

# FIABILIDAD DE TÚNELES

Alberto Fraile de Lerma.

Dr. Ingeniero Industrial.

SINEX, S.A.

Ignacio del Rey Llorente.

Ingeniero Industrial.

SINEX, S.A.

M<sup>a</sup> Paloma Retana Zúñiga.

Ingeniero Industrial.

SINEX, S.A.

M<sup>a</sup> Sagrario Gómez Lera.

Dr. Ingeniero Industrial.

Prof. ETSI Industrial de la UPM.

Enrique Alarcón Álvarez.

Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.

Prof. ETSI Industrial de la UPM y Presidente de SINEX, S.A.

## RESUMEN

*Se presenta la posibilidad de aplicación de la teoría de la fiabilidad estructural al cálculo de los márgenes de seguridad en túneles excavados.*

*Tras una breve introducción a los procedimientos existentes para analizar la incertidumbre y de examinar las limitaciones de los coeficientes de seguridad tal como se definen habitualmente, se precisan los estados límites propuestos así como las variables aleatorias y la metodología aplicada.*

*Se presenta también un ejemplo sencillo basado en un caso real y se termina con algunas conclusiones entre las que destaca la posibilidad de utilizar el método para resolver el problema inverso de identificación de propiedades.*

## ABSTRACT

*The article examines the possibility of applying the theory of structural security to the calculation of safety margins in underground tunnels.*

*A brief review of the methods of analysing risk is followed by the study of the commonly accepted coefficients of safety. Proposals are made for the limit conditions, the possible variables, and the methodology to be applied.*

*A simple real-life example is presented and the conclusions include a suggestion that the method might also be used to solve the inverse problem of property identification.*

Comentarios a este  
artículo, que deberán  
ser remitidos a la  
Redacción de la ROP  
antes del 30 de  
noviembre de 1997.

Recibido en ROP:  
febrero de 1997

## 1. INTRODUCCIÓN

Como en todas las obras de ingeniería, en la construcción de túneles es habitual la toma de decisiones con datos incompletos. La incertidumbre que esto supone es bien conocida en la profesión y especialmente los túneles son considerados como obras de alto riesgo debido a las indefiniciones geológicas subyacentes a cualquier estudio previo. Por ello su construcción se encomienda a empresas con personal altamente especializado.

La gran aleatoriedad incluida en la información que se maneja (v.g.: propiedades de los materiales, espesores de sostenimiento, geometría de la perforación, etc.) hace que por un lado se apliquen técnicas de cálculo muy refinadas (elementos finitos, elementos discontinuos, elementos de contorno, etc.) en la fase de proyecto y una instrumentación de seguimiento de tensiones y deformaciones durante la construcción que permita controlar la evolución de la estabilidad de la obra.

Sin embargo la mayoría de las veces la forma de estimar la seguridad es muy sumaria y en pocas ocasiones se recurre a un análisis retrospectivo que permita ajustar los modelos numéricos de proyecto. La variabilidad precipitada y la gran cantidad de factores que afectan al resultado final hace que en esta fase se acaben usando modelos numéricos muy sencillos que contrastan fuertemente con la potencia de los utilizados en la fase de proyecto, los cuales se consideran demasiado sensibles a factores que no suelen ser comprendidos por calculistas no especializados.

Se crea así una situación paradójica en que la dificultad de ajuste de los modelos más potentes crea una desconfianza hacia su uso y se impide la evolución hacia bases racionales que elimine la toma de decisiones soportadas por la "palabra de honor" de expertos que, en consecuencia, no transmiten su experiencia.

Sin embargo el uso habitual en estas obras de instrumentación de control las hace especialmente adecuadas para aplicar el método ingenieril basado en la cuantificación de los fenómenos observados mediante la interpretación con modelos abstractos.

En cualquier caso está claro que consciente o inconscientemente el constructor pondera los riesgos siquiera sea de forma subjetiva y valora los márgenes de incertidumbre de los diferentes parámetros, lo que le permite finalmente ofrecer un coste de la obra.

El objetivo de este artículo es recordar la existencia de una metodología de tratamiento de las incertidumbres que permite observar su paso desde los datos a los resultados del modelo

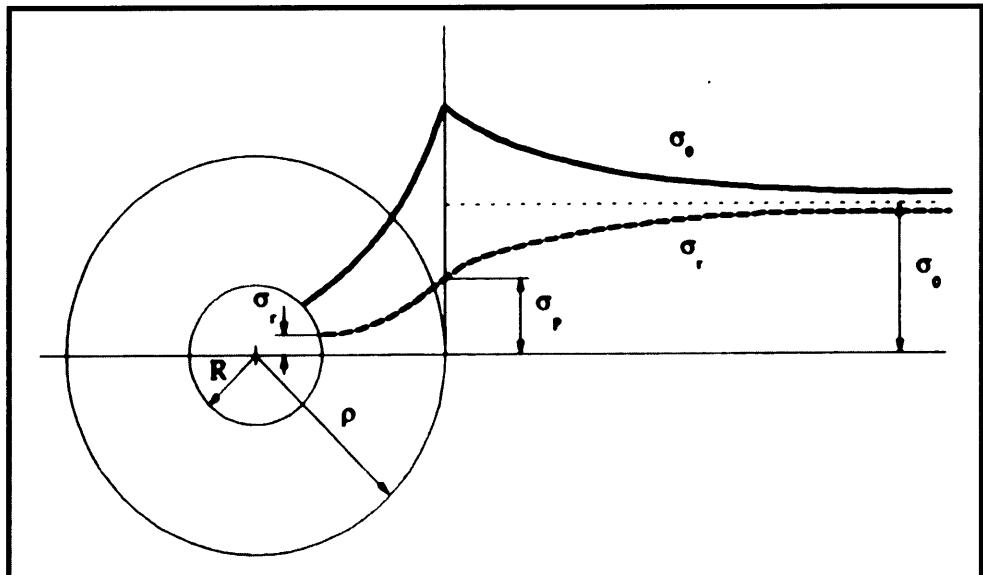


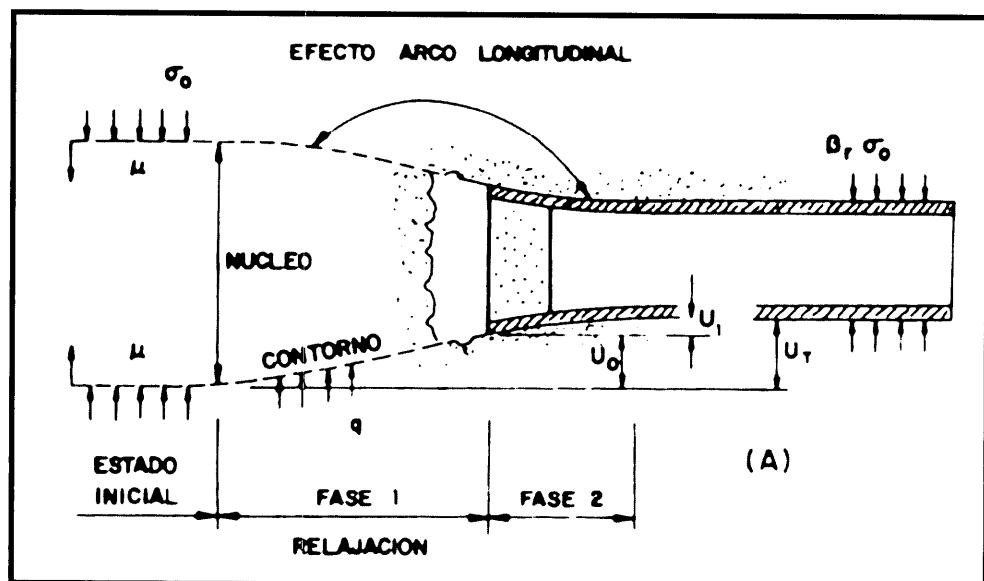
Figura 1.a Estado tensional en el entorno de una excavación circular en un medio elasto-plástico.

numérico que se utilice y con ello establecer estimaciones sobre la probabilidad de fallo o el margen de seguridad de la estructura. En este esquema es posible incluir el conocimiento subjetivo sobre las propiedades estadísticas de la variable aleatoria y, mediante el uso de un modelo numérico con el grado de complejidad adecuado al problema, tomar decisiones con una base racional. Como se verá el método permite cuantificar la importancia relativa de las variables y además puede ser utilizado, dentro de ciertos límites para el problema inverso de identificación de propiedades a partir de datos registrados. Se trata, pues, de un instrumento muy adecuado tanto para el proyecto como para el control de la obra.

## 2. EL PROCESO DE PERFORACIÓN DE TÚNELES

Como es sabido, el proceso de perforación de un túnel produce una redistribución de tensiones tanto en sentido longitudinal como transversal que se recoge en las figuras 1a y 1b.

En ambos casos se supone un túnel circular de radio R situado en un campo de tensiones isótropo de valor  $\sigma_0$ . Si se admite que el material sea elastoplástico y que el efecto del sostenimiento equivale a la aplicación de una tensión radial  $\sigma_r$ , dependiendo del valor relativo entre ambas tensiones se forma una zona plastificada de radio  $p$  que provoca un arco de descarga transversal y cuya estabilidad debe garantizarse para que se mantenga la seguridad del túnel. Hasta llegar al valor  $\sigma_r$  se suceden unos estados intermedios relacionados con la construcción del túnel y que se bosquejan en la figura 1b, sección longitudinal de aquél. Lejos de la perforación el terreno se



**Figura 1.b.** Perfil longitudinal de la excavación.

encuentra sometido al campo inicial  $\sigma_0$ , pero tan pronto como el frente de perforación se acerca se comienzan a producir desplazamientos que tienden a cerrar el túnel (fase II) y que raramente pueden ser registrados. Al producirse la perforación se acelera el proceso que se ve frenado por la progresiva puesta en carga del sostenimiento que se va colocando. Antes de que éste se

**Figura 2 Curva convergencia-confinamiento según Rabcewicz.**

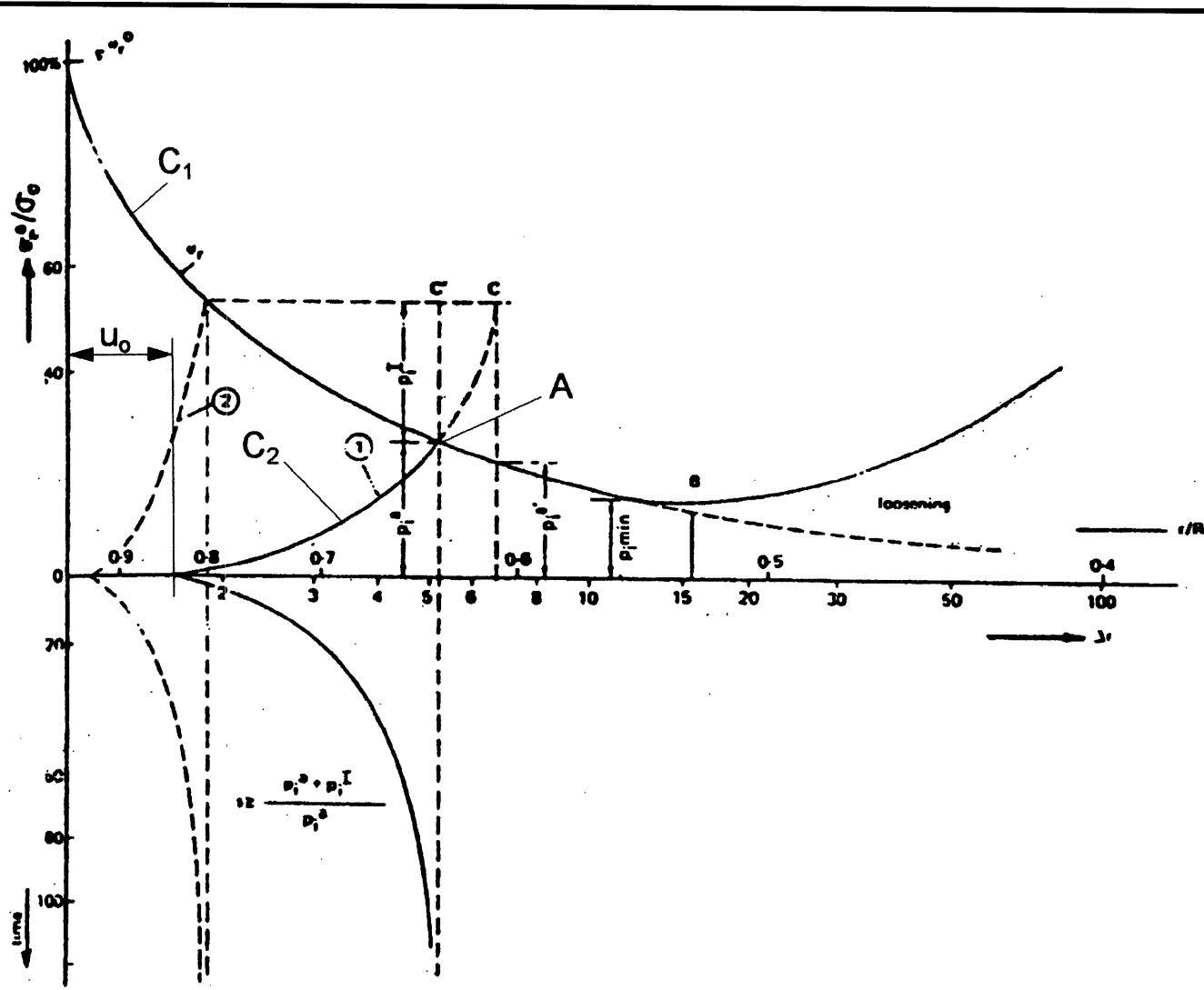
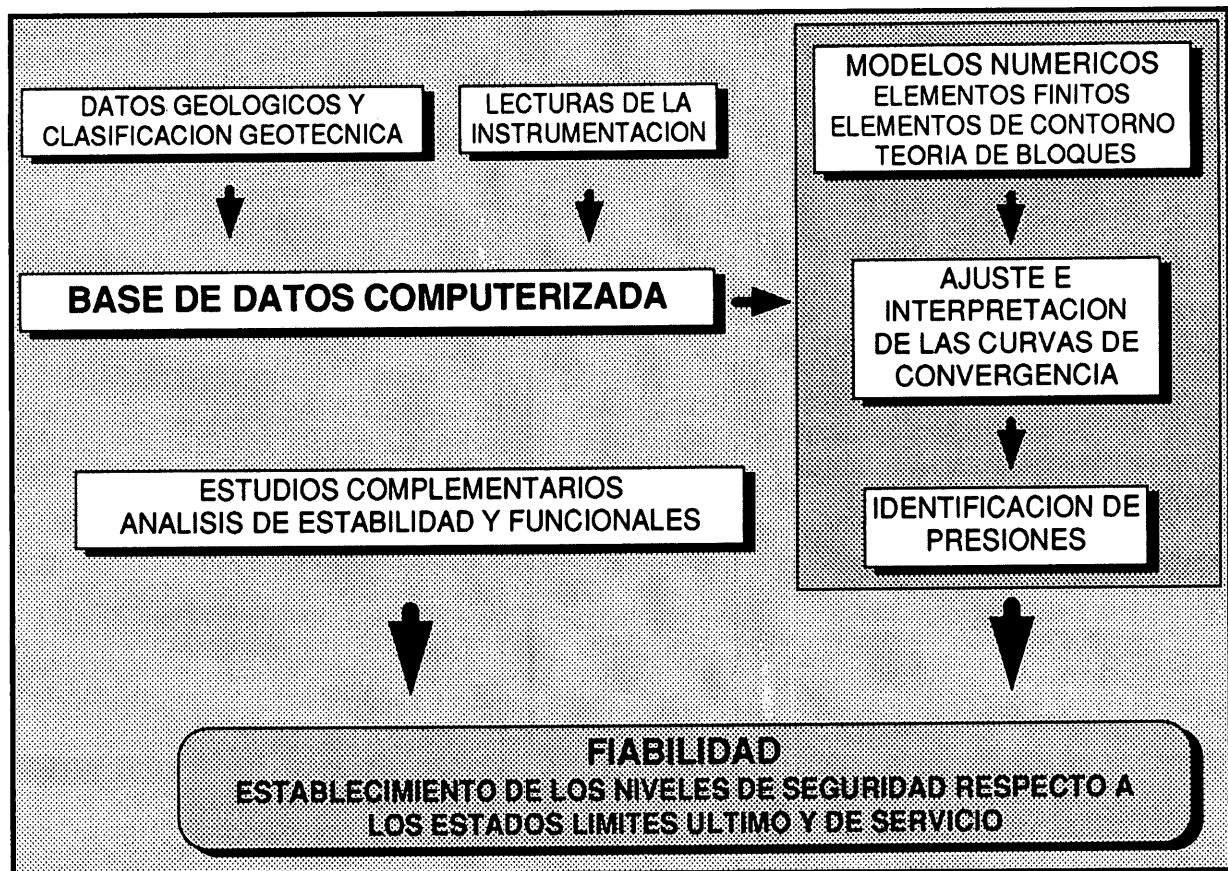


