

LA RIGIDEZ DE LAS CIMENTACIONES SUPERFICIALES

FERNANDO MUZÁS LABAD. Doctor Ingeniero de Caminos Canales y Puertos
Profesor Titular de Mecánica del Suelo ETSAM

RESUMEN: En el presente artículo se revisan los diversos criterios con los que habitualmente se define la rigidez de las cimentaciones superficiales, analizando la finalidad de cada uno de ellos y sus discrepancias y se presenta una propuesta para establecer de manera unificada la rigidez en los casos prácticos.

PALABRAS CLAVE: RIGIDEZ, CIMENTACIONES SUPERFICIALES, ZAPATAS, LOSAS

ABSTRACT: This article considers the different criteria which are commonly employed to define the rigidity of surface foundations and analyzes the scope of each together with their discrepancies. The article presents a proposal to establish rigidity in a unified manner in practical cases.

KEYWORDS: RIGIDITY, SURFACE FOUNDATIONS, FOOTINGS, MAT FOUNDATIONS

1. INTRODUCCIÓN

En la bibliografía que se ocupa del proyecto y diseño de las cimentaciones superficiales existen diversos criterios para definir su rigidez, que se aplican en campos distintos y que fundamentalmente son los siguientes:

- 1. Criterio considerado en el cálculo estructural
- 2. Criterio contemplado en la teoría de viga flotante
- 3. Criterio deducido de la interacción cimiento - terreno

Cada uno de estos criterios atiende a una finalidad distinta y es muy frecuente asimilar rigidez del cimiento a una distribución uniforme, o de variación plana, de las tensiones transmitidas al terreno.

En los apartados siguientes se pasa revista a cada uno de estos criterios, haciendo luego un análisis crítico de cada uno de ellos poniendo de relieve sus diferencias y planteando finalmente una propuesta a considerar en la mayoría de los casos prácticos.

2. CRITERIO CONSIDERADO EN EL CÁLCULO ESTRUCTURAL

En el cálculo de estructuras, tal como aparece en la Instrucción de Hormigón Estructural (EHE), las cimentaciones superficiales se clasifican en rígidas y flexibles.

Cimentaciones rígidas

Dentro del grupo de cimentaciones rígidas se consideran:

- Las zapatas cuyo vuelo v en la dirección principal de mayor vuelo es menor que $2h$, siendo h el canto de la zapata junto al paramento del pilar que sustenta.
- Los pozos de cimentación.
- Los elementos masivos de cimentación.

En las cimentaciones de este tipo la distribución de deformaciones en una sección es *no lineal* y, por tanto, el método de análisis del elemento estructural es el de bielas y tirantes.

Cimentaciones flexibles

Dentro del grupo de cimentaciones flexibles se consideran:

- Las zapatas cuyo vuelo v en la dirección principal de mayor vuelo es mayor que $2h$, siendo h el canto de la zapata junto al paramento del pilar que sustenta.
- Las losas de cimentación.

En este tipo de cimentaciones la distribución de deformaciones en una sección puede considerarse *lineal* y es de aplicación la teoría general de flexión.

Comprobación de elementos y dimensionamiento de la armadura

La diferencia entre ambos tipos de cimentación se centra en el método de comprobar los elementos estructurales y en el dimensionamiento de la armadura necesaria. En el caso de las cimentaciones rígidas se utiliza el *Método de las Bielas* el cual fue desarrollado hace años en Francia, de manera teórica y experimental, al investigar la causa por la que se producía, a veces, la rotura de zapatas proyectadas por la *Teoría General de Flexión*, que es la que se utiliza en el caso de cimentaciones flexibles.

La diferencia fundamental entre los resultados que se obtienen por ambos métodos de cálculo no consiste en la sección de armadura máxima necesaria, sino en su variación y distribución dentro del elemento estructural, tal como se ilustra en la Figura 1 adjunta, en la que, para una carga centrada y distribución uniforme de presiones sobre el terreno, se representa la proporción de armadura que se requiere a lo largo del ancho L de la zapata, respecto a la armadura máxima necesaria en el centro de la misma. La distribución que se obtiene en cada caso obedece a dos leyes parabólicas con concavidad inversa.

