

# El colapso del túnel ferroviario por inestabilidad del frente en suelos y rocas blandas o muy diaclasadas

Tunnel collapse due to head/face instability in heavily jointed or very soft rocks and soil

**Manuel Melis Maynar.** Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. M.Sc, MBA

*Catedrático de Geotecnia ETS Caminos Coruña (exced). Catedrático de Ferrocarriles, ETS Caminos Madrid. melismaynar@terra.es*

**Resumen:** En los túneles en suelos y rocas blandas el problema más grave suele ser la estimación de la estabilidad del frente, que en general se hace todavía por medio de la expresión de Broms de 1967. En este artículo se presenta un sencillo método de estimar el coeficiente de seguridad frente a los mecanismos de colapso más frecuentes en la literatura geotécnica teórica de las últimas décadas, los basados en rotura por espirales logarítmicas y círculos. Se comprueba fácilmente cómo las grandes secciones de frente abierto como el NATM son mucho más peligrosas que los métodos de pequeña sección como el Clásico de Madrid. Se presenta también un sencillo programa en Visual C++ cuyas fuentes se ponen sin coste a disposición del lector para que lo pueda adaptar a sus necesidades.

**Palabras Clave:** Túnel, Colapso, Hundimiento, Suelos, Espiral logarítmica, Seguridad

**Abstract:** In tunnels running through soft soil and rock the most serious problem tends to be the face stability estimate which is normally carried out in accordance with the Broms formula of 1967. This article presents a simple method to estimate the safety coefficient with regards to the most common forms of collapse established in theoretical geotechnical literature over recent decades and one based on logarithmic and circular spirals. It may be readily verified that the large open face sections such as the NATM are far more dangerous than the small section methods such as the Classic Madrid method. The article also presents a simple Visual C++ programme which the reader may receive without any cost and adapt to their need.

**Keywords:** Tunnel, Collapse, Subsidence, Soils, Logarithmic spiral, Safety

## Introducción

Los colapsos de los túneles en suelos y rocas blandas o diaclasadas son frecuentes y dañinos, especialmente en los túneles urbanos. En el informe de la HSE (1) (Health and Safety Executive) publicado a raíz de los colapsos de los túneles del tren Paddington-Heathrow en Londres el 21 de Octubre de 1994 se recogen 39 colapsos de túneles ejecutados a gran sección, por el Nuevo Método Austriaco o similares, y se citan otros 71 incidentes en 65 túneles en Japón, indicándose también que el número de colapsos de túneles en los últimos años es significativamente mayor que esos pocos colapsos identificados. La sentencia sobre este colapso de los túneles de Heathrow, de enorme repercusión, condenó a la empresa constructora y a la ingeniería especialista en tú-

neles, y el coste de la obra, que originalmente era de 60 millones de libras, terminó en 422.7 millones (2). El número de colapsos y roturas de túneles en España que el autor ha podido seguir en los últimos 15 años es también muy grande, pero las Administraciones responsables no han publicado nada sobre ellos y el autor no está autorizado tampoco a hacerlo ahora, lo que naturalmente dificulta enormemente analizar las causas de los problemas y buscar una solución. El informe del HSE divide los colapsos estudiados según sus causas aparentes en tres grupos: (A) los debidos a problemas en la estabilidad del frente o sus cercanías, (B) los debidos a problemas en el sostenimiento provisional, y (C) los debidos a otras causas. La gran mayoría, prácticamente la mitad, son debidos a problemas en la estabilidad del frente.

(1) HSE "Safety of New Austrian Tunnelling Method (NATM) Tunnels", HSE, Londres, 1996

(2) "Heathrow Express Verdict, Truth, Justice and the Austrian Way". New Civil Engrg. 18 Febr. 1999.