Figura 3.  
Esquema de actuación.



materialice es difícil conseguir llevar a cabo medidas de desplazamientos, por lo que existe un valor  $u_0$  que generalmente es imposible obtener.

Con el sostenimiento colocado, fase III, se sigue produciendo un movimiento radial  $u_1$  que refleja el efecto arco longitudinal, hasta que finalmente se alcanza la tensión final de estabilización  $\sigma_r$ . En ocasiones existen efectos diferidos que se pueden modelar con medios viscoplásticos, pero generalmente este esquema es suficiente para interpretar los resultados.

Siguiendo el esquema de Rabcewicz (ref. 1), la tensión de equilibrio ( $r$ ) se alcanza estudiando por separado las llamadas curvas características que relacionan en el terreno y en el sostenimiento la presión radial actuante con el correspondiente desplazamiento.

En la figura 2, la curva  $C_1$  representa los desplazamientos que se producen en el medio rocoso cuando se va reduciendo la presión de confinamiento, mientras que la curva  $C_2$  indica el endurecimiento progresivo del sostenimiento.  $u_0$  es el desplazamiento producido en el momento de su colocación.

El corte de ambas curvas (punto A) permite obtener la presión de interacción así como el desplazamiento total en el equilibrio. Una proyección en un eje de tiempos conduce a la curva de convergencias que tiende a estabilizarse en el punto correspondiente al corte de  $C_1$  y  $C_2$ .

En la figura son dignos de destacar dos aspectos: por un lado la definición de coeficiente de seguridad como cociente de presiones entre el valor máximo del sostenimiento y la correspondiente al punto de corte, y por otro lado la necesidad de preaverse respecto a un cierto valor mínimo a partir del cual se produce la rotura del arco de terreno y por consiguiente la necesidad de aumentar las presiones de sostenimiento. Esta idea ha sido repetidamente discutida en la literatura técnica pero no existe un acuerdo general sobre cómo determinar el valor de  $p_{min}$  aunque más adelante se comentará algo más del tema.

Según esta interpretación de Rabcewicz, el sostenimiento actúa como responsable de mantener la tensión de confinamiento que, a su vez, mantiene estable el arco de terreno. La habilidad del constructor consiste en escoger un tipo de sostenimiento y un momento de colocación suficientemente lejos de las grandes presiones y de la presión mínima para garantizar a la vez la seguridad de terreno y sostenimiento en forma económica.

Este marco conceptual se utiliza como arma de anteproyecto e interpretación de resultados (ref. 2) aunque en casos más generales debe corregirse con métodos de cálculo más potentes.

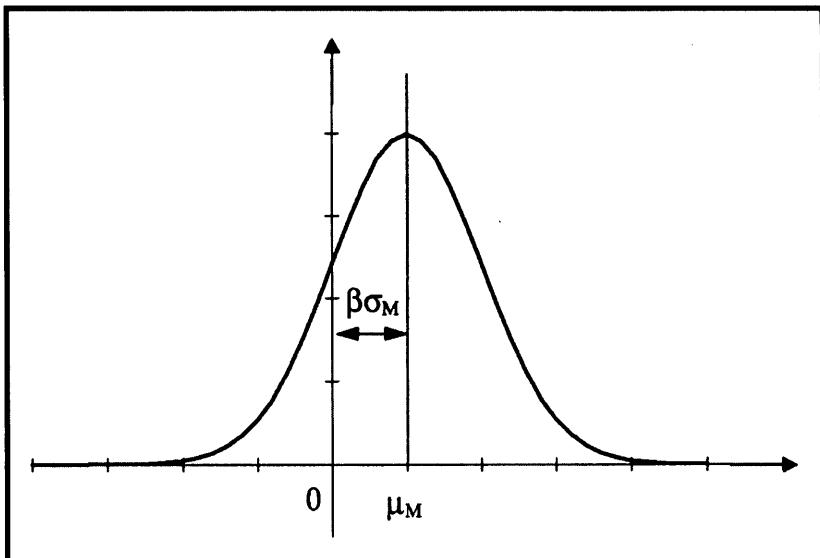
En cualquier caso durante la construcción se practica generalmente un control de diferentes parámetros cuyo objetivo

final es el establecimiento de los márgenes de seguridad conseguidos en la obra. Para ello se disponen células de presión tanto en la interfase como en el sostenimiento, extensómetros con la cabeza localizada en el sostenimiento o en superficie, y se miden las convergencias entre puntos seleccionados en el sostenimiento.

Con los datos así obtenidos se procede a un ajuste de modelos matemáticos que permitan interpretar los fenómenos globales y con ello estimar los niveles de seguridad realmente conseguidos en la obra (fig. 3).

El control de la construcción de un túnel se presenta así como un proceso dinámico en que deben llevarse en paralelo las medidas y los cálculos retrospectivos, lo que lo convierte en una forma apasionante de adquisición de auténtica experiencia ingenieril.

**Figura 4.a.**  
Función de densidad de la variable M.



### 3. ESTABLECIMIENTO DE LA SEGURIDAD. TRANSMISIÓN DE LA INCERTIDUMBRE

Según se ha indicado en el apartado anterior el planteamiento del coeficiente de seguridad según Rabcewicz corresponde a los conceptos clásicos de comparación de valores deterministas y tiene limitaciones bien conocidas alguna de las cuales puede ponerse de manifiesto utilizando la teoría clásica de margen de seguridad (ref. 3).

Según la idea de Rabcewicz el margen de seguridad es:

$$M = P_{\max} - P \quad (1)$$

donde:

$P_{\max}$  es la carga radial máxima que puede resistir el sostenimiento

$P$  es la carga radial de interacción terreno-sostenimiento

Si se supone que  $P_{\max}$  y  $P$  son variables aleatorias normales e independientes el valor medio ( $M$ ) y la desviación típica ( $M$  de  $M$ ) son respectivamente

$$\mu_M = \mu_{P_{\max}} - \mu_P \quad \sigma_M = \sqrt{\sigma_{P_{\max}}^2 + \sigma_P^2} \quad (2)$$

con una distribución normal  $\Phi(\xi)$  sobre la variable tipificada.

Si se observa la figura 4.a, donde se bosqueja la función de densidad de probabilidad de  $M$ , se puede definir la probabilidad de fallo como:

$$\phi_f = \phi(M \leq 0) = \Phi\left(-\frac{\mu_M}{\sigma_M}\right) = \Phi(-\beta) \quad (4)$$

donde se ha hecho

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \frac{\mu_{P_{\max}} - \mu_P}{\sqrt{\sigma_{P_{\max}}^2 + \sigma_P^2}} \quad (5)$$

Si el coeficiente  $n$  de seguridad se define sobre valores medios

$$n = \frac{\mu_{P_{\max}}}{\mu_P} \quad (6)$$

y se introducen los coeficientes de variación de  $P_{\max}$  y  $P$

$$V_{P_{\max}} = \frac{\sigma_{P_{\max}}}{\mu_{P_{\max}}} \quad V_P = \frac{\sigma_P}{\mu_P} \quad (7)$$

se puede escribir:

$$\beta = \frac{n-1}{\sqrt{n^2 V_{P_{\max}}^2 + V_P^2}} \quad (8)$$

que muestra la relación no lineal entre la probabilidad de fallo (medida con  $\beta$  según 4) y el coeficiente de seguridad  $n$  así como la importancia de la incertidumbre (medida con los de variación) de  $P_{\max}$  y  $P$ .

Se recoge a continuación una aplicación en que tanto el terreno como el sostenimiento son lineales y en que se toman como variables aleatorias la tensión en el hormigón del sostenimiento  $\sigma_u$  y la convergencia inicial  $u_0$ . En este caso es fácil obtener que (8) se reduce a:

$$\beta = \frac{n-1}{\sqrt{n^2 V_{\sigma_u}^2 + V_{u_0}^2 \left[ \frac{1}{u_{\max}/u_0 - 1} \right]^2}} \quad (9)$$

La figura 4.b recoge esta expresión para diferentes valores de los coeficientes de variación.

Puede verse que, para un coeficiente de seguridad 2 se dan valores de  $\beta$  comprendidos entre 2 y más de 4 lo que corresponde a probabilidades de fallo entre  $2'27 \cdot 10^{-2}$  y  $3'1 \cdot 10^{-5}$ , margen amplísimo que da una idea de la importancia del problema.

Para introducir la incertidumbre en los cálculos y ver cómo se transmite desde los datos a la respuesta se ha desarrollado el método probabilista de los elementos finitos (PFEM) (ref. 4) que permite tratar geometrías complejas. Aunque existen diferentes alternativas la más sencilla está basada en un desarrollo en serie hasta los términos lineales con las variables aleatorias.

Estas últimas (v.g.: los módulos de Young, los espesores, el estado inicial de tensiones, etc.) se recogen en un vector de

variables básicas  $\{z\}$  respecto al que se desarrolla la ecuación de equilibrio típica alrededor de los valores medios de  $\{z\}$ .

$$[K]\{u\} = \{f\} \quad (10)$$

donde  $[K]$  es la matriz de rigidez del sistema,  $\{u\}$  el vector de desplazamientos nodales y  $\{f\}$  el vector de cargas.

Es fácil ver que si el desarrollo se limita a términos lineales se tienen:

$$[K^0]\{u^0\} = \{f^0\} \Rightarrow [K^0] \left\{ \frac{\partial u}{\partial z_i} \right\}^0 = \left\{ \frac{\partial f}{\partial z_i} \right\}^0 - \left\{ \frac{\partial K}{\partial z_i} \right\}^0 \{u^0\} \quad (11)$$

donde los "0" indican particularización para los valores medios de las variables básicas.