Debe señalarse que la armadura máxima necesaria en el centro de la zapata, resulta aproximadamente la misma por ambos métodos de cálculo y que las roturas observadas hace años, se producían en zapatas de gran tamaño en las que se habían cortado algunas armaduras, para adecuar su distribución a los resultados de la *Teoría General de Flexión*. Como consecuencia de los resultados teóricos es por lo que en el *Método de las Bielas* se prescribe prolongar las armaduras hasta los extremos de la zapata y disponer patillas de anclaje, con objeto de que las teóricas bielas queden debidamente arriostradas, cosa que aconseja la pendiente de la ley parabólica en los extremos.

En el caso de las zapatas rígidas la EHE propone para el cálculo de la armadura máxima un método simplificado utilizando la biela media (ver la figura 59.4.1.1.a de la EHE), dando una fórmula que es aplicable, según se indica en el texto, siempre que se pueda despreciar el peso de la zapata y de las tierras situadas sobre ella. En esta figura las tensiones transmitidas por la zapata al terreno tienen una variación lineal.

En el caso de zapatas flexibles, la Instrucción de Hormigón Estructural (EHE) considera de aplicación la *Teoría General de Flexión*, indicando que salvo que se realice un estudio preciso de interacción suelo-cimiento, se pueden utilizar los criterios simplificados descritos en la misma. La armadura se determina mediante un cálculo hecho a flexión simple considerando en general una distribu-

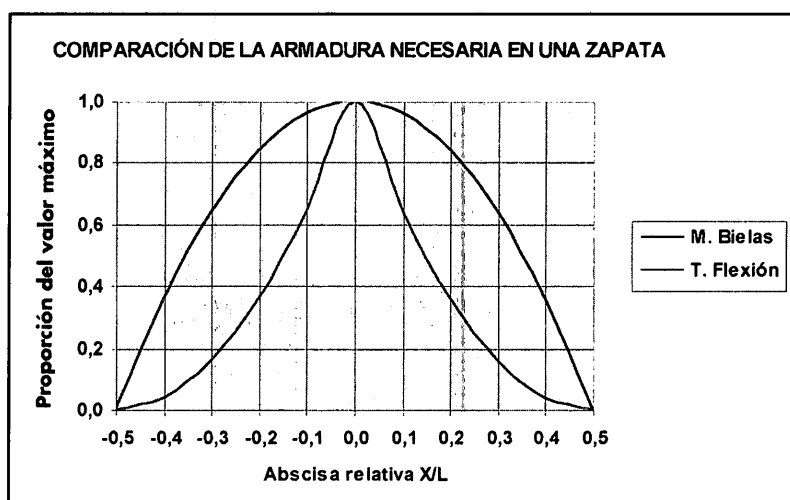


Figura 1. Comparación entre el Método de las Bielas y la Teoría General de Flexión.

ción de tensiones transmitidas al terreno también con variación lineal, similar a la considerada en el caso de las zapatas rígidas.

3. CRITERIO CONTEMPLADO EN LA TEORÍA DE VIGA FLOTANTE

En la teoría de la viga flotante se contempla el caso de una pieza de rigidez EI que descansa sobre un medio de Winkler caracterizado por un coeficiente de balasto K igual a la relación entre la presión p que la pieza transmite en un punto y el asiento s que se produce en dicho punto, es decir $K = p/s$.

Conviene recordar que el coeficiente K no es una característica constante del terreno sino un parámetro de cálculo que define el modelo matemático de Winkler, parámetro que si bien depende de la naturaleza del terreno, en la práctica se hace variar con las dimensiones de la pieza en planta.

Las soluciones de una viga flotante de ancho b , se encuentran deducidas en la bibliografía, de manera adimensional, en función de lo que se conoce como unidad elástica L , definida por la expresión siguiente:

$$L = \sqrt{\frac{4EI}{Kb}}$$

Asimismo, en la bibliografía dedicada al estudio de la viga flotante, aparecen estudiados varios casos particulares de carga en los que se define un criterio de rigidez que se asimila a la circunstancia de que la reacción que la viga transmite al terreno resulta uniforme.

