez de los arcos horizontales, $K' \sqrt{ae}$ representa al contribución de las ménsulas y $P a_1/R$ es la contribución de la flexión de los arcos.

La bondad del ajuste del modelo obtenido se verificó mediante el estadístico adecuado, que dio como resultado un ajuste superior al 99 %. El ajuste es mejor para la primera frecuencia que para la segunda, y para la segunda es mejor que para la tercera.

A pesar de que el modelo se ajusta estadísticamente a la base de datos de presas calculadas, los errores relativos cometidos son superiores al 10% y nos propusimos bajar hasta este límite el error dado, ya que en los estudios experimentales, este es el orden del error cometido por el método de elementos finitos respecto de la "realidad" medida experimentalmente.

Para realizar esto se introdujo la variación de las frecuencias debidas a la sección transversal de la presa mediante curvas en lugar del valor de $e = \text{Lognep} [(e_1 + e_0)/e_0]$ dado que este factor no tiene un comportamiento totalmente lineal con lo que cumplimos nuestro objetivo.

■ Modelo a embalse lleno

Vista la experiencia acumulada en el estudio de la presa a embalse vacío desarrollamos únicamente un modelo matemático que comparado con la fórmula obtenida con la del modelo a embalse vacío condujo a establecer por semejanza la siguiente relación.

$$\omega_a = \omega \sqrt{\frac{\gamma e_0}{\gamma e_0 + P_0 \rho_a}}$$

- γ peso específico del hormigón.
- ρ_a densidad del agua.
- P_0 coeficiente de Westergaard.

que relaciona las frecuencias de vibración a embalse lleno ω_a y embalse vacío ω , o bien, dividiendo el numerador y denominador de la raíz por γ

$$\omega_a = \omega \sqrt{\frac{e_o}{e_o + \frac{P_0 \rho_a H}{\gamma}}}$$

Para ajustar este modelo a los datos de las presas calculadas por elementos finitos, y dado que los primeros ajustes manuales indicaban la práctica insensibilidad al valor de

$$\frac{P_0 \rho_a}{\gamma}$$

se optó por emplear el valor teórico del mismo según la forma del valle y la posible resonancia de la presa, con el embalse tal y como se hizo en la configuración del banco de datos de presas.

De los resultados se observó que los errores relativos son muy pequeños, inferiores al 10%, por lo que nos dimos por satisfechos a pesar de saber que

$$\frac{P_0 \rho_a}{\gamma}$$

en el banco de datos depende de p de a_0 y de q .

Para comprobar la bondad del ajuste se empleó el mismo estadístico que para embalse vacío, obteniéndose valores aun mejores que los obtenidos anteriormente.

Acoplamiento

Conocidas ya las correlaciones existentes entre los distintos parámetros geométricos y, las frecuencias de vibración ω_i de cada modo i , estamos ya en condiciones de poder analizar cuando aparece el fenómeno de acoplamiento.

Para ello lo primero es definir cuantificadores adimensionales del fenómeno. Es este estudio se han utilizado

$$\Psi_1 = 100 \left(1 - \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1} \right)$$

$$\Psi_2 = 100 \left(1 - \frac{\omega_3 - \omega_2}{\omega_2} \right)$$

referidos al tanto por ciento de acoplamiento, de forma que las presas más acopladas son las que proporcionan un mayor valor de estos coeficientes.

En el estudio se fijó, de forma convencional, la frontera entre las presas acopladas y no acopladas en el 10%: Las presas acopladas tendrían coeficientes mayores del 90% (aunque el análisis sería válido para cualquier otro límite).

La primera consecuencia de estos coeficientes es que, al ser relativos y existir una relación lineal, entre frecuencias a embalse lleno y embalse vacío, con el mismo coeficiente de proporcionalidad para las tres frecuencias, *una presa que se acople a embalse vacío lo hará igual y con el mismo coeficiente a embalse lleno* y viceversa, dentro de la aproximación otorgada por la teoría utilizada.

El estudio se realizó por ello a embalse vacío.