Si se suponen conocidos el vector de valores medios de  $\{z\}$  y la matriz de covarianzas  $[S_z]$  es inmediato comprobar que:

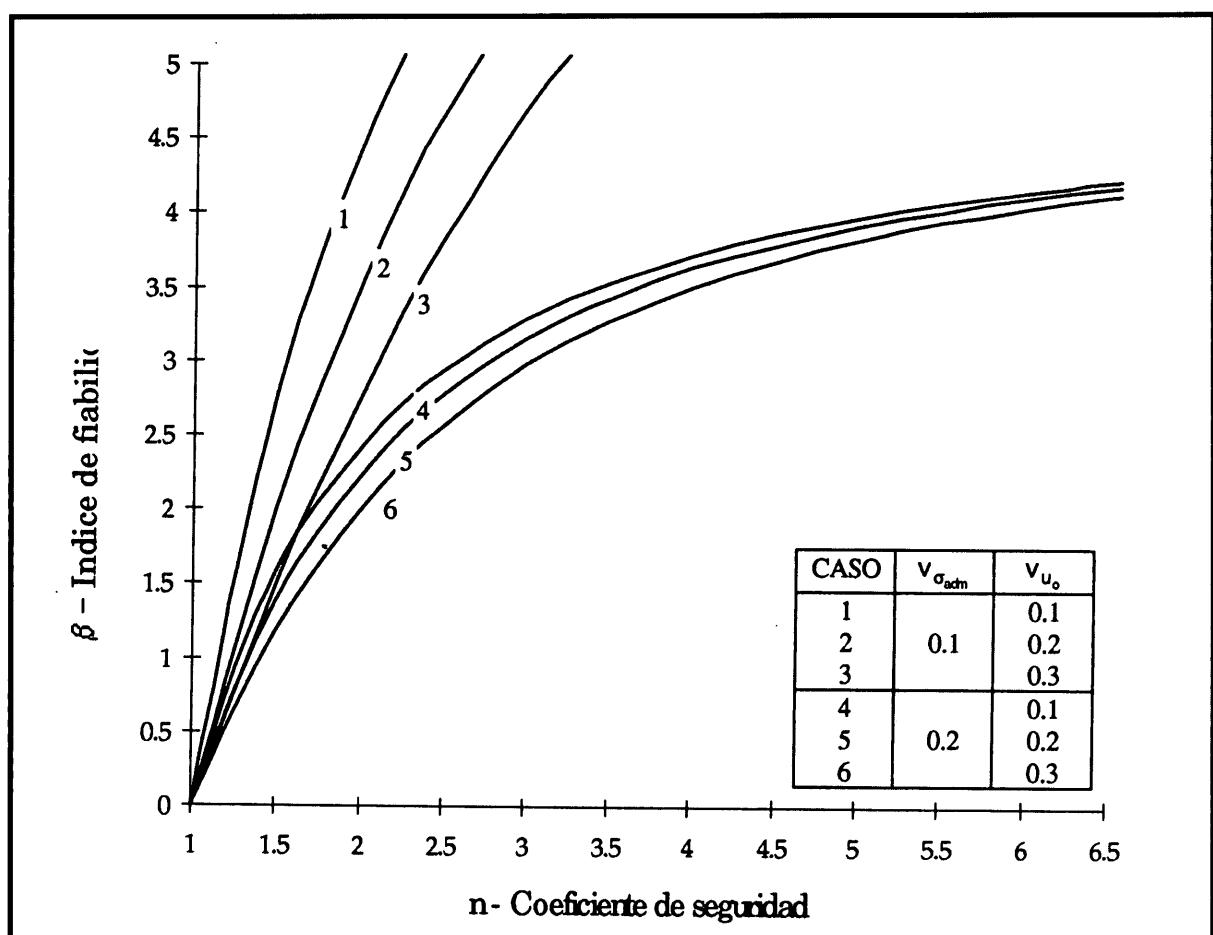


Figura 4.b.  
Relación entre  
el índice de  
fiabilidad y el  
coeficiente de  
seguridad.

$$[\bar{u}] = \{u^0\} \quad [S_u] = \left\{ \frac{\partial u}{\partial z} \right\}^T [S_z] \left\{ \frac{\partial u}{\partial z} \right\} \quad (12)$$

Es decir es posible obtener los dos momentos de las variables dependientes  $\{u\}$  en función de los de las variables básicas  $\{z\}$  sin más que aplicar (12) tras resolver los sistemas de ecuaciones (11).

Obsérvese que el primer sistema de (11) corresponde a la resolución clásica con valores medios, mientras que el segundo juego de ecuaciones representa tantos sistemas como variables básicas haya, lo que da una idea del esfuerzo de cálculo.

Aunque este método permite establecer conclusiones de interés y, en particular los valores de  $\{\partial u / \partial z_i\}$  son una indicación de la sensibilidad de las variables dependientes a variaciones de las básicas, el cálculo de probabilidades de fallo es complicado, dependiendo del dominio de integración, incluso para variables que se puedan considerar normales.

Ello ha hecho que se plantee la posibilidad de conectar el formalismo de la ecuación (11) con la metodología de fiabilidad de estructuras para intentar hacer estimaciones basadas en un solo parámetro, tal como se resume en el apartado siguiente.

#### 4. LA METODOLOGÍA DE FIABILIDAD ESTRUCTURAL

Las primeras ideas de fiabilidad estructural se deben a Freudenthal (ref 5) y se remontan a 1947. En España el cálculo probabilista comienza con las brillantes aportaciones de Alfredo Paez y Eduardo Torroja (ref. 6) al establecimiento de la seguridad en estructuras de hormigón. El centro de gravedad de estos estudios se desplazó a Lisboa (ref. 7) y posteriormente a USA (ref. 8) y los países nórdicos (ref. 9). Desde 1982 existen textos (ref. 10 a 16) que han permitido la incorporación de esta metodología a los currícula de los estudiantes de ingeniería lo que hace suponer que su aplicación a los problemas de la construcción irá creciendo con el tiempo.

En problemas relativos a suelos son dignos de destacar los trabajos pioneros de Alonso (ref. 17) y Rethati (1985), así como la sistematización de conceptos de campos aleatorios (ref. 19) o del variograma (20). Un resumen reciente de posibilidades puede verse en (21) o (31).

Al igual que en el caso de los elementos finitos probabilistas se define un conjunto de variables básicas  $\{z\}$  de las que se suponen conocidos sus valores medios y sus covarianzas, así como el tipo de función de que se considera más apropiado para su representación.

A continuación se definen unos estados límites que en el espacio de las variables básicas pueden representarse por superficies  $g(z)$  que separan la zona en que los valores de las variables básicas implican la superación del estado límite (y por tanto el fallo respecto al mismo) de la zona segura. La probabilidad del fallo es la integral de la densidad de probabilidad

conjunta en la zona de fallo y la fiabilidad el valor complementario.

El cálculo de la probabilidad se realiza de forma indirecta y aproximada mediante un índice de fiabilidad ( $\beta$ , generalización del introducido en el apartado 3, que mide la mínima distancia entre el origen y la superficie de fallo en un espacio tipificado de variables normales independientes  $\{y\}$  obtenido mediante una transformación  $\{y\} = [\Gamma] \{z\}$  que mantenga los valores de la distribución y densidad de probabilidad. Ello implica que es preciso realizar un cambio de variables para eliminar la correlación, una tipificación de las mismas y una asimilación a distribuciones normales que generalmente se lleva a cabo ajustando los valores de la media y la desviación típica en el punto en estudio. (Véase v.g.: ref. 13).

En este espacio transformado el problema se reduce a calcular el punto  $\{y^*\}$  de la superficie de fallo (representativa del estado límite) mediante:

$$Q = \frac{1}{2} \{y\}^T \{y\} = \text{mínimo} \quad (13)$$

condicionado a que  $\{z^*\}$  esté en la superficie de fallo

$$G(\{z^*\}) = 0 \quad (14)$$

donde  $G(\{y\}) = G([\Gamma] \{z\}) = G(\{z\}) = 0$

El punto  $\{y^*\}$  es llamado punto de proyecto y se puede escribir como:

$$\{y^*\} = \beta[\alpha] \quad (15)$$

donde  $\beta$  es la distancia y  $\{\alpha\}$  contiene los cosenos directores del radio vector que expresan la sensibilidad del punto de proyecto a la variación a cada una de las variables.

En este espacio es posible obtener la probabilidad de fallo mediante la ecuación (4) y también, comparando los valores del punto de proyecto con los valores medios, calcular coeficientes de ponderación para cálculos deterministas en ocasiones similares.

El algoritmo de búsqueda del mínimo de (14) es característico de cada procedimiento aunque es muy popular y efectivo el método de Rackwitz, Fiessler (ref. 13).

Finalmente cabe indicar que el método puede utilizarse para análisis retrospectivo si se intenta ajustar una única condición (por ejemplo: el desplazamiento o la tensión en un punto) ya que basta poner el valor medido como estado límite y buscar el conjunto  $\{y^*\}$  correspondiente al punto de proyecto de ese estado.

## 5. FIABILIDAD DE TÚNELES

En lo que sigue se presentan algunos resultados obtenidos aplicando los conceptos anteriores a túneles excavados. En primer lugar se describen los estados límites prescritos y las variables básicas escogidas y, a continuación se comenta el modelo de cálculo. En las referencias 22 a 24 se describe un procedimiento alternativo, basado en el método de la superficie de respuesta, que corresponde al modelo clásico de Rabcewicz. En este artículo se resume un estudio más amplio (ref. 25) en que se combina la teoría de fiabilidad con el método probabilista de los elementos finitos para poder afrontar situaciones más generales. Sin embargo se limita al modelo de cálculo al comportamiento lineal y elástico de los materiales.

Puesto que se trata de presentar herramientas de uso relativamente sencillo en ambos casos se ha planteado el caso bidimensional aunque en el segundo se ha utilizado el método de Panet para representar los diferentes porcentajes de convergencia  $u_0$ ,  $u_1$  (fig. 1) que se producen antes y después de aplicado el sostenimiento. Aunque ello no representa el complejo problema que se produce en las proximidades del frente sirve para introducir el fenómeno tridimensional de transferencia de carga de forma suficientemente aproximada para las aplicaciones.

La figura 6 (ref. 26) representa el valor del coeficiente de Panet  $\lambda$  para un túnel no revestido en terreno lineal, así como las tensiones y desplazamientos que corresponden a cada estado. Puede observarse que valores altos de  $\lambda$  corresponden a situaciones en que se está cerca de la estabilización final. En el caso de túneles revestidos ello indica que el sostenimiento se ha aplicado en una etapa muy tardía a gran distancia del frente y la mayor parte de la convergencia se ha producido antes de que aquél exista, por lo que las convergencias medidas tras su construcción serán muy bajas.

Obsérvese también que la hipótesis de aleatoriedad impediría la reducción de 3 a 2 dimensiones, estrictamente hablando. De nuevo la necesidad de disponer de un procedimiento aplicable en la práctica induce a admitir esta simplificación adicional.

### 5.1. ESTADOS LÍMITES PROPUESTOS

Tal como se ha indicado en el apartado 2 durante la construcción de túneles se realizan medidas sistemáticas relacionadas con desplazamientos (convergencias, extensómetros) y tensiones (células de interfase y células de sostenimiento) de modo que es natural plantear los estados límites sobre estas medidas. Por otro lado existen dos condiciones que afectan al

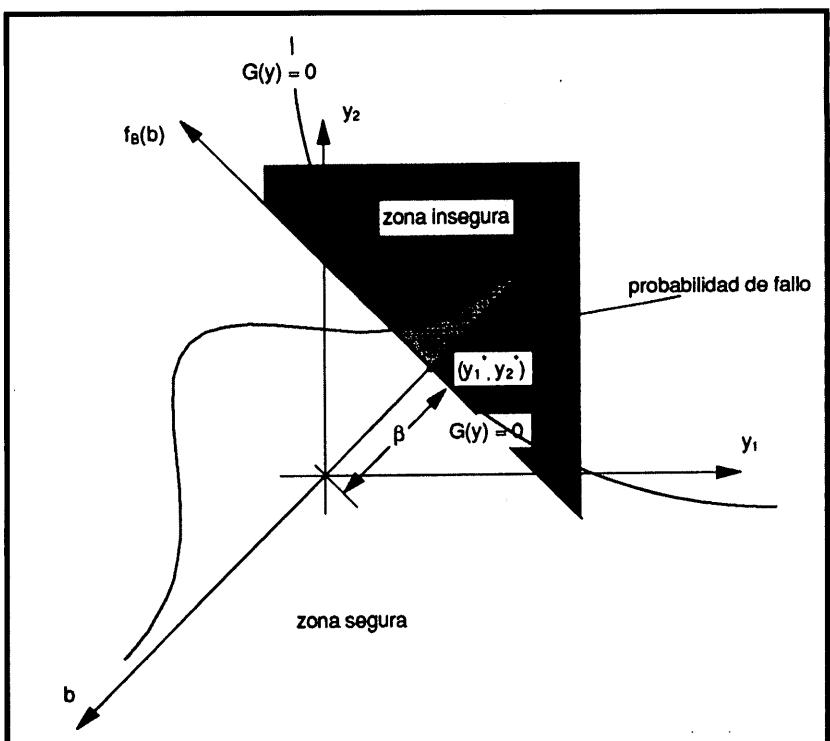


Figura 5. Índice de fiabilidad de Hasofer y Lind.

constructor: la línea de abono y la necesidad de asegurar la estabilidad del arco de terreno plastificado. En el primer caso el constructor se ve obligado a ajustarse a la geometría establecida dentro de un estrecho margen so pena de sufrir una penalización económica, pero además un desplazamiento excesivo del terreno puede actuar en su contra. En este sentido la limitación de desplazamientos relativos (convergencias) puede considerarse como un estado límite de servicio. Por otro lado la estabilidad del arco de terreno se ve afectada también por el desplazamiento ya que si se supera el valor correspondiente a la presión mínima (fig. 2) se entra en una fase inestable. En este caso la convergencia mediría un estado último. Para evitar esta duplicidad y controlar factores más directos se puede analizar el estado de tensiones en algún punto del terreno o, para conseguir una representación más global, recurrir a limitar el radio de plastificación a un múltiplo del radio medio del túnel. Este criterio es generalmente utilizado en el proyecto de túneles y parece preferible al anterior como estado límite último ya que afecta directamente la estabilidad. En caso de túneles no circulares puede optarse por medir la distancia máxima (véase apartado 6) a la que llega la plastificación o calcular un valor medio de la misma.

Por otro lado sería más directo calcular una presión de interfase terreno-sostenimiento que cuantificase la presión mínima para evitar la disgregación. Existen algunas propuestas (ref. 27) cuyas posibilidades no han sido exploradas en este artículo.