En el caso de las cimentaciones rígidas se utiliza el Método de las Bielas, el cual fue desarrollado hace años en Francia, de manera teórica y experimental, al investigar la causa por la que se producía, a veces, la rotura de zapatas proyectadas por la Teoría General de Flexión, que es la que se utiliza en el caso de cimentaciones flexibles

Los casos estudiados son los siguientes:

- 1 Viga de longitud infinita cargada con infinitas cargas iguales, de valor P , equidistantes y situadas a distancia l .
- 2 Viga de longitud finita l , con una carga centrada de valor P .
- 3 Viga de longitud finita l , con dos cargas iguales de valor P situadas en los extremos.

En los tres casos se ha estudiado, de manera adimensional, la distribución de presiones en el terreno y la variación de los momentos flectores en la pieza, en función del parámetro $\lambda = l / L$ que relaciona la distancia l con la longitud elástica L .

Como criterio de rigidez se considera aquél valor de λ para el cual el asiento y la presión que la viga transmite al terreno resultan uniformes, habiendo establecido los siguientes valores:

CASO	Valor de Rigidez $\lambda = l / L$
1	$\leq \pi/2$
2	$\leq \pi/2$
3	$\leq \pi/2$

En el Caso 3, puede comprobarse que, si en lugar de llamar l a la distancia entre las dos cargas concentradas en los extremos, se considera como longitud de la viga el valor $2l$, resulta que en los tres casos para que la viga pueda considerarse rígida, es decir transmita una presión uniforme al terreno, debe ser $\lambda = l/L \leq \pi/2$. Con esta pequeña modificación se ve que en todos los casos el valor de l corresponde a la longitud de viga sobre la que se produce el reparto de cada una de las fuerzas concentradas P .

En esta teoría de la viga flotante el funcionamiento de la pieza elástica, de acuerdo con la expresión de la unidad elástica L , depende por un lado de la inercia de la viga (EI) y por otro de las características del terreno (Kb) producto que corresponde a lo que en ocasiones se denomina módulo de reacción del terreno E_s . Cuando se proyecta una viga elástica apoyada sobre un terreno determinado la condición de rigidez $\lambda = l/L \leq \pi/2$ puede conseguirse aumentando el valor de la unidad elástica L , es decir incrementando la inercia de la pieza dándole un mayor canto h , o bien disminuyendo el valor de l , es decir aproximando las fuerzas puntuales P .

En el caso límite, puede verse que una viga de longitud infinita con cargas equidistantes infinitamente próximas (lo cual equivale a una pieza que soporta una carga uniforme-

mente repartida) se comporta como una viga rígida con independencia de su canto, ya que transmite siempre una presión uniforme.

Si en la expresión anterior de λ se sustituye el valor de la unidad elástica L por el de su expresión y se eleva la desigualdad a la cuarta potencia se obtiene la relación:

$$\frac{KI}{E} \left(\frac{l}{h} \right)^3 \leq 2,03$$

El parámetro de rigidez, así transformado, resulta bastante similar al que luego se define en el apartado siguiente, dedicado a la interacción entre el cemento y el terreno y que de alguna manera va a servir de nexo de unión. Despejando en la fórmula anterior, el espesor de la viga, para que resulte rígida, debe ser:

$$h \geq l \cdot \sqrt[3]{\frac{K \cdot b \cdot (l/b)}{2,03 E}}$$

En esta expresión ($K \cdot b$) es lo que en algunos textos de viga flotante se define como módulo de reacción del terreno E_s , según ya se ha dicho, y su valor se considera habitualmente casi constante, con alguna variación en función de (b/l). Se ha preferido expresar la fórmula en función de ($K \cdot b$) para que aparezca a su vez la relación (l/b) que define las dimensiones en planta de la parte de viga flotante que, en teoría, sirve de apoyo a la carga P . Para distintos tipos de terreno, la expresión anterior da valores (h/l) con el siguiente orden de magnitud:

Terreno de Cimentación	Relación h/l	
	$l=b$	$l=10b$
Roca dura	1,00	2,00
Roca media	0,50	0,90
Roca blanda	0,35	0,65
Grava	0,10	0,20
Arena	0,08	0,15
Arcilla	0,06	0,10