El modelo que reproduce el acoplamiento es inmediato, a partir de los obtenidos para de las distintas frecuencias de vibración.

Llamando K_1 , K'_1 , m_1 y P_1 a los coeficientes del modelo de la primera frecuencia y K_2 , K'_2 , m_2 y P_2 a los de la segunda (El estudio sería análogo con el segundo coeficiente de acoplamiento y las frecuencias ω_2 y ω_3) y fijando la frontera del acoplamiento en el 10% deberá ser:

$$\frac{\frac{1}{(ae)^2} (K_2 - K_1) - \sqrt{ae} (K_2 - K_1) + (m_2 - m_1) e + \frac{a_1}{R} (P_2 - P_1)}{\frac{1}{(ae)^2} (K_2 - K_1) \sqrt{ae} + m_1 e + P_1 \frac{a_1}{R}} \leq 0,1$$

para que se produzca el acoplamiento.

De esta expresión se deduce que la superficie que delimita las zonas de presas acopladas y no acopladas tiene por ecuación

$$\frac{1}{(ae)^2} (K_2 - 1.1K_1) - \sqrt{ae} (K_2 - 1.1K_1) + e(m_2 - 1.1m_1) + \frac{a_1}{R} (P_2 - 1.1P_1) = 0$$

que se corresponde con un hiperplano en un espacio de cuatro dimensiones referido a los ejes.

$$\frac{1}{(ae)^2}, \sqrt{ae}, e \text{ y } \frac{a_1}{R}$$

A partir de la condición obtenida se deduce que presas acopladas son aquellas que posean valores altos de la cuadratura a , de la sección logarítmica e , del radio de curvatura R y del talud de la sección transversal t y que por tanto las presas acopladas serán en general *presas de baja altura con valles en forma de U con curvaturas pequeñas y de sección transversal gruesa*.

Así pues si una presa se encontrase en la zona de acoplamiento habría dos posibles formas de intentar evitar el fenómeno:

- Disminuir su "cubo" ae disminuir su radio de curvatura R , a los efectos de trasladar el punto por encima de su hiperplano frontera.
- Disminuir el coeficiente t , para que su nuevo hiperplano frontera trasladado deje el punto en la zona no acoplada.

El segundo procedimiento, parece "a priori" más adecuado, pues, dejando a un lado consideraciones de resistencia y estabilidad de la presa, podría conducir a estructuras más delgadas y por tanto más económicas. Sin embargo el efecto es muy poco sensible y así un cambio que redujera el talud a la mitad proporcionaría una reducción del acoplamiento de tan solo un 6%.

El primer procedimiento, (disminuir ae o disminuir R), se traducirá en aumentar la altura de la presa H (pues no parece factible alterar los parámetros a_0 y a_1 que definen la geometría del valle). Admitiendo que fuese posible jugar con este parámetro, se observa que un aumento de un 10% de la altura lograría una disminución del acoplamiento de apenas un 2,5%, mientras que aumentarla al doble originaría una disminución del 11%. Es decir la sensibilidad es muy pequeña.

Dado que la altura de embalse obedece siempre a criterios técnicos y económicos prioritarios, no parece tampoco posible evitar de esta forma el fenómeno del acoplamiento de frecuencias.

Finalmente una disminución de R es aún menos efectiva puesto que una variación del 10%

disminuye el acoplamiento en un 0,5% y al reducirlo a la mitad la variación es tan sólo del 2%.

No queda pues, más remedio que *dimensionar la presa lo más estrictamente posible desde el punto de vista económico para que resista los sobreesfuerzos que supone el acoplamiento*. Esto es, *aprovechando al máximo el funcionamiento estructural del arco*. Factor éste que como veremos a continuación no se ha tenido siempre en cuenta en las presas españolas.

Acoplamiento de presas españolas

Un vez desarrollado el modelo teórico anterior se decidió aplicarlo a las presas españolas, para ello se utilizó como base el banco informático de datos del Inventario de presas españolas de 1.986 desarrollado por la Dirección General de Obras Hidráulicas.