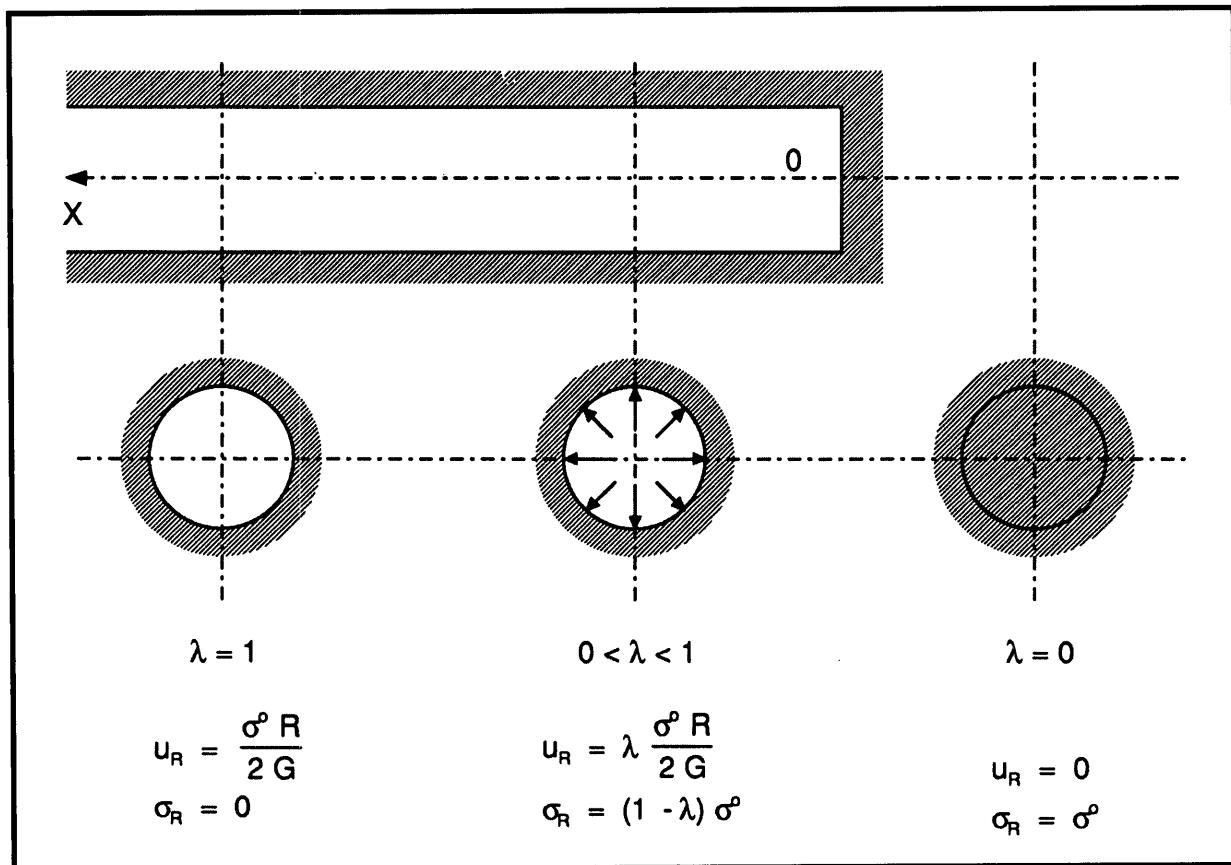


Figura 6.  
Esquema  
de Panet en  
medio lineal  
y elástico.

Finalmente debe garantizarse la estabilidad del sostenimiento. En este caso se puede recurrir al criterio clásico expuesto en el apartado 3, fijando una condición en tensiones. Por ejemplo puede exigirse que la tensión en una sección del sostenimiento no supere un determinado valor, o que la combinación de esfuerzos en ella se encuentre comprendida en el "dominio seguro" de un diagrama de interacción.

En los ejemplos que se desarrollan en el apartado siguiente los estados límite escogidos son: (fig. 7)

- Convergencia inferior a un valor límite
- Radio de "plastificación" inferior a un valor límite
- Tensión en la fibra neutra del sostenimiento inferior a un valor límite

Puesto que se va a utilizar un método de cálculo lineal y elástico se precisa disponer de algún criterio que permita obtener un radio de "plastificación". Para ello se recurre al concepto de índice de sobre tensión OSR (over-stress ratio) que se define (fig. 7) comparando el radio  $\phi^*$  del círculo de Mohr del estado de tensión en un punto con el máximo admisible (en un criterio de Mohr-Coulomb, por ejemplo):

$$\text{OSR} = \frac{\phi}{\phi^*} = \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2 \cos \varphi + (\sigma_1 + \sigma_3) \operatorname{sen} \varphi} \quad (16)$$

Si OSR < 1 el régimen es elástico, si OSR > 1 se considera que el elemento ha debido plastificar.

Con ello la condición:

$$R_{\text{plast}} \leq 2R \quad (17)$$

se transforma en la condición:

$$\text{OSR} \leq 1 \text{ a una distancia } 2R \quad (18)$$

Un nuevo problema se plantea ahora, ya que la curva OSR = 1 depende de la geometría del túnel y de las características del terreno.

La figura 8 representa diferentes casos en los que se aprecia la existencia de direcciones privilegiadas según las cuales el valor límite se alcanza a distancias distintas. Se propone que, tras un estudio previo con valores medios, el proyectista escoja la dirección en la que se aprecia un mayor alcance del OSR = 1 y, a lo largo de ella, se mida la distancia R y se seleccione el punto en que se va a realizar la comprobación (18).

Figura 7. Estados límites en túneles.

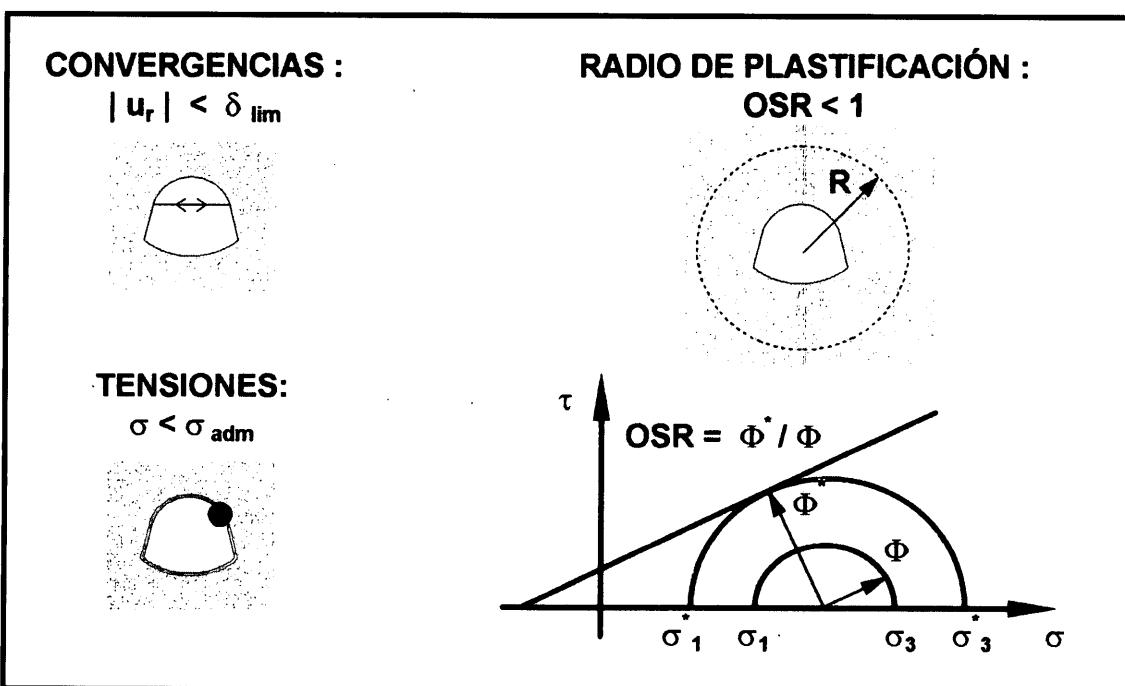
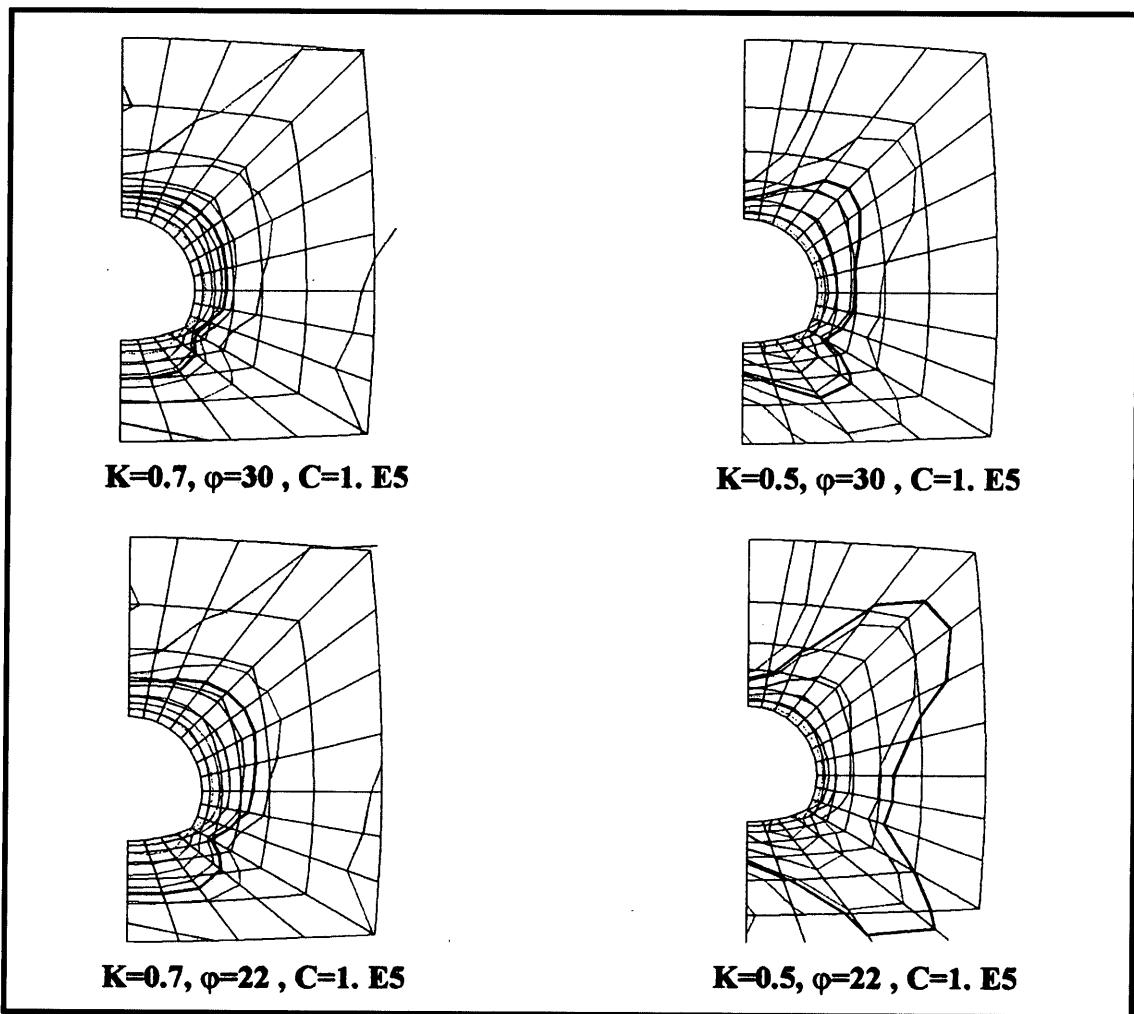


Figura 8. Curva OSR = 1 (en linea negra continua) para diferentes tipos de terreno.



## 5.2. VARIABLES BÁSICAS

Las incertidumbres se pueden agrupar en conjuntos relativos al sostenimiento y al terreno. Una característica común es la geometría de la excavación que afecta tanto a la distribución de tensiones en el terreno como a los espesores del sostenimiento necesarios para conseguir un intradós continuo.

Aunque es posible introducir la geometría de la perforación como variable (ref. 25) este estudio se ha limitado a incorporar la aleatoriedad en el espesor del sostenimiento. Entre las variables consideradas en los ejemplos llevados a cabo se encuentran:

### ▼ Relativas a los materiales modelizados:

- En el terreno: módulo de elasticidad, densidad, cohesión, estado inicial de tensiones, etc
- En el sostenimiento: espesor, densidad, etc
- ▼ Relativas al proceso de simulación: coeficiente de Panet, etapas de excavación (avance, destroza), etc

Generalmente las variables no son independientes por lo que se precisa definir la matriz de correlación.

Por otro lado se plantea el tema de la definición de las características del terreno como campos aleatorios. Las referencias 19 y 28 pueden consultarse con provecho al respecto.

Como es sabido se define una propiedad, por ejemplo el módulo de Young E mediante su valor medio ( $E$ , su desviación típica  $\sigma_E$  y la función de correlación  $p(x_1 x_2)$  donde  $\{x_1\}$  y  $\{x_2\}$  son dos puntos del dominio. El tratamiento suele basarse en leyes del tipo  $\exp(-\nabla(x_1 x_2)/b)$  ó  $\exp[-(\nabla(x_1 x_2)/b)^2]$  donde  $\nabla(x_1 x_2)$  es la distancia entre los puntos  $\{x_1\}$  y  $\{x_2\}$  y  $b$  es el parámetro característico del campo denominado longitud de correlación. La determinación experimental de  $b$  está bien documentada en las referencias 19, 20, 21, 29. Si  $b$  es alta ello significa que se produce un amortiguamiento lento de la correlación y por tanto puntos muy alejados tienen valores muy correlacionados. Por contra un valor bajo de  $b$  significa que puntos relativamente cercanos están poco correlacionados.

En ocasiones la falta de datos experimentales conduce a aceptar una correlación total, aunque en estos casos se definen zonas con valores uniformes. En el caso lineal por ejemplo es habitual definir un anillo alrededor del túnel en el que se define un módulo de Young inferior al resto en un intento de modelar, siquiera aproximadamente, el efecto de las plastificación del material.

Desde el punto de vista numérico es preciso proceder a una discretización del campo aleatorio, semejante, a la que se lleva a cabo en el campo de desplazamientos. Se precisa pues una malla de elementos a los que se llamará subregiones entre los que interpolar los valores del campo. En general esta malla no tiene que ser tan fina como la utilizada para aquél caso, lo que es muy importante pues el número de variables aleatorias a tratar en el estudio crece con la densidad de la malla.