4. CRITERIO DE INTERACCIÓN CON UN MEDIO ELÁSTICO

En la bibliografía existen diversos estudios sobre la distribución de las presiones que un cemento infinitamente rígido transmite al terreno, asimilando éste a un semiespacio elástico de Boussinesq de resistencia infinita. La rigidez en este caso supone que el asiento del cemento es uniforme, habiendo

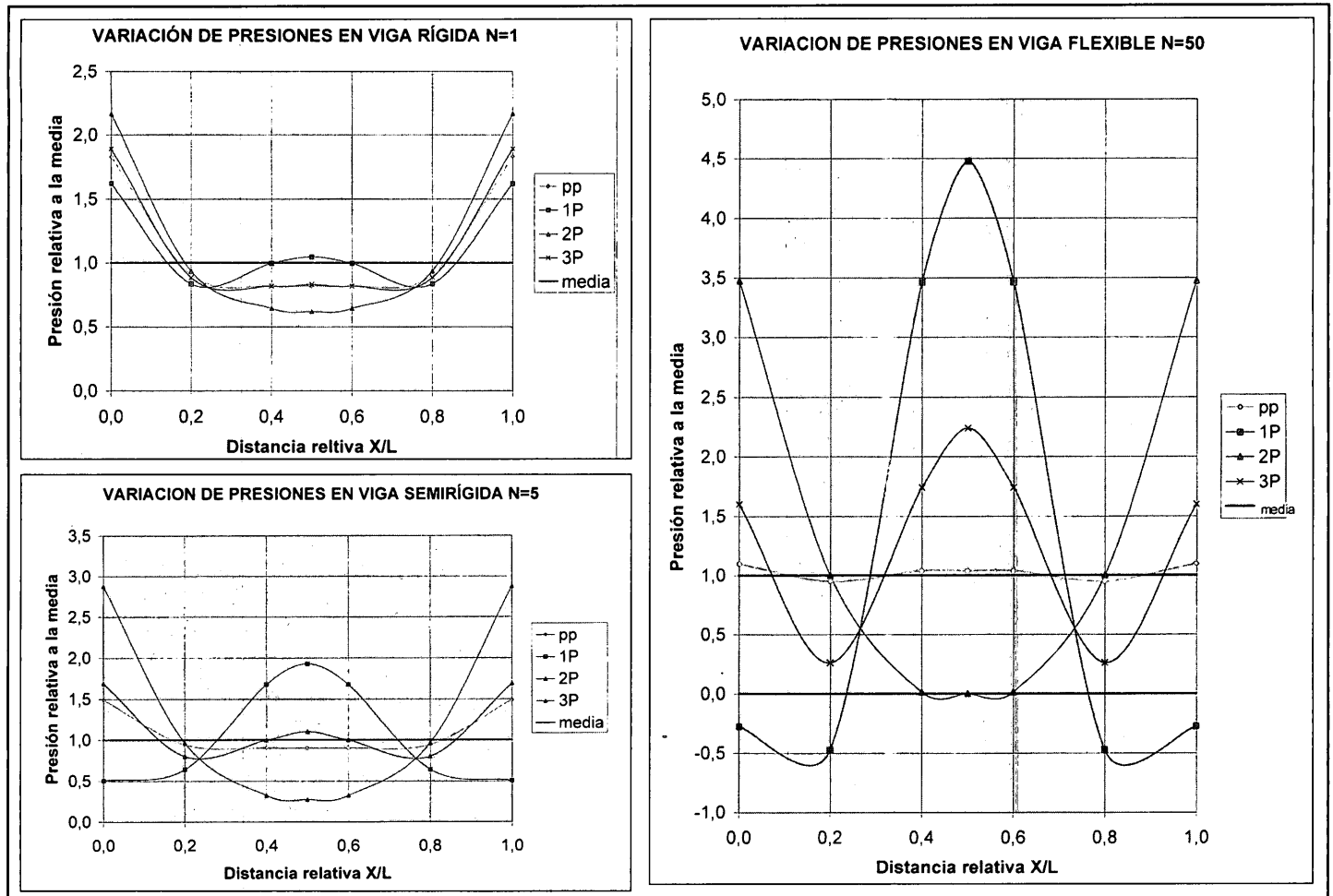


Figura 2.
Presiones transmitidas al terreno por varios estados de carga, deducidas del estudio de Grasshoff

estudiado, en particular, los casos de cimentación circular, cimentación rectangular y cimentación en faja indefinida.