La sencillez geométrica del modelo teórico originó dificultades para reproducir las heterogeneidades existentes en la realidad tales como aliviaderos, sobreanchos de las pasarelas de coronación, galerías, cámaras, sobreanchos de cimentación etc... a un modelo de sección trapezoidal.

Aunque los análisis que se han realizado de los resultados experimentales de distintas presas como LLauget, Riudecañas, El Rumblar o la Cerva, indican la posibilidad de ampliar el modelo a otras tipologías de presas y otros materiales, el análisis se realizó únicamente para estructuras que se ajustaban al modelo teórico, (presas arco de hormigón), obteniéndose los resultados que se indican en el cuadro 1.

A fin de observar el ajuste de los parámetros reales a los teóricos encontrados, se realizó un análisis estadístico de los datos, obteniendo los valores que se resumen en la tabla 1.

Asimismo, se establecieron las tablas 2 y 3 a fin de establecer correlaciones.

Del análisis del banco de datos y de los estadísticos precedentes se pueden deducir las siguientes conclusiones.

Como se ve en la última tabla, los valores bajos de q , corresponden a presas altas y frecuen-

(Sigue en la página 75)

CUADRO 1

| PRESA | RIO | ω_1 | ω_2 | ω_3 | Ψ_1 | Ψ_2 |
|---------------------------------|------------------------------|------------|------------|------------|----------|----------|
| TORREJON-TIETAR | TIETAR | 19,31 | 19,73 | 23,29 | 97,83 | 81,96 |
| EBRO | EBRO | 15,31 | 16,30 | 19,59 | 93,53 | 79,81 |
| MARIA CRISTINA | RBL ^a DE LA VIUDA | 6,43 | 6,99 | 8,48 | 91,31 | 78,69 |
| CEDILLO | TAJO-SEVER | 5,71 | 6,45 | 7,93 | 87,20 | 76,98 |
| TAJO DE LA ENCANTADA (SUPERIOR) | NO TIENE | 7,83 | 8,94 | 9,68 | 85,84 | 91,68 |
| EL ROMERAL | EL ROMERAL | 15,70 | 18,06 | 22,41 | 84,95 | 75,96 |
| CUERDA DEL POZO | DUERO | 11,35 | 13,11 | 16,23 | 84,47 | 76,20 |
| GUADALMELLATO | GUADALMELLATO | 8,19 | 9,46 | 11,75 | 84,43 | 75,84 |
| IRABIA | IRATI | 7,41 | 8,62 | 10,77 | 83,68 | 75,03 |
| ORDUNTE | ORDUNTE | 6,47 | 7,53 | 9,37 | 83,65 | 75,54 |
| GALLIPUEN | GUADOLOPILLO | 13,52 | 15,85 | 19,83 | 82,72 | 74,88 |
| LA ENCANTADORA | BCO.DEL INGENIO | 5,15 | 6,10 | 7,66 | 81,41 | 74,40 |
| BECERRIL | BECERRIL | 13,82 | 16,49 | 20,71 | 80,67 | 74,38 |
| NAVACERRADA | NAVACERRADA | 9,35 | 11,27 | 14,17 | 79,47 | 74,25 |