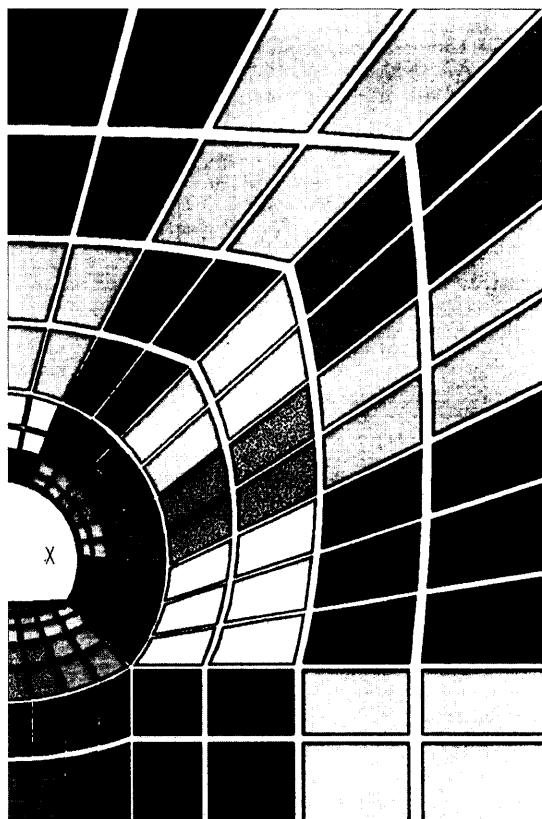


Figura 9. Mallas de elementos finitos y de subregiones del campo aleatorio E.

Sin embargo se ha observado que para obtener buenos resultados existe una relación entre el tamaño de las subregiones y la longitud de correlación  $b$ . Generalmente se recomienda que el máximo tamaño de la subregión sea inferior a una cantidad del orden de  $b/4$  a  $b/2$ .

La figura 9 recoge un ejemplo utilizado para modelar en un caso real la malla de elementos finitos y las subregiones del módulo de Young. En un anillo de espesor igual al radio del túnel se ha definido un campo aleatorio de longitud de correlación igual a 5m, mientras que en el resto la longitud de correlación es de 12m. Según la regla anterior el tamaño máximo de las subregiones en este último caso debería estar comprendido entre 3 y 6 m. Puesto que se espera que la influencia de las subregiones lejanas al túnel no sea grande, su tamaño se ha ido ajustando a esos límites según la distancia a aquél.

Una forma más general de definir el coeficiente de autocorrelación espacial consistiría en admitir longitudes diferentes en horizontal y vertical

$$\rho_{EE}(\Delta x; \Delta y) = \exp \left[ - \left( \frac{\Delta x}{\alpha_x L_x} \right)^2 - \left( \frac{\Delta y}{\alpha_y L_y} \right)^2 \right] \quad (19)$$

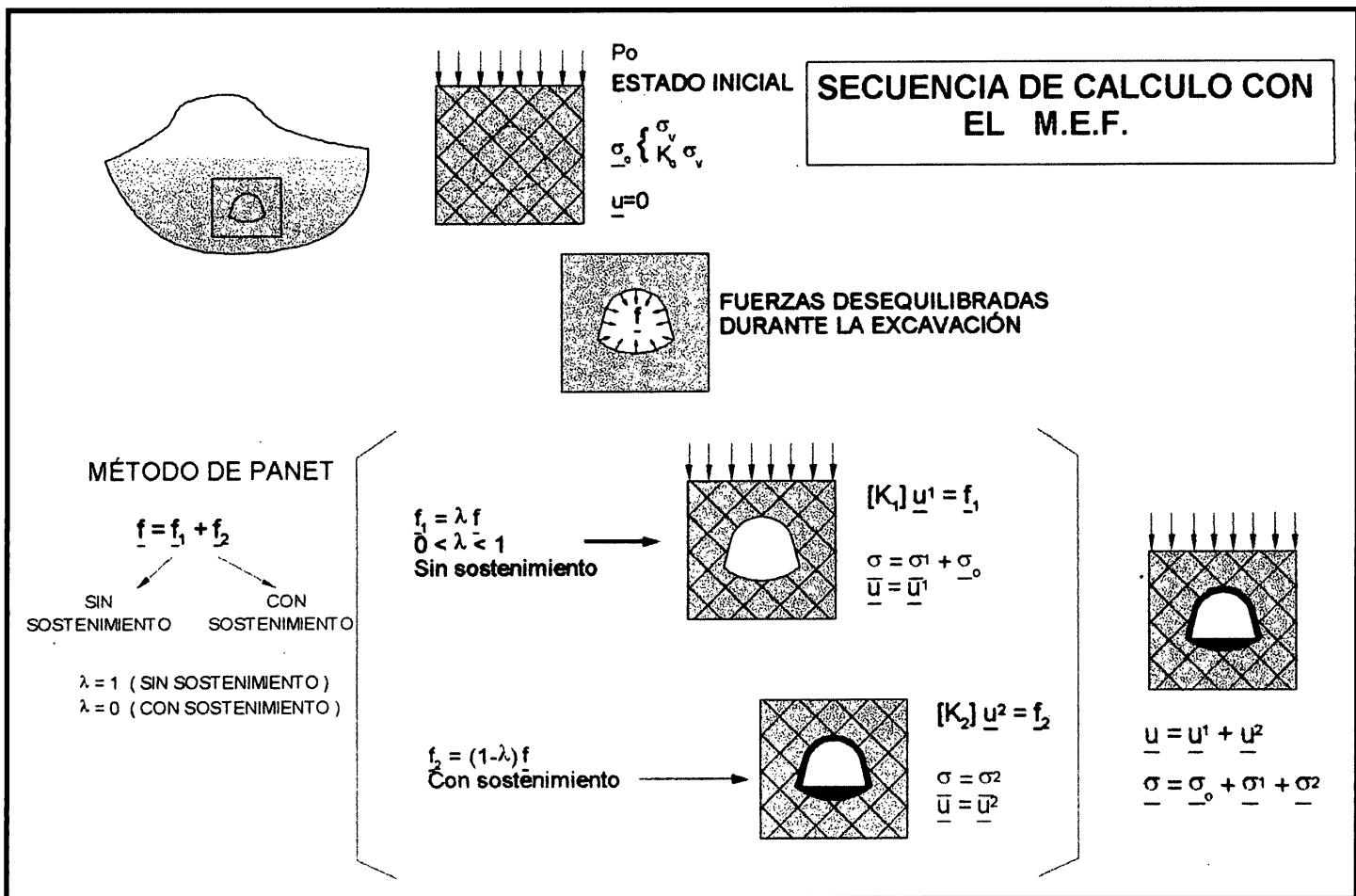


Figura 10. Etapas de cálculo con el método de Panet.

donde las longitudes de correlación se han relacionado con las dimensiones  $L_x$ ,  $L_y$  de la malla de elementos finitos.

### 5.3. SECUENCIA DE CÁLCULO

La figura 10 recoge las diferentes etapas de cálculo correspondientes a la aplicación del método de Panet con elementos finitos. Se comienza aislando una zona de la masa rocosa sobre la que se hace actuar el estado inicial de tensiones  $\{\sigma_0\}$  además de una sobrecarga  $p_0$  en la cara superior que equivale a la presión geoestática de la parte no modelada. Los bordes laterales y el fondo se encuentran contenidos para provocar las reacciones que equilibran el estado inicial de tensiones. Este se define mediante un coeficiente de empuje al reposo  $K_0$  y una tensión vertical geostática  $\sigma_v$  así como por la condición de deformación plana.

Aunque generalmente el proceso de excavación tiene diferentes fases (vg.: avance y destroza) aquí solo se describe un caso con excavación total y aplicación posterior del sostenimiento

aunque ello no implica limitaciones al razonamiento que podría generalizarse para un número mayor de etapas.

Si no se lleva a cabo el mallado del orificio a excavar, la suma de fuerzas en nudos, equivalentes al estado inicial de tensiones conduce a obtener las fuerzas desequilibradas  $\{f\}$  en el borde de aquél. De ellas, tan solo una parte actúan antes de aplicar el sostenimiento pues el efecto tridimensional de la excavación equivale a sostenimiento virtual (fig. 6) capaz de absorber unas presiones  $(1 - \lambda) \sigma_0$ .

Las fuerzas equivalentes a la etapa sin sostenimiento son pues

$$\{f_1\} = \lambda \{f\} \quad (20)$$

y su efecto se obtiene resolviendo un problema

$$[k_1] \{u^1\} = \{f_1\} \quad (21)$$

lo que conduce a unas tensiones totales

$$\{\sigma\} = \{\sigma_1\} + \{\sigma_0\} \quad (22)$$

y a unos desplazamientos totales

$$\{u\} = \{u^1\} \quad (23)$$

Mientras se coloca el hormigón proyectado el frente avanza y con ello se produce la transferencia de las cargas restantes

$$\{f_2\} = (1 - \lambda)\{f\} \quad (24)$$

Estas cargas se obtienen automáticamente si se considera que  $\{\sigma_1\} + \{\sigma_0\}$  es ahora el estado inicial de tensiones. Además, en esta etapa se añade el sostenimiento con lo que la matriz de rigidez se transforma en  $[k_2]$  y así debe resolverse el problema

$$[k_2]\{u^2\} = \{f_2\} \quad (25)$$

lo que permite obtener el incremento de tensiones  $\{\sigma^2\}$  y el de desplazamientos  $\{u^2\}$ . Generalmente es este último el que corresponde a las medidas de convergencia llevadas a cabo en obra. El carácter lineal del problema permite escribir:

$$\begin{aligned} \{u\} &= \{u^1\} + \{u^2\} \\ \{\sigma\} &= \{\sigma_0\} + \{\sigma^1\} + \{\sigma^2\} \end{aligned} \quad (26)$$

y utilizar el principio de superposición para obtener los desarrollos en serie descritos en la ecuación (11).

## 6. EJEMPLO NUMÉRICO

Se presenta como aplicación numérica un ejemplo de estudio de la fiabilidad ante distintos estados límite y otro de identificación de propiedades en los que se han utilizado datos semejantes a un túnel en la autopista León-Campomanes aunque los referentes al terreno y a las condiciones de fiabilidad son puramente hipotéticos.

Para la resolución de los modelos numéricos ha sido desarrollado el software que incluye las rutinas de Fiabilidad y de Elementos Finitos adaptadas al proceso de cálculo explicado. El conjunto se reúne en el programa

PROTOS ("Enfoque Probabilista de la Tecnología de Obras Subterráneas").

### 6.1. ESTUDIO DE FIABILIDAD

El modelo construido para esta aplicación numérica, representa la estructura formada por el túnel y el terreno que le rodea. Las dimensiones de la estructura del sostenimiento y contrabóveda se muestran en la figura 11.

El centro del túnel se encuentra situado a 330m. bajo la superficie, y el modelo creado sólo recoge 43m por encima del centro por lo que se considera una sobrecarga  $p_0$  vertical actuando sobre la parte superior del modelo simulando el peso del terreno que queda por encima.  $p_0 = \rho g H = 2300(\text{Kg/m}^3) 9.8 (\text{m/s}^2) 287 (\text{m}) = 6.47 \cdot 10^6 \text{ N/m}$

Tanto el terreno como el sostenimiento han sido modelizados utilizando elementos isoparamétricos de 8 nudos con comportamiento de laja, (sólidos planos: 2 grados de libertad por nudo). La figura 12 muestra la malla de cálculo utilizada donde se acepta la simplificación de simetría. En ella también se representan los distintos materiales modelizados, 14 para el sostenimiento y 2 para el terreno.

Los materiales modelizados se caracterizan por las propiedades siguientes.

#### Sostenimiento:

- Densidad  $\rho = 2500 \text{ Kg/m}^3$
- Módulo de elasticidad  $E_s = 1.5 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$
- Coeficiente de Poisson  $\nu = 0.25$