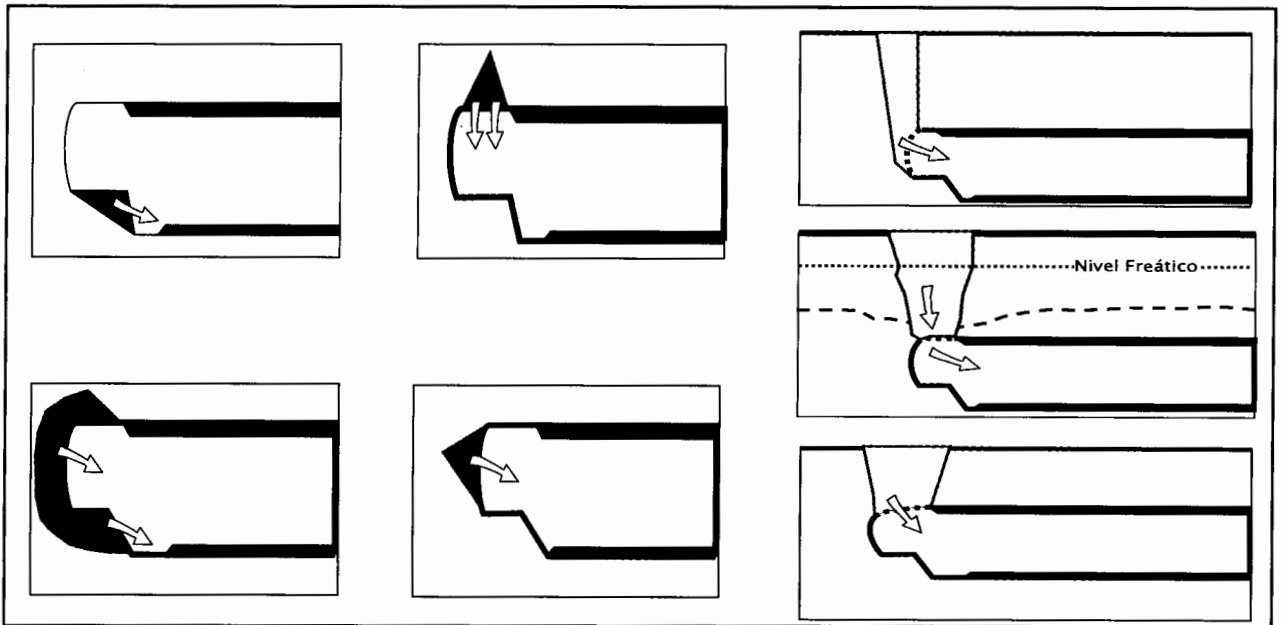


Fig. 1. Diversas formas de rotura por colapso del frente: De arriba a abajo e izquierda a derecha, rotura de la destroza en el avance, rotura de la bóveda, rotura total del frente, rotura parcial del frente, rotura por colapso de la bóveda, por falta de recubrimiento bajo el nivel freático y por falta de recubrimiento (HSE).

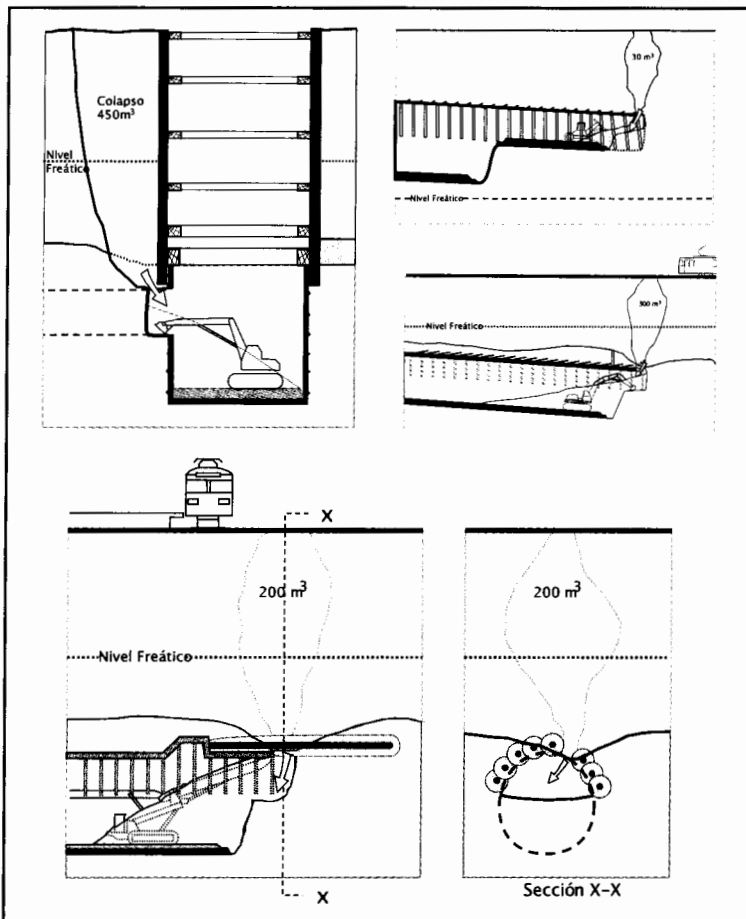


Fig. 2. Distintos colapsos del frente. Todos en Munich (HSE).