| ALSA-TORINA | TORINA | 17,32 | 21,08 | 26,83 | 78,30 | 72,71 |
| PUENTES VIEJAS | LOZOYA | 5,89 | 7,20 | 9,16 | 77,86 | 72,80 |
| GERGAL | RIBERA HUELVA | 4,78 | 5,85 | 7,45 | 77,62 | 72,61 |
| LOS BERMEJALES | CACIN | 6,13 | 7,51 | 9,53 | 77,53 | 73,10 |
| BUENDIA | GUADIOLA | 6,43 | 7,90 | 10,08 | 77,12 | 72,36 |
| MEDIANO | CINCA | 6,64 | 8,17 | 10,40 | 77,09 | 72,63 |
| PLIEGO | PLIEGO | 8,48 | 10,47 | 13,36 | 76,55 | 72,37 |
| ARLANZON | ARLANZON | 8,78 | 10,85 | 13,84 | 76,41 | 72,39 |
| ALMADENES | SEGURA | 14,70 | 18,25 | 23,51 | 75,85 | 71,22 |
| EUGUI | ARGA | 7,15 | 8,91 | 11,42 | 75,46 | 71,84 |
| FORATA | MAGRO | 6,13 | 7,76 | 10,06 | 73,42 | 70,36 |
| LA BREÑA | GUADIATO | 7,93 | 10,07 | 13,06 | 72,97 | 70,35 |
| SOTIEL | OLIVARGAS | 7,57 | 9,63 | 12,47 | 72,85 | 70,44 |
| AÑARBE | AÑARBE | 4,60 | 5,86 | 7,60 | 72,81 | 70,28 |
| AGUASCEBAS | AGUASCEBAS | 9,81 | 12,56 | 16,35 | 71,94 | 69,80 |
| VALDEMURRIO | QUIROS | 18,52 | 23,75 | 31,00 | 71,78 | 69,50 |
| IZNAJAR | GENIL | 2,03 | 2,63 | 3,44 | 70,63 | 69,12 |
| VALDEOBISPO | ALAGON | 10,23 | 13,36 | 17,61 | 69,37 | 68,17 |
| LORIGUILA | TURIA | 7,53 | 9,85 | 12,97 | 69,31 | 68,26 |
| BEMBEZAR | BEMBEZAR | 4,29 | 5,62 | 7,41 | 69,00 | 68,22 |
| CIENFUENS | FLUMEN | 9,44 | 12,55 | 16,64 | 67,07 | 67,43 |
| FUENSANTA | SEGURA | 5,12 | 6,82 | 9,07 | 66,69 | 67,14 |
| LAS VENCIAS | DURATON | 9,91 | 13,25 | 17,65 | 66,25 | 66,78 |
| TALARIN | NOGUERA-PALLARESA | 4,27 | 5,75 | 7,68 | 65,46 | 66,30 |
| TRANCO DE BEAS | GUADALQUIVIR | 4,13 | 5,56 | 7,42 | 65,36 | 66,65 |
| SANTA ANA | NOG. RIBAGORZANA | 3,72 | 5,01 | 6,70 | 65,24 | 66,31 |
| CONDE GUADALHORCE | TURON | 5,59 | 7,54 | 10,09 | 65,17 | 66,17 |
| BUBAL | GALLEG | 5,02 | 6,80 | 9,11 | 64,58 | 65,93 |
| SAN ESTEBAN | SIL | 4,68 | 6,39 | 8,58 | 63,43 | 65,58 |
| DOIRAS | NAVIA | 5,39 | 7,45 | 10,10 | 61,82 | 64,54 |
| LA BOLERA | GUADALENTIN | 12,95 | 18,05 | 24,52 | 60,61 | 64,22 |
| TANES | NALON | 4,09 | 5,73 | 7,80 | 59,93 | 63,85 |
| CAMPORREDONDO | CARRION | 5,61 | 8,00 | 10,97 | 57,43 | 62,80 |
| ALDEADAVILA | DUERO | 2,93 | 4,18 | 5,75 | 57,25 | 62,62 |
| CUEVA FORADADA | MARTIN | 8,81 | 12,89 | 17,90 | 53,69 | 61,12 |
| CAMARASA | NOGUERA-PALLARESA | 5,43 | 8,20 | 11,56 | 48,86 | 59,10 |
| BARASONA-JOAQUIN COSTA | ESERA | 13,50 | 20,55 | 29,03 | 47,85 | 58,69 |