En cualquiera de los casos, la presión en los bordes de la cimentación resulta de valor infinito, con un valor en el centro del área cargada que oscila, según el caso, entre el 40% y el 60% de la presión media.

Por su parte Borowicka estudió la distribución de presiones en el caso de cimentaciones de rigidez no infinita, presentando sus resultados en función de

un coeficiente de rigidez de la cimentación y otro coeficiente de rigidez del terreno de cimentación, definiendo con ambos un módulo de rigidez del conjunto.

En el caso de los terrenos reales la presión en los bordes supera evidentemente la capacidad resistente del terreno produciéndose un redondeo en la distribución teórica de presiones en los bordes y un aumento de las mismas en el interior de la cimentación.

En su día Schultze resumió de manera esquemática la distribución de cargas sobre suelos reales, teniendo en cuenta el tipo de terreno, la rigidez estructural del cimiento y la distribución de cargas.

En la bibliografía existen también estudios más recientes, como el de Grasshoff (1973) en el que se comparan los resultados que se obtienen, respecto a distribución de presiones y ley de momentos flectores utilizando, por un lado, la teoría del coeficiente de balasto y, por otro, estudiando la interacción suelo-cimiento.

De manera similar al trabajo de Borowicka, para estudiar la interacción del cimiento con el terreno se ha definido un parámetro N que relaciona la rigidez a flexión de la cimentación ($E_c \cdot I_c$) con la rigidez representativa del terreno en la base de cimentación ($E_t \cdot I_t$), entendiendo como tales rigideces los parámetros que definen el giro que experimenta la sección de la estructura de la cimentación, o el cimiento considerado como un sólido rígido, cuando se aplica un momento flector M , es decir $d\phi = M/EI$. En el caso del terreno de cimentación la inercia I_t corresponde a la de la base de sustentación de anchura igual b y longitud total l , por ser la

En su día Schultze resumió de manera esquemática la distribución de cargas sobre suelos reales, teniendo en cuenta el tipo de terreno, la rigidez estructural del cimiento y la distribución de cargas

que regula la distribución de presiones en sentido longitudinal, cuando el cimiento se comporta como un sólido rígido con deformación plana.

El parámetro N se define por la expresión:

$$N = \frac{E_c \frac{bl^3}{12}}{E_c \frac{bh^3}{12}} = \frac{E_c}{E_c} \left(\frac{l}{h} \right)^3$$

De acuerdo con este parámetro es habitual considerar como cimentación rígida aquella en la que $N \leq 1$, recomendando en general para N valores del orden de 12 a 18 para determinar el espesor recomendable de la cimentación, presuponiendo que la cimentación rígida transmite al terreno una presión uniforme cuando la carga está centrada o una distribución con variación lineal cuando existen momentos.

Partiendo de la distribución de presiones obtenida en los estudios realizados por Grasshoff, con distintos sistemas de cargas aplicados sobre una viga de cimentación y para varios valores del parámetro N , antes indicado, se ha determinado la distribución de presiones en el terreno de una misma carga distribuida sobre la viga de manera distinta, representando los resultados en las figuras adjuntas.

Los estados de carga considerados han sido los siguientes:

- 1. Carga uniformemente repartida (pp)
- 2. Una carga concentrada en el centro de la viga (1P)
- 3. Dos cargas iguales situadas en los extremos de la viga (2P)
- 4. Tres cargas, una de ellas situada en el centro de la viga y las otras dos en los extremos, con valor igual a la mitad de la carga central. (P)

En la figura 2 se ha reflejado la relación entre la presión en cada punto y el valor de la presión media, representando igualmente este último valor ($p/p_m=1$). Se observa que, cuando la viga es suficientemente rígida ($N=1$), la distribución de presiones es prácticamente la misma, con independencia de cómo se aplica la carga. En cualquier caso, la rigidez no se traduce en una distribución uniforme de las presiones sobre el terreno, sino que siempre se produce una concentración de carga en los bordes que afecta aproximadamente al 20% de la longitud total de la estructura, con valores de punta del orden de 1,9 veces la presión media, para carga uniforme.