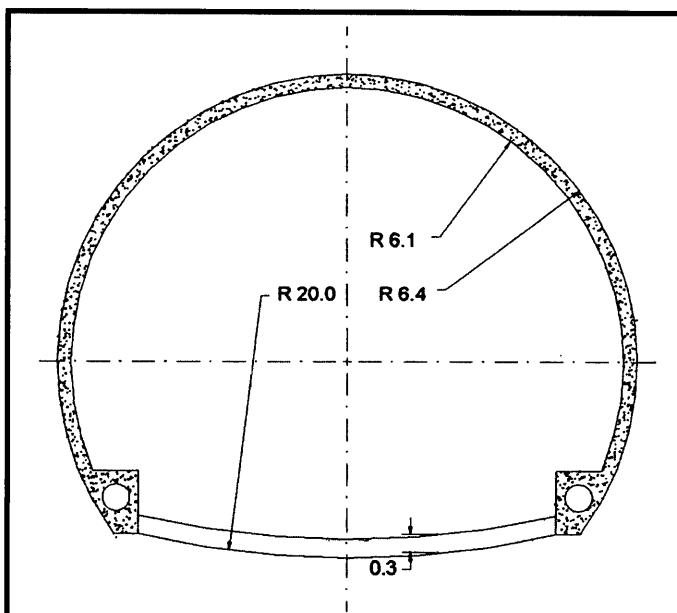
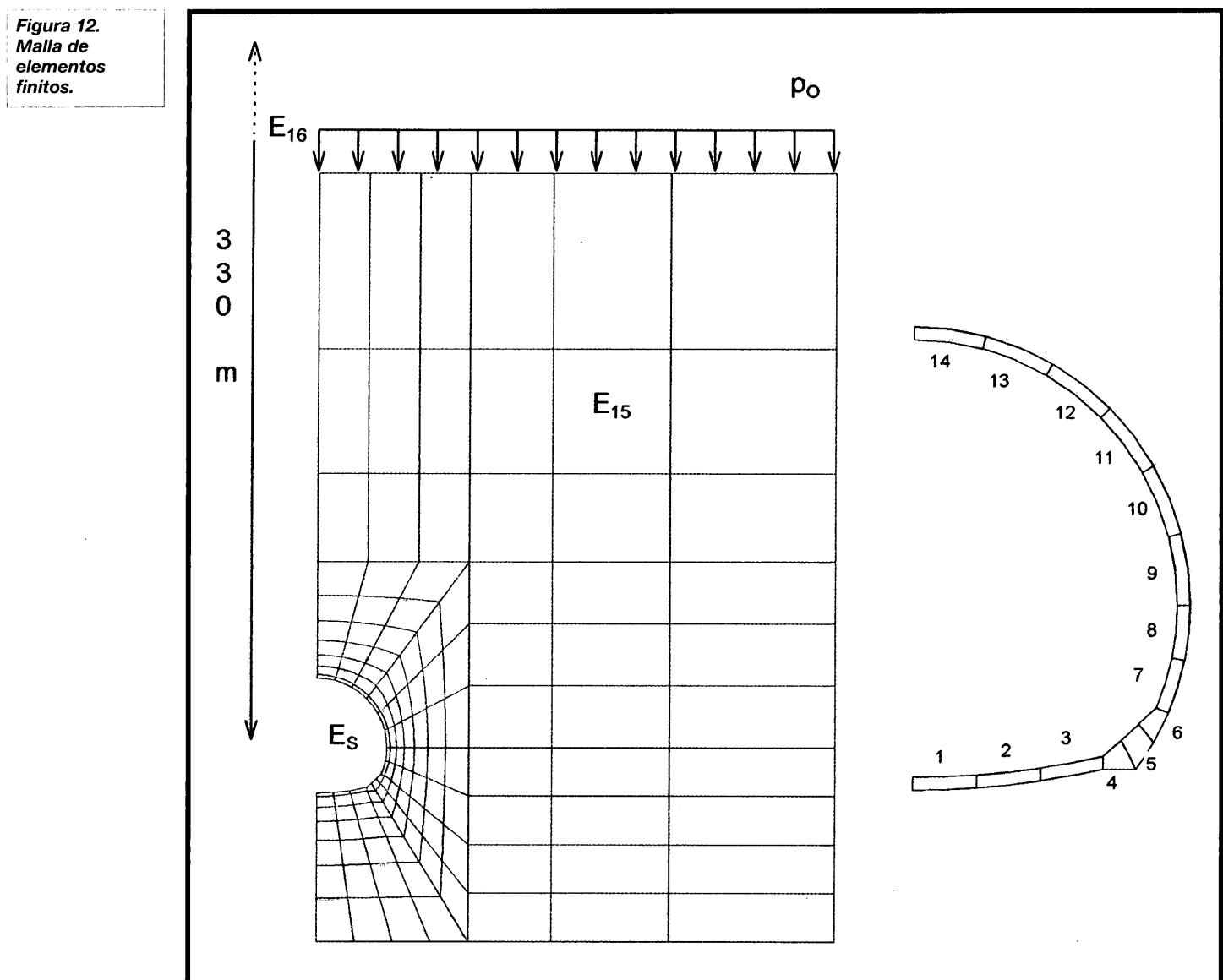


Figura 11. Sección del túnel.



**Terreno:**

- Densidad  $\rho = 2300 \text{ Kg/m}^3$
- Módulo de elasticidad

$$E_{15} = E_{16} = 4.10^9 \text{ N/m}^2$$

- Coeficiente de Poisson  $v = 0.18$
- Sobrecarga  $p_0 = 6.47 \text{ 106 N/m}$
- Cohesión  $C = 2.105 \text{ N/m}^2$
- Áng. rozamiento interno  $\varphi = 25^\circ$
- Coef. de empuje al reposo  $K_0 = 1.0$
- Coeficiente de Panet  $\lambda = 0.7$

Para la realización de este ejemplo se han tomado como variables aleatorias las siguientes:

- módulos de elasticidad del terreno ( $E_{15}, E_{16}$ )

- módulos de elasticidad de cada elemento que compone el sostenimiento ( $E_1, E_2, \dots, E_{14}$ )
- la sobrecarga  $p_0$
- el coeficiente de empuje al reposo del terreno  $K_0$
- coeficiente de Panet del terreno  $\lambda$

Cada módulo de elasticidad se simula mediante una distribución logarítmico-normal evitando de esta forma que pueda tomar valores negativos. Para la sobrecarga vertical  $p_0$  también se ha seleccionado una distribución logarítmico-normal. En la figura 13.a se muestra la función de densidad de uno de los módulos de elasticidad, en concreto del  $E_{10}$  del sostenimiento cuya media es  $1.5 \text{ 1010 N/m}^2$  y su desviación típica  $4.109 \text{ N/m}^2$ . Para las variables  $K_0$  y  $\lambda$  se ha supuesto una distribución de probabilidad beta que se caracteriza por estar acotada en ambos extremos. Este tipo de distribución es además

muy útil por la variedad de formas que puede adoptar y queda completamente definida con los valores de media, desviación típica y sus cotas. Estos valores se presentan para ambas variables en la tabla siguiente, donde se puede observar como el coeficiente de empuje  $K_0$  se encuentra centrado en la media y, por el contrario, el coeficiente de Panet  $\lambda$  se ha escogido descentralizado. Ambas funciones de densidad se muestran en la figura 13.b y 13.c.

	$\mu$	$\sigma$	a	b	r	t
$K_0$	1	0.24	0.36	1.64	3	6
$\lambda$	0.7	0.14	0	1	7	10

Los valores de las desviaciones típicas y de la matriz de correlación del conjunto se resumen en la figura 14.

Se van a realizar estudios de fiabilidad en la estructura sobre tres estados límites:

▼ Estado límite de servicio debido a un desplazamiento excesivo:

Este estado límite afecta a la funcionalidad del túnel, se limita el máximo desplazamiento a  $R/100$  aproximadamente usost (nudo 73)  $< R/100$  (6.4 cm).

En la figura 16 se muestran los resultados para este estado límite.

▼ Estado límite último de agotamiento de la estructura del sostenimiento:

Estado que se impone para que no se supere la máxima tensión admisible del hormigón. La tensión admisible del hormigón se ha fijado en  $150 \text{ Kg/cm}^2$  y se compara en el nudo del sostenimiento con tensión más elevada para los valores promedio.

$$\sigma_{\text{sost}} (\text{nudo } 60) < \sigma_{\text{adm}}$$

En la figura 17 se muestran los resultados obtenidos.

▼ Estado límite último de la capacidad resistente del terreno:

Este estado límite se refiere a la posibilidad de fallo general de la estructura por fallo del terreno que circunda al túnel. El criterio seguido es limitar a 1 el parámetro OSR a una distancia aproximada de  $1.5R$  del centro del túnel.

$$\text{OSR} (\text{nudo } 203) < 1$$

En la figura 18 se muestran los resultados para este estado límite.

La figura 15 muestra la posición de los nudos sobre los que se ha impuesto algún estado límite.

Como se puede observar en los resultados obtenidos para los tres estados límites, los valores del índice de fiabilidad son elevados y, por tanto, la probabilidad de fallo muy baja. El estado límite del OSR se ha impuesto sobre un nudo situado a 1.5 m del centro del túnel, en caso de realizar el estudio con el

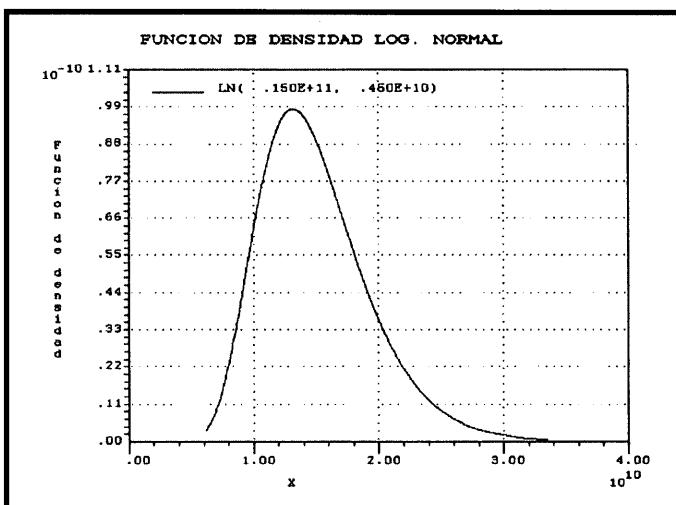


Figura 13.a. Función de densidad del módulo de elasticidad 10.

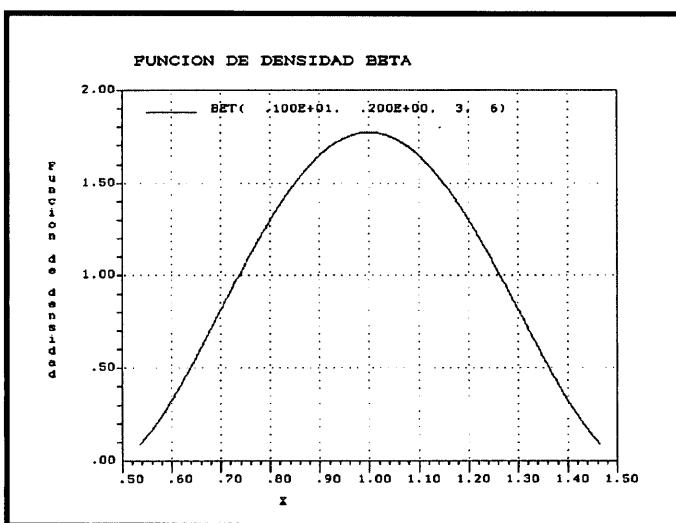


Figura 13. b. Función de densidad del coeficiente de empuje.

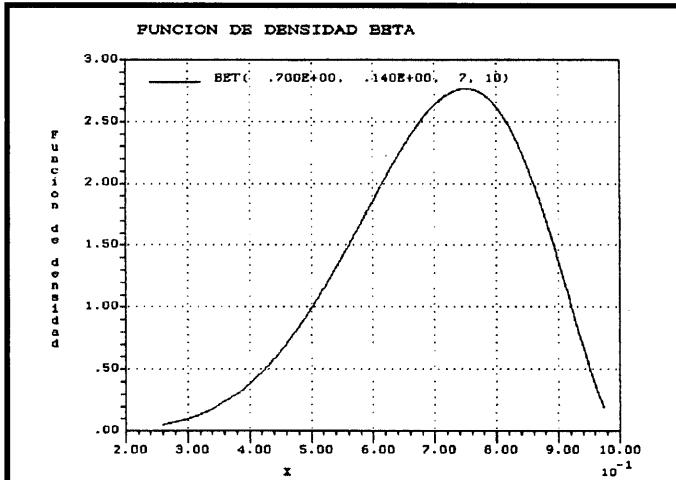


Figura 13.c. Función de densidad del coeficiente de Panet.

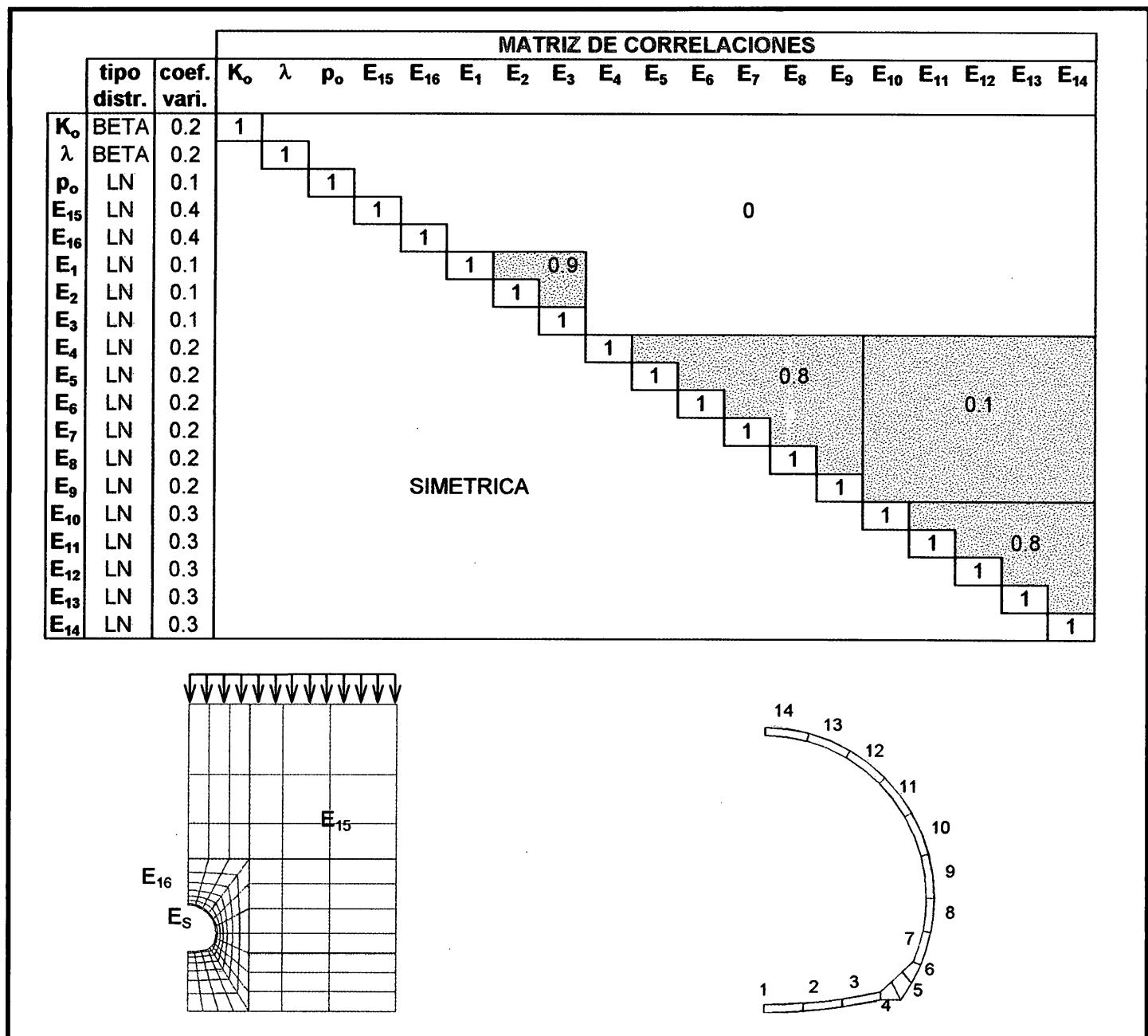


Figura 14. Matriz de correlación y coeficientes de variación.

nudo situado a 2 m no se consigue la convergencia por alcanzar valores de fiabilidad tan elevados que no es posible numéricamente realizar las transformaciones entre espacios. Es decir, para el criterio del estado límite impuesto sobre el OSR la probabilidad de fallo es inferior a la mostrada.