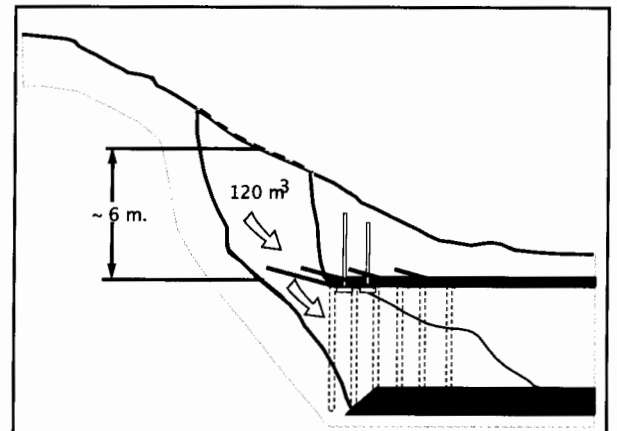


Fig. 3. Izquierda, típico colapso del frente. Alemania (HSE).



Fig. 4. Derecha, colapso de túnel en Autovía del Noroeste.



Fig. 5. Rotura de talud, autovías de Galicia (foto MMM).

La figura 4 es el colapso de un túnel en la Autovía de Galicia junto a su boquilla sur, en la N-VI, y la figura 5 es la rotura de un talud en un terreno muy cercano al anterior.

Desde el pionero estudio de Broms y Bennermark (3) sobre los colapsos de arcillas blandas en Suecia en 1967, posiblemente la única forma de análisis de la estabilidad del frente de un túnel en suelos y rocas blandas es la allí presentada, la conocida expresión

$$N = \frac{p_0 - p_i}{c_u}$$

que define por primera vez el denominado número de estabilidad  $N$ , definido como la diferencia entre la presión total vertical  $p_0$  al nivel del eje del túnel en el terreno natural delante del frente y la presión interior  $p_i$  del túnel (en general la atmosférica salvo que se trabajara con aire comprimido como el Prof. Terzaghi en el Metro de Chicago en 1939), dividida esta diferencia por la resistencia al corte sin drenaje  $c_u$  del suelo, que para los suelos puramente cohesivos equivale aproximadamente a la mitad de la resistencia a compresión. Este número de estabilidad  $N$  ha circulado desde entonces mucho por la literatura técnica, pero el autor opina, tras haber construido más de 100 km de túneles de gran sección en suelos, que en la práctica tiene muy poca o ninguna utilidad.

Todos los esquemas geométricos posteriores a Broms utilizados para estudiar este tipo de colapsos del frente del túnel en suelos y rocas blandas o muy diaclasadas pueden resumirse en tres grupos: los que se basan en espirales logarítmicas para las líneas de deslizamiento, los que se basan en

líneas circulares y los que se basan en la simulación del colapso por bloques y cuñas prismáticas. Entre los primeros, con espirales logarítmicas, los más conocidos son los de Chambón y Corté(4, 5), entre los que utilizan superficies circulares los de Peck (6) y Deere (7), y entre los que utilizan prismas, conos y cuñas los de Davis (8), Leca (9), Leca y Dormieux (10), Sternath y Baumann (11), Lee y Nam (12) y Bauman, Sternath y Schwarz (13). Otros estudios han tratado el problema del agua en la estabilidad del frente (14). Un análisis de algunos de estos métodos puede verse en la Tesis Doctoral del Prof. Luis Medina (15) y en los trabajos de Demay y Leroi en relación con el gran túnel de la A-86 en París (16). En este último e interesante análisis se estudia la estabilidad del frente por los 5 métodos conocidos hoy, el método del número de estabilidad, el método de Atkinson, el método de cuñas y bloques de Sternath, el método de la espiral logarítmica y el método de Leca. Sin embargo, en el mecanismo de rotura de la espiral logarítmica no lleva esta curva hasta la superficie, sino hasta la altura de clave, continuando hasta superficie del terreno con un prisma rectangular, lo que podría estar más del lado de la seguridad que el esquema que aquí se presenta. Pese a todos estos estudios teóricos, la utilización del NATM y otros métodos de frente abierto en túneles en suelos y rocas blandas producen colap-

(4) Chambon, P. and Corté, J. F. (1994). "Shallow tunnels in cohesionless soil: stability of tunnel face". *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 120, Nº 7.