Cuando la viga de cimentación se hace más flexible, ($N=5$), ($N=50$), se observa cómo las presiones que se trans-

Un aspecto muy importante en el cálculo de los cimientos consiste, precisamente, en la distribución de presiones que se transmiten al terreno, la cual depende no sólo del espesor del cimiento, sino de las características del terreno y de la distribución de las cargas, de acuerdo con la interacción suelo-cimiento

miten al terreno se concentran cada vez más bajo los puntos de aplicación de las cargas aisladas, pero los valores de la presión se van acercando al valor medio a medida que aumenta el número de cargas. En el límite un número grande de cargas aisladas equivale, evidentemente, a una distribución uniforme de la carga, con menor concentración de las presiones en los bordes para la viga semirígida ($N=5$) y despreciable en el caso de viga flexible ($N=50$).

Teniendo en cuenta que el cimiento debe tener la rigidez adecuada para que se produzca una buena distribución de las presiones sobre el terreno de cimentación, es claro que el valor del parámetro N no debe ser independiente de la distribución de la carga, sino que conviene tenerla en cuenta de alguna manera. Para ello, cuando existen cargas aisladas, podría ser suficiente considerar en este parámetro N , como longitud de la viga l , no la longitud total de la misma sino la distancia entre las cargas aisladas. A título de ejemplo, si existieran 2 cargas aisladas de valor P , una en cada extremo de la viga, el valor a considerar sería l , pudiendo adoptar como parámetro de rigidez el valor $N=1$. En el caso de que se aplicaran 3 cargas aisladas, una en el centro de valor P y dos en los extremos de valor $1/2 P$, el valor a considerar sería $1/2 l$, en lugar de l de manera que, si para $1/2 l$ se adoptara el valor $N=1$, para la longitud total l se obtendría $N=8$. En las figuras anteriores puede verse que, para $N=5$ considerando la longitud total l , la distribución de presiones resulta casi uniforme con pequeña concentración en los bordes muy similar a la del caso de $N=1$.

5. CONSIDERACIONES FINALES

Como resumen de lo expuesto en los apartados anteriores, debe ponerse de manifiesto, en primer lugar, la desconexión existente entre el criterio de rigidez considerado en la Instrucción EHE para el cálculo estructural y los criterios utilizados en Mecánica del Suelo.

En el primer caso, al hablar de cimentaciones rígidas o flexibles la Instrucción se refiere exclusivamente al elemento estructural encargado de transmitir las cargas al terreno, pero se ignoran las características de éste. En los otros dos casos los criterios de rigidez tienen en cuenta las características de ambos elementos, el elemento estructural y el terreno sobre el que se apoya.

Conviene recordar que, en su sentido más amplio, se entiende como *cimentación* de una estructura aquello que la sustenta y que se compone de dos partes, el elemento estructural encargado de transmitir las cargas al terreno, o *cimiento*, y la zona de terreno afectado por