El estudio indica que las variables más influyentes (datos sombreados en las figuras 16 a 18) son los módulos de Young del terreno, el coeficiente de empuje al reposo, el coeficiente de Panet y la sobrecarga superior como se puede deducir de los coeficientes de sensibilidad. Los módulos de elasticidad

del hormigón son poco determinantes, salvo en el caso del estado límite de tensión, donde se puede apreciar la importancia de la proximidad al punto de estudio (clave) sobre la sensibilidad y como afecta el hecho de estar altamente correlacionadas las variables que definen la bóveda del túnel (módulos 10 a 14). Así, la sensibilidad del módulo de Young del material 10 induce la idea de que es posible su eliminación del estudio, sin embargo, al estar fuertemente correlacionado con el del material 14 de sensibilidad muy elevada, se comporta modificando su valor considerablemente. Obsérvese que los coeficientes de ponderación de ambas variables son similares.

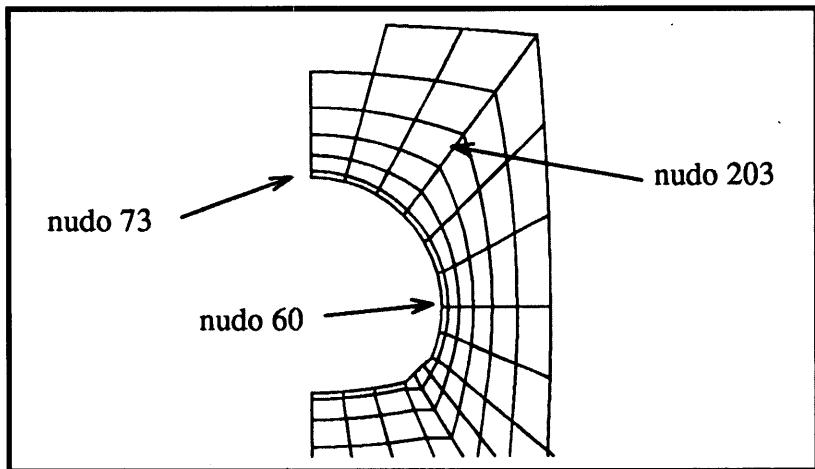


Figura 15. Posición de los nudos sobre los que se impone algún estado límite.

Por otro lado también se puede destacar la influencia de estas variables sobre los tres estados límites. En todos los casos, el coeficiente de empuje al reposo, el coeficiente de Panet y la sobrecarga superior aumentan de valor, son variables de "carga". Por el contrario, los módulos de elasticidad del terreno no son variables de "resistencia" para los estados límite sobre el desplazamiento y la tensión en el sostenimiento, y de "carga" en el caso del estado límite sobre el OSR.

El estudio de la sensibilidad en el modelo se puede realizar también mediante representaciones como la mostrada en la figura 19 donde se presentan las isolíneas en el espacio físico de las derivadas de la función de fallo en el punto de proyecto respecto el coeficiente de Panet para el estado límite impuesto sobre el OSR.

## 6.2. ANÁLISIS RETROSPECTIVO

Con objeto de demostrar las posibilidades del método imagínese ahora que se dispone de datos de los instrumentos de medida que se quieren utilizar para precisar un posible estado de tensiones en el terreno y en el sostenimiento. En particular imagínese que una célula de sostenimiento situada en clave ha registrado una tensión de  $70 \cdot 105 \text{ N/m}^2$  y que la convergencia horizontal a la altura de arranques de la bóveda es de 4 cm.

Si se obtiene el punto de proyecto para cada estado límite se tendrán los valores de las variables básicas que dan el valor más alto de la probabilidad de fallo para cada uno de los estados, es decir, se obtiene la combinación pésima de valores pésimos que se cumpla la medida obtenida.

Evidentemente el método no resuelve simultáneamente el problema para las dos condiciones encontradas, pero se puede recurrir a un proceso secuencial en que se vaya intentando cumplir cada una de las condiciones y, si es necesario, optar por una combinación de los resultados obtenidos. Es lo que se

ha hecho en este caso tal como se recoge en la tabla de la figura 20.

Las cantidades en cuadrículas sombreadas corresponden a variables medidas o fijadas. En primer lugar se calcula con un estado límite impuesto sobre el valor de la convergencia en el arranque de la bóveda con lo que se ha conseguido una tensión en la clave del sostenimiento de  $106.46 \cdot 105 \text{ N/m}^2$  diferente al exigido. A continuación, tomando los valores del punto de proyecto obtenido, se fija como estado límite la tensión lo que da un valor de convergencia de 2.52 cm. El proceso se puede repetir alternando el estado límite de convergencia y tensión acercándose sucesivamente al punto buscado.

El proceso termina o bien por que el último resultado verifica las dos condiciones, es lo que ha ocurrido en el ejemplo presentado, o bien por que en un momento determinado se considera que es buena una solución intermedia de las que hasta el momento se hayan producido, en tal caso la solución se alcanza promediando el valor de las variables en el punto de proyecto de esas etapas anteriores y realizando un nuevo análisis esta vez determinista.

## 7. CONCLUSIONES

En este artículo se ha mostrado la posibilidad de combinar las ideas del método de los elementos finitos probabilistas con la determinación de fiabilidad de túneles calculados según el método de Panet.

Se pretende con ello disponer de un arma que permita cuantificar la transferencia a los resultados de la incertidumbre contenida en los datos que suele acompañar el proyecto y construcción de aquél tipo de obras. Esta incertidumbre en ocasiones se puede definir desde el punto de vista estadístico tras ensayos de campo o laboratorio aunque en general su estimación es puramente subjetiva.

Con los métodos descritos puede estudiarse la repercusión que esas incertidumbres tienen sobre el margen de cumplimiento de ciertos estados límites. Los aquí descritos son los habitualmente utilizados en la práctica de los proyectos de túneles pero pueden imaginarse otros de interés en casos particulares y cuya implementación no ofrece una dificultad especial.

Un subproducto interesante del método es la determinación de la sensibilidad del resultado a diferentes variables, lo que permite considerar deterministas a aquéllas que resulten menos influyentes y prever una mayor densidad de ensayos con que se repercutan más gravemente en los resultados, con lo que se podrán reducir sus incertidumbres. Existe además una relación directa entre esos coeficientes de sensibilidad y los coeficientes de ponderación típicos de los métodos de cál-

**Figura 16.**  
**Estado**  
**Límite**  
**de desplaza-**  
**mientos:  $|u_r| < R/100$ .**

Variable aleatoria	Punto de proyecto variables físicas	Coeficientes de sensibilidad	Coeficientes de ponderación
E <sub>1</sub>	.14916E+11	.14290E-02	9.94376E-01
E <sub>2</sub>	.14916E+11	.33941E-03	9.94374E-01
E <sub>3</sub>	.14915E+11	.25722E-03	9.94364E-01
E <sub>4</sub>	.14680E+11	.20897E-02	9.78693E-01
E <sub>5</sub>	.14681E+11	.65874E-03	9.78713E-01
E <sub>6</sub>	.14681E+11	.42718E-03	9.78704E-01
E <sub>7</sub>	.14680E+11	.39637E-03	9.78665E-01
E <sub>8</sub>	.14683E+11	-.13265E-03	9.78864E-01
E <sub>9</sub>	.14683E+11	-.11042E-03	9.78864E-01
E <sub>10</sub>	.14244E+11	.60922E-02	9.49620E-01
E <sub>11</sub>	.14243E+11	.21744E-02	9.49519E-01
E <sub>12</sub>	.14242E+11	.14456E-02	9.49451E-01
E <sub>13</sub>	.14241E+11	.11239E-02	9.49403E-01
E <sub>14</sub>	.14241E+11	.92319E-03	9.49378E-01
E <sub>15</sub>	.15585E+10	67488	3.89616E-01
E <sub>16</sub>	.15578E+10	.22585	3.89454E-01
$\lambda$	90521	-.35512	1.29316E+00
K <sub>0</sub>	1.3427	-.39665	1.34267E+00
p <sub>0</sub>	95761E+07	-.45830	1.48087E+00

$$\beta = 4.5275 / P_f = 0.3034 \cdot 10^{-3} \%$$

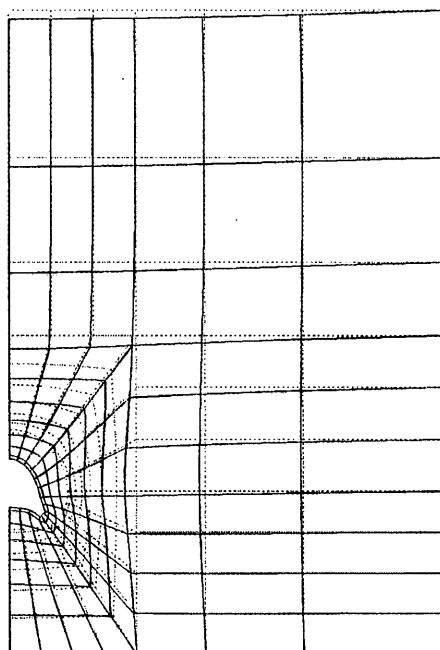
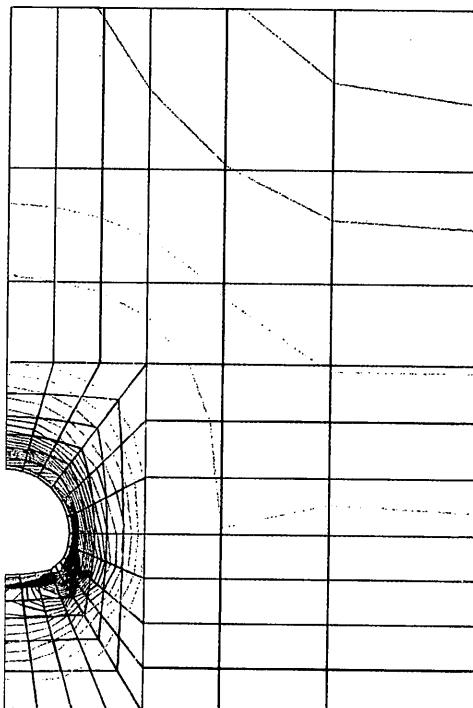


Figura 17.  
Estado  
Límite de  
tensiones:  
(sost < (adm

Variable aleatoria	Punto de proyecto variables físicas	Coeficientes de sensibilidad	Coeficientes de ponderación
E <sub>1</sub>	.14902E+11	.11482E-02	9.93496E-01
E <sub>2</sub>	.14902E+11	.13811E-02	9.93488E-01
E <sub>3</sub>	.14902E+11	.23172E-02	9.93456E-01
E <sub>4</sub>	.15320E+11	.23494E-02	1.02132E+00
E <sub>5</sub>	.15321E+11	.20072E-02	1.02137E+00
E <sub>6</sub>	.15321E+11	.19822E-02	1.02137E+00
E <sub>7</sub>	.15320E+11	.20363E-02	1.02136E+00
E <sub>8</sub>	.15328E+11	-.13418E-02	1.02184E+00
E <sub>9</sub>	.15341E+11	-.78791E-02	1.02276E+00
E <sub>10</sub>	.23364E+11	-.20494E-01	1.55762E+00
E <sub>11</sub>	.23461E+11	-.40663E-01	1.56406E+00
E <sub>12</sub>	.23616E+11	-.72850E-01	1.57438E+00
E <sub>13</sub>	.23931E+11	-.13781	1.59543E+00
E <sub>14</sub>	.24827E+11	-.31766	1.65516E+00
E <sub>15</sub>	.31269E+10	.19889	7.81721E-01
E <sub>16</sub>	.26038E+10	.37794	6.50957E-01
$\lambda$	81296	-.55355	1.16138E+00
K <sub>0</sub>	1.1145	-.30786	1.11451E+00
p <sub>0</sub>	91869E+07	-.53762	1.42069E+00

$$\beta = 3.7754 / P_f = 0.8001 \cdot 10^{-2}$$

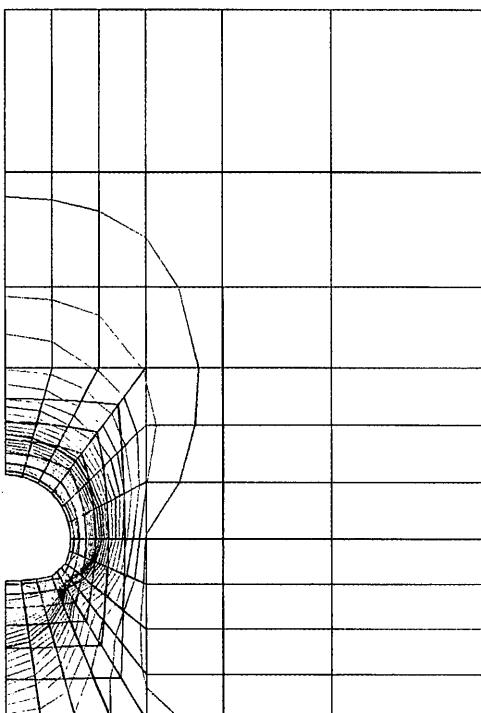


```
*** PROTO'S ***
max= -.96292E+07
min= -.19514E+08
<ngmp2> SIGMA_3
 1  -.19458E+08
 5  -.18110E+08
 9  -.16762E+08
13  -.15414E+08
17  -.14066E+08
21  -.12720E+08
25  -.11374E+08
29  -.10022E+08
30  -.96854E+07
```