Tabla 1

| DATO | VALOR MÍNIMO | VALOR MÁXIMO | VALOR MEDIO | DESVIACIÓN TÍPICA |
|----------------|--------------|--------------|-------------|-------------------|
| ALTURA | 30 | 140 | 64,67 | 26,20 |
| a1 | 80 | 500 | 245,53 | 109,42 |
| TALUD | 0,3 | 1 | 0,78 | 0,14 |
| e _o | 1,5 | 15,8 | 5,51 | 2,78 |
| q | 0,04 | 0,38 | 0,13 | 0,08 |
| ω ₁ | 2,03 | 19,35 | 8,26 | 4,18 |
| ω ₂ | 2,63 | 23,75 | 10,29 | 4,99 |
| ω ₃ | 3,44 | 3,1 | 13,29 | 6,44 |
| Ψ ₁ | 47,85 | 97,83 | 72,97 | 10,87 |
| Ψ ₂ | 58,69 | 91,68 | 70,58 | 5,97 |

Tabla 2. Acoplamientos en función de la primera frecuencia de vibraciones y de la altura de la presa.

| H | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| | 30 | 31 | 32 | 34 | 36 | 37 | 38 | 40 | 42 | 43 |
| 2,00 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | 85,84 | --- |
| 5,00 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | 84,47 | --- |
| 8,00 | --- | --- | --- | 66,66 | --- | --- | --- | --- | 71,78 | --- |
| 11,00 | --- | --- | 80,67 | --- | 82,72 | --- | 75,85 | --- | --- | --- |
| 14,00 | --- | 84,95 | --- | 93,53 | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 17,00 | 97,83 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 20,00 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| MEDIA | 97,83 | 84,95 | 80,67 | 75,62 | 82,72 | 75,85 | 85,84 | 78,13 | --- | --- |

| H | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| | 43 | 44 | 45 | 47 | 48 | 49 | 54 | 56 | 57 | 58 |
| 81,41 | 83,68 | 72,85 | --- | 75,46 | --- | 72,97 | 83,65 | --- | 70,66 | --- |
| --- | --- | 76,55 | 77,94 | --- | 60,61 | --- | --- | --- | --- | --- |
| --- | --- | --- | --- | --- | 78,30 | --- | --- | --- | --- | --- |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 81,41 | 83,68 | 74,70 | 77,94 | 68,04 | 78,30 | 72,97 | 83,65 | 70,66 | --- | --- |

$$q = e_o / (e_1 - e_o) \quad y \quad e_1 = e_o + tH$$

siendo t el talud de la presa, con lo que

$$q = e_o / tH$$

| H | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|-----|
| | 59 | 61 | 62 | 63 | 65 | 66 | 68 | 74 | 76 | 77 |
| 91,31 | --- | 77,53 | 77,62 | --- | 82,53 | 73,42 | 67,24 | 57,43 | --- | --- |
| --- | 84,43 | --- | --- | 53,69 | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| --- | --- | --- | 47,85 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 91,31 | 84,43 | 77,53 | 77,62 | 50,77 | 82,53 | 73,42 | 67,24 | 57,43 | --- | --- |

| H | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|-----|
| | 79 | 82 | 86 | 90 | 91 | 93 | 95 | 98 | 99 | 100 |
| 72,81 | --- | 65,46 | --- | 65,36 | 59,93 | --- | 69,00 | --- | --- | --- |
| 77,12 | 66,69 | --- | 64,58 | 77,09 | --- | --- | 61,82 | --- | --- | --- |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 74,97 | 66,69 | 65,46 | 64,58 | 77,09 | 65,36 | 59,93 | 61,82 | 69,00 | --- | --- |

| H | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 101 | 103 | 115 | 122 | 140 | MEDIA |
| 65,24 | --- | 63,43 | 70,63 | 57,25 | 66,67 | --- |
| --- | 48,86 | --- | --- | --- | 73,87 | --- |
| --- | --- | --- | --- | --- | 71,69 | --- |
| --- | --- | --- | --- | --- | 71,26 | --- |
| --- | --- | --- | --- | --- | 84,78 | --- |
| --- | --- | --- | --- | --- | 82,64 | --- |
| 65,24 | 48,86 | 63,43 | 70,63 | 57,25 | 72,97 | --- |