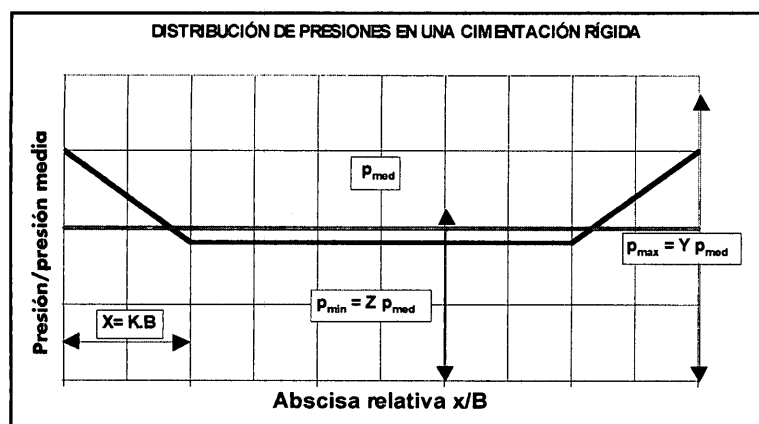
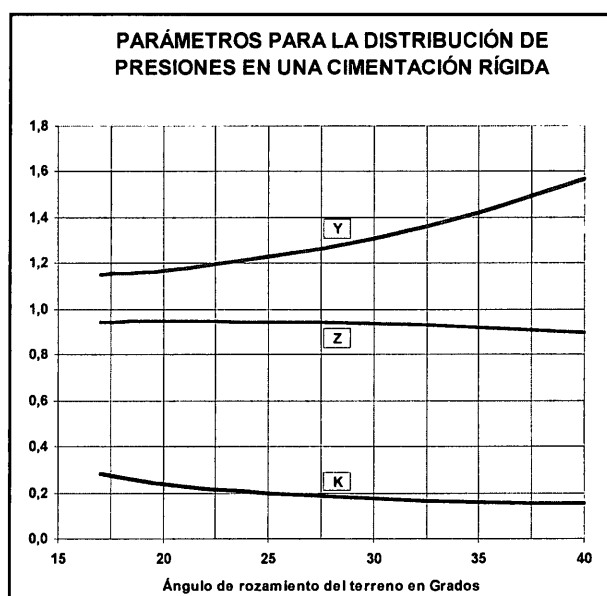


Figura 3.
Distribución
de presiones
en una
cimentación
rígida
(según
Seifert, 1973)



dichas cargas, o *terreno de cimentación*. El comportamiento de la cimentación depende precisamente de las características de ambos elementos.

Es bastante frecuente olvidarse de esta circunstancia por lo que, para evitar errores entre los profesionales no especializados en ambos campos, el estructural y el geotécnico, convendría no utilizar el término *cimentación* para referirse al elemento estructural, sino *cimiento*, y corregir en ese sentido la Instrucción EHE.

Un aspecto muy importante en el cálculo de los cimientos, consiste precisamente en la distribución de presiones que se transmiten al terreno, la cual depende no sólo del espesor del cimiento sino de las características del terreno y de la distribución de las cargas, de acuerdo con la interacción suelo - cimiento.

En zapatas de dimensión reducida, suele ser suficientemente aproximado suponer una distribución plana de presiones que corresponde al de un elemento rígido descansando sobre muelles elásticos. En este caso el peso propio uniforme

de una zapata queda compensado por una ley de presiones, también uniforme, y por ello puede despreciarse, ya que no produce esfuerzos de flexión o de esfuerzo cortante.

Cuando el cimiento tiene mayores dimensiones esta simplificación ya no es posible debido a que una presión uniforme aplicada sobre un terreno, produce asentamientos distintos entre el centro y las esquinas del área cargada, de manera que la compatibilidad de deformaciones entre el suelo y el cimiento sólo es posible para esa distribución de cargas, si el cimiento es totalmente flexible. En otro caso la interacción entre el suelo y el cimiento conduce necesariamente a una redistribución de las presiones transmitidas, con concentración en los bordes tal como se ha visto en el apartado anterior para un terreno elástico.

En los suelos reales, esta concentración en los bordes se ve amortiguada, según se ha dicho anteriormente, debido a que en estos puntos puede alcanzarse la capacidad resistente del terreno. El resultado puede variar según se trate de terreno rocoso, suelo coherente o suelo granular, pudiendo adoptar en muchos casos, con suficiente aproximación, una distribución uniforme de presiones, tanto en zapatas rígidas como flexibles, salvo en dos casos particulares. El primer caso corresponde a una zapata rígida en roca, en el que la carga se concentra en los bordes, pudiendo adoptar dos leyes triangulares con valor máximo en los bordes y nulo en el centro de manera que se consiga el equilibrio de fuerzas. El segundo caso es el de una zapata flexible con carga aislada en el centro, apoyada sobre suelo granular, en el que puede adoptarse una ley triangular con presión máxima en el centro y nula en los bordes.