**Figura 18.**  
**Estado**  
**Límite de**  
**sobretensión:**  
**OSR < 1**

Variable aleatoria	Punto de proyecto variables físicas	Coeficientes de sensibilidad	Coeficientes de ponderación
E <sub>1</sub>	.14926E+11	.16813E-03	9.94974E-01
E <sub>2</sub>	.14926E+11	.60879E-04	9.94970E-01
E <sub>3</sub>	.14926E+11	.17146E-03	9.94951E-01
E <sub>4</sub>	.14181E+11	.44568E-01	9.48205E-01
E <sub>5</sub>	.14179E+11	.15132E-01	9.48087E-01
E <sub>6</sub>	.14176E+11	.98665E-02	9.47902E-01
E <sub>7</sub>	.14163E+11	.93342E-02	9.47114E-01
E <sub>8</sub>	.14159E+11	.78475E-02	9.46935E-01
E <sub>9</sub>	.14139E+11	.97682E-02	9.45787E-01
E <sub>10</sub>	.12994E+11	.72234E-01	8.78582E-01
E <sub>11</sub>	.13175E+11	.51478E-02	8.89903E-01
E <sub>12</sub>	.13248E+11	.28830E-02	8.93159E-01
E <sub>13</sub>	.12964E+11	.32281E-01	8.75771E-01
E <sub>14</sub>	.12962E+11	.24778E-01	8.76076E-01
E <sub>15</sub>	.38325E+10	.13177E-01	9.43845E-01
E <sub>16</sub>	.46156E+10	-16240	1.14858E+00
λ	83309	-87686	1.20440E+00
K <sub>0</sub>	1.2167	-41074	1.15819E+00
p <sub>0</sub>	73227E+07	-16249	1.10846E+00

$$\beta = 3.8047 / P_t = 0.7112 \cdot 10^{-2}$$



```
*** PROTO'S ***
max= 2.0708
min= .12612
Cngmq3> __OSR__
 1   .13717
 5   .40036
 4   .66754
13   .93273
17   1.1976
  .
  .
  .
29   1.9936
30   2.0598
```

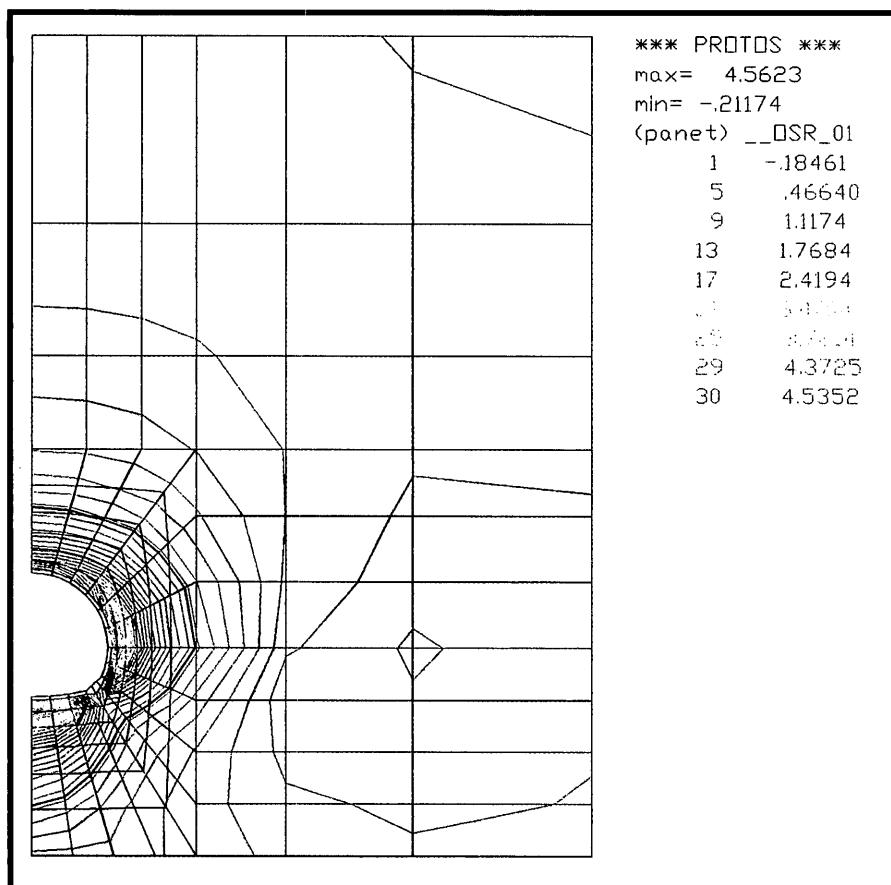


Figura 19. Isolíneas de las derivadas de la función de fallo. Estado Límite: OSR < 1

culo de estructuras que pueden permitir, tras un uso repetido del método, la propuesta de recomendaciones para el cálculo de túneles.

Las medidas realizadas a pie de obra pueden finalmente utilizarse para calibrar el modelo de forma que sea posible indirectamente obtener una idea de los valores que toman otras variables de interés como la presión de interacción terreno-sostenimiento, el tamaño del arco del suelo que transfiere la carga, etc.

Además, es posible utilizar los datos medidos para el análisis retroactivo dentro de ciertos límites que pueden ser mejorados si se aplica la teoría de la fiabilidad de sistemas.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores del artículo comenzaron a trabajar en el tema de fiabilidad de túneles duran-

Figura 20. Tabla resumen del análisis retrospectivo

Análisis	conv mm	$\sigma_{sost}$ (10 <sup>5</sup> ) N/m <sup>2</sup>	punto	$E_1$ (10 <sup>10</sup> ) N/m <sup>2</sup>	$E_2$ (10 <sup>10</sup> ) N/m <sup>2</sup>	$E_3$ (10 <sup>10</sup> ) N/m <sup>2</sup>	$E_4$ (10 <sup>10</sup> ) N/m <sup>2</sup>	$E_5$ (10 <sup>10</sup> ) N/m <sup>2</sup>	$E_6$ (10 <sup>10</sup> ) N/m <sup>2</sup>	$E_7$ (10 <sup>10</sup> ) N/m <sup>2</sup>	$E_8$ (10 <sup>10</sup> ) N/m <sup>2</sup>	$E_9$ (10 <sup>10</sup> ) N/m <sup>2</sup>	$E_{10}$ (10 <sup>10</sup> ) N/m <sup>2</sup>	$E_{11}$ (10 <sup>10</sup> ) N/m <sup>2</sup>	$E_{12}$ (10 <sup>10</sup> ) N/m <sup>2</sup>	$E_{13}$ (10 <sup>10</sup> ) N/m <sup>2</sup>	$E_{14}$ (10 <sup>10</sup> ) N/m <sup>2</sup>	$E_{15}$ (10 <sup>9</sup> ) N/m <sup>2</sup>	$E_{16}$ (10 <sup>8</sup> ) N/m <sup>2</sup>	K <sub>0</sub> adim	$\lambda$ adim	$p_0$ (10 <sup>6</sup> ) N/m		
determ.	2.21	80.61	val. inicio	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	4.0	4.0	1.0	0.7	6.47
probab.	"	"	val. inicio	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	4.00	106.5	pto proy. 1	1.49	1.49	1.49	1.47	1.47	1.47	1.47	1.47	1.47	1.47	1.42	1.42	1.42	1.42	1.42	3.05	2.93	1.09	0.75	7.78	
probab.	"	"	val. inicio	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	2.52	70.00	pto proy. 2	1.49	1.49	1.49	1.41	1.41	1.41	1.41	1.41	1.41	1.41	1.00	1.00	0.99	0.99	0.95	3.25	3.65	1.00	0.65	6.47	
probab.	"	"	val. inicio	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	4.00	90.29	pto proy. 3	1.48	1.48	1.48	1.38	1.38	1.38	1.38	1.38	1.38	1.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	2.62	2.86	1.07	0.69	7.40	
probab.	"	"	val. inicio	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	3.34	70.00	pto proy. 4	1.47	1.47	1.47	1.34	1.34	1.34	1.34	1.34	1.34	0.08	0.08	0.08	0.08	0.07	2.62	3.06	1.03	0.66	6.77		
probab.	"	"	val. inicio	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	4.00	74.31	pto proy. 5	1.46	1.46	1.46	1.31	1.31	1.31	1.31	1.31	1.31	0.08	0.08	0.08	0.07	0.07	2.37	2.75	1.06	0.68	6.98		
probab.	"	"	val. inicio	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	4.02	70.00	pto proy. 6	1.46	1.46	1.46	1.28	1.28	1.28	1.28	1.28	1.28	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	2.28	2.66	1.06	0.68	6.80		

te la perforación de los Túneles de El Padrún en el tramo de autovía Las Segadas-Baiña, animados por el interés demostrado por los responsables de su construcción en el entonces Ministerio de Obras Públicas, D. Ignacio Gacía-Arango y D. Fernando Hacar a quienes se desea agradecer el estímulo prestado. Ello permitió abordar un estudio más amplio (ref. 25), cuando la empresa AUXINI decidió invitarles a participar en un proyecto I+D titulado TECNOS (Tecnología de obras subterráneas) donde desarrollaron la parte relativa al planteamiento probabilista del que este artículo es un resumen. Por ello los autores desean hacer constar su agradecimiento a los responsables del Proyecto, los ingenieros D. Rafael Chueca y D. Antonio Ruiz, sin cuyo apoyo y confianza hubiera sido imposible este trabajo.

## REFERENCIAS

1. VON RABCEWICZ, L. "The new austrian tunnelling method". Water-Power. November 1964. Pp 453-457
2. PERNIA, J. M<sup>a</sup>; CELADA B; FERNÁNDEZ G.; VARONA P.: "Sostenimiento de excavaciones subterráneas. Programa para el cálculo de curvas características". ITGME. 1988
3. GOMEZ, S.; ALARCON, E.: "Introducción a la fiabilidad estructural y algunas aplicaciones" Instituto Eduardo Torroja. Pub nº 408
4. KLEIBER, M; HIEN, T.D.: "The stochastic finite element method". Wiley. 1992
5. FREUDENTHAL, A.M.: "The safety of structures". Transactions Am. Soc. of Civil Engin. Vol 112, 1947
6. PAEZ, A.; TORROJA, E.: "La determinación del coeficiente de seguridad en las distintas obras". Instituto técnico de la construcción y del cemento. 1949
7. FERRY BORGES, J.; CASTANHETA, M.: "Structural safety". Laboratorio Nacional de Engenharia Civil. Lisboa. 1985
8. CORNELL, C.A.: "A Probability-Based structural code". Journal of the American Concrete Institute. Vol 60, nº 12, 1969
9. HASOFER, A.M.; LIND, N.C.: "Exact and Invariant Second Moment Code Format". Journal Engineering Mechanics Div. ASCE. Vol 100. 1974
10. THOFT-CHRISTENSEN, P.; BAKER, M.: "Structural Reliability theory and its applications". Springer. 1982
11. THOFT-CHRISTENSEN, P; MUROTSU, Y.: "Application of structural systems reliability theory". Springer. 1986
12. AGUSTI, G.; BARATTA, A.; CASCIA, F.: "Probability methods in structural engineering". Chapman Hall. 1984
13. MADSEN, H.O.; KRENK, S.; LIND, N.C.: "Methods of structural safety". Prentice Hall. 1986
14. DITLEVSEN, O.; MADSEN, H.O.: "Structural reliability methods". Wiley. 1996
15. ANG, A.H.S.; TANG, W.H.: "Probability concepts in engineering planning and design". J. Wiley. 1975
16. SUNDARAJAN, R.: "Probabilistic structural mechanics handbook". Chapman Hall. 1995
17. ALONSO, E.: "Application of random function theory to settlement problems in soil engineering". pH. D. Thesis Northwestern U. 1973
18. RETHATI, L.: "Probabilistic solutions in Geotechnics". Elsevier. 1985
19. VAN MARCKE, E.: "Random Fields". MIT Press. 1983
20. JOURNEL, A.G.; HUIJBREGTS, CH.J.: "Mining geostatistics". Academic Press. 1978
21. LI, K.S.; LO, S.C.R.: "Probabilistic methods in geotechnical engineering". Balkema. 1993
22. LASO, E.: "Aplicación de métodos de fiabilidad en Nivel II al cálculo de la estructura de sostenimiento de túneles". Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Madrid. 1991
23. ITGME: "Niveles de seguridad en túneles y galerías". SINEX. 1991
24. LASO, E.; GÓMEZ, S.; ALARCON, E.: 'A level II reliability approach to tunnel support design". Appl. Math. Modelling. Vol 19. June 1995
25. AUXINI: "Proyecto TECNOS: Tecnología de obras subterráneas". 1997
26. PANET, M: "Le calcul des tunnels par le méthode convergence-confinement". Presses des Ponts et Chausseés. 1995
27. ATKINSON, J.H.; BROWN, E.T; POTTS, M.: "Collapse of shallow unlined tunnels in dense sand". Tunnels & Tunnelling. May 1975
28. LI, C.C.; DEER KIUREGHIAN, A.: "Optimal discretization of random fields". J. Eng. Mech. ASCE. 119(6) 1993
29. MAGNAN, J.P.: "Les méthodes statiques et probabilistes en mécanique des sols". Presses des Ponts et Chaussées. 1982
30. WU, Y.T; BURNSIDE, O.H; DOMINGUEZ, J.: "Efficient probabilistic fracture mechanics analysis". Proc. 4th Int. Conf. Num. Meth. on Fracture Mechanics, Pineridge Press 850-100. 1987
31. BOWLES,D. S.; KO, H.-Y. : "Probabilistic Characterization of Soil Properties: Bridge Between Theory and Practice". ASCE. 1984. ●