Tabla 3. De la primera frecuencia en función de la altura de la presa y del factor de grosor transversal q

| H | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 | 0,10 | 0,11 | 0,12 |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|
| 30 | --- | --- | 9,44 | 8,48 | 7,15 | 7,41 | 5,15 | 11,74 | 13,39 |
| 50 | --- | --- | 8,81 | --- | 6,13 | 6,91 | 6,47 | 8,69 | 5,71 |
| 70 | --- | 4,94 | 5,59 | 5,12 | 4,60 | --- | --- | --- | --- |
| 90 | --- | 4,76 | 3,72 | 4,13 | --- | 4,84 | 5,02 | --- | --- |
| 110 | 2,03 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 130 | --- | --- | 2,93 | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| MEDIA | 2,03 | 4,85 | 6,10 | 5,91 | 5,96 | 6,18 | 5,55 | 9,91 | 10,83 |

| 0,13 | 0,14 | 0,15 | 0,16 | 0,18 | 0,19 | 0,20 | 0,22 | 0,25 |
|------|------|-------|------|------|------|------|-------|-------|
| 7,83 | 9,35 | 13,52 | --- | --- | --- | --- | 15,31 | 18,52 |
| --- | --- | 10,23 | 9,81 | --- | 8,19 | --- | --- | --- |
| --- | 7,53 | 6,43 | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| --- | --- | --- | --- | --- | 6,64 | --- | --- | --- |
| --- | --- | --- | --- | 4,68 | --- | --- | --- | --- |
| 7,83 | 8,44 | 11,45 | 9,81 | 4,68 | 8,19 | 6,64 | 15,31 | 18,52 |

| 0,27 | 0,29 | 0,30 | 0,33 | 0,38 | MEDIA |
|------|-------|------|------|-------|-------|
| --- | 19,31 | 9,91 | 7,57 | 17,32 | 11,68 |
| 4,78 | --- | --- | --- | --- | 7,69 |
| --- | --- | --- | --- | --- | 5,59 |
| --- | --- | --- | --- | --- | 4,84 |
| --- | --- | --- | --- | --- | 3,36 |
| --- | --- | --- | --- | --- | 2,93 |
| 4,78 | 19,31 | 9,91 | 7,57 | 17,32 | 8,26 |

Por ello las frecuencias de vibración son altas y así [2,03;19,31] existiendo doce presas de mas de 10Hz pertenecientes a las zonas sísmicas I y II.

En cuanto a los acoplamientos, en la tabla se observa que las presas mas acopladas corres-

ponden a alturas pequeñas (cuadraturas pequeñas, como se expresa en el estudio teórico), con frecuencias moderadas o altas. Existiendo con respecto al acoplamiento 1 (Ψ_1), tres presas acopladas:

Torrejon-Tietar, Ebro y M^a Cristina con acoplamientos superiores al 90%, y trece presas con acoplamiento superior al 80%, que pertenecen a las zonas sísmicas I y II.

Con respecto al acoplamiento 2 (Ψ_2), existe una presa con valor superior al 90%, Tajo de la encantada y 3 con valores superiores al 80%, también de las zonas I y II.

Afortunadamente ninguna presa acoplada está en zona sísmica de valor alto.

Finalmente conviene resaltar que de las cuatro primeras presas clasificadas por acoplamiento dos de ellas:

Torrejón-Tietar y Cedillo, son presas hidroeléctricas de pequeña altura y valles en U muy anchos.

Bibliografía

Salete, Marco, Lopes do Rego.- Arch Gravity Dams Dynamic Qualification - Dam Engineering, 1993

Lopes do Rego.- Estudio de caracterización dinámica de presas bóveda. Tesis Doctoral ETSICC y P Madrid 1.989.

Marco, Carlos.- Análisis del fenómeno de acoplamiento en presas arco - gravedad. Tesis Doctoral ETSICC y P Madrid 1.992.

Inventario de Presas Españolas 1.986 MOPT.

Canet, Oñate, Built, Herrero.- Análisis Dinámico de Presas. Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería. ■