En el caso de cimentaciones rígidas, en la bibliografía pueden encontrarse recomendaciones para adoptar leyes lineales con concentración en los bordes, ya que, en los suelos reales, esta concentración difiere algo de la obtenida mediante la interacción del cimiento con un suelo elástico. En este sentido, la Figura 3 recoge los resultados de la propuesta de Seifert (1973) sobre la distribución de presiones de una cimentación rígida, en función del ángulo de rozamiento del terreno.

En esa figura se observa que las zonas laterales de la cimentación, en las que se produce la concentración de presiones, tienen una longitud aproximada equivalente al 20% del ancho de la cimentación y que la presión en la zona central está comprendida entre el 90% y el 95% de la presión media.

El valor de la presión máxima varía entre 1,15 veces la presión media para $\varphi=17^\circ$ y 1,57 veces la presión media para $\varphi=40^\circ$. Debe indicarse que en el caso de los suelos arenosos ($\varphi > 30^\circ$) esta concentración sólo es posible si la cimentación tiene suficiente profundidad para que la presión no rebase el valor de la presión de hundimiento en los bordes cuyo valor viene dado por el término $(q.N_q)$ de dicha presión de hundimiento.

Como resumen de todo lo expuesto, el proceso para dimensionar adecuadamente los cimientos superficiales podría ser el siguiente:

- 1. Cálculo del espesor del cimiento mediante un criterio elástico, en función no sólo de las características del terreno y del elemento estructural, sino también de la distribución de las cargas aplicadas sobre el mismo.

Para este cálculo cabría utilizar el parámetro dado en el apartado 4, adoptando en la expresión el valor $N=1$ y considerando como longitud l la dimensión total de la pieza, en el caso de carga aislada, o la distancia entre cargas cuando existen diversas cargas aisladas. Deduciendo de la expresión de N el valor del espesor h , se obtiene:

$$h = l \cdot \sqrt[3]{\frac{E_c}{E_t}}$$

Esta expresión es muy parecida a la obtenida en el apartado de la viga flotante y conduce, de manera aproximada, a valores de la relación (h/l) con el siguiente orden de magnitud:

Terreno de Cimentación	Relación h/l
Roca dura	1,40
Roca media	1,00
Roca blanda	0,60
Grava	0,20
Arena	0,15
Arcilla	0,10

En la mayoría de los casos puede ser suficientemente aproximado suponer que la distribución de presiones sobre el terreno obedece a una ley lineal, pero en el caso de que se utilicen elementos de cimentación muy grandes y enormemente rígidos, es conveniente considerar en los bordes una cierta concentración de presiones

- 2. Estudio del cimiento así predimensionado, ajustando su espesor por aquellas consideraciones estructurales o de otro tipo que procedan, comprobando a continuación su resistencia y determinando la armadura necesaria mediante el método de cálculo que resulte adecuado según la Instrucción de Hormigón Estructural (EHE), es decir el Método de las Bielas o la Teoría General de Flexión.

Según el criterio de rigidez estructural del cimiento utilizado en la EHE (relación v/h entre el vuelo v y el canto h del elemento) el límite que separa la aplicación de ambos métodos de cálculo corresponde al valor $v/h = 2,0$, quedando por debajo de este valor el campo de los cimientos rígidos y por encima el de los cimientos flexibles. Puede comprobarse que, partiendo de los valores de h estimados anteriormente para distintos tipos de terreno, en el caso de una zapata aislada la relación v/h resultará siempre inferior a 1,0, mientras que en el caso de suelos siempre es superior a 2,0. Evidentemente la naturaleza

no experimenta cambios bruscos en su comportamiento debiendo entender el límite $v/h = 2,0$ establecido en la EHE, como un valor por debajo del cual se está del lado de la seguridad aplicando el Método de las Bielas que fue establecido inicialmente para $v/h \leq 1,0$.

En la mayoría de los casos puede ser suficientemente aproximado suponer que la distribución de presiones sobre el terreno obedece a una ley lineal, pero en el caso de que se utilicen elementos de cimentación muy grandes y enormemente rígidos, es conveniente considerar en los bordes una cierta concentración de presiones, tal como se ha indicado anteriormente, con objeto de que el cálculo de las armaduras quede del lado de la seguridad. ■