(5) Chambon, P. y Corté, J. F. (1990). "Stabilité du front de taille d'un tunnel dans un milieu frottant approche cinématique en calcul a la rupture". *Rev. Française Geotechnique*, 51, Abril 1990

(6) Peck, R. B. (1969). "Deep excavations and tunnelling in soft ground". *Proc. 7th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Mexico, Vol. IV (State of the Art), 225-290.

(7) Deere, D. U., Peck, R. B., Monsees, J. E. and Schmidt, B. (1969). "Design of tunnel liners and support systems". Final Report, Department of Civil Engineering, University of Illinois (Urbana-Illinois).

(8) Davis E, Gunn, M, Mair, R y Seneviratne, H "The stability of shallow tunnels and underground openings in cohesive material", *Geotechnique*, 30, nº 4, 1980.

(9) E. Leca y M. Panet, « Application du calcul a la rupture et a la stabilité du front de taille d'un tunnel », *Revue française de Geotechnique*, 43, 1988

(10) Leca, E. and Dormieux, L. (1990). "Upper and lower bound solutions for the face stability of shallow circular tunnels in frictional material". *Géotechnique* 40, Nº4, 581-606.

(11) R. Sternath y Th. Baumann, "Face support for tunnels in loose ground", *Tunnels for People*, Balkema, 1997

(12) Lee, I, Nam, S "Evaluation of face stability with the consideration of seepage forces in shallow tunnels". *Tunnels and Undergr. Structures*, Balkema, 2000

(13) Baumann, Sternath y Schwarz, J. "Face stability of tunnels in soft rock. Possibilities for the computational analysis". *Proc. XIVth Conf. SMFE*, Hamburgo, Vol.3, 1997

(14) Lee, I, Nam, S, Ahn, J "Effecto of seepage forces on tunnel face stability". *Can. Geotech. J.* 40, 2003.

(15) Medina, L. "Estudio de los movimientos originados por la excavación de túneles con escudos de presión de tierras en los suelos tosquizos de Madrid", Tesis Doctoral, ETS Caminos Coruña, 1999.

(16) B. Demay y B. Leroi, "Stabilité du front de taille et prevision des tassements sur le tunnel VLI Socatop A 86", *Tunnel et Ouvrages Sout.* 169, Feb 2002

(3) Broms, B. y Bennermark, H (1967). "Stability of clay at vertical openings". *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proceedings of the ASCE*, Vol. 93, Nº SM1, 71-95.

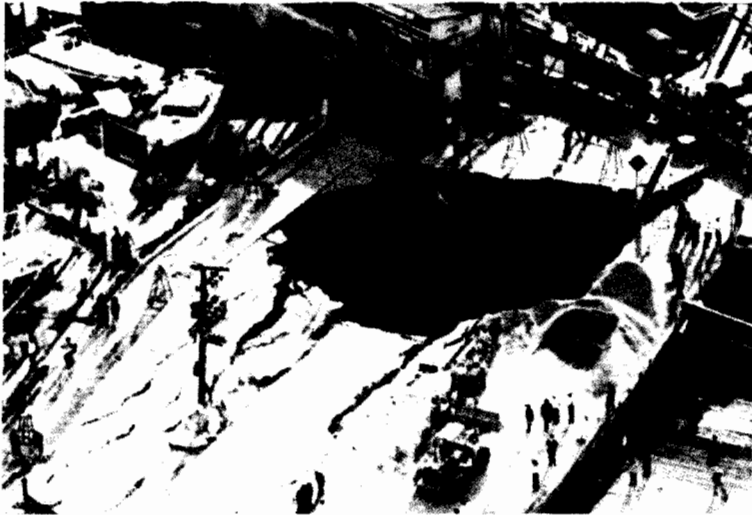


Fig. 6. Túnel de carretera. Sao Paulo, 1993.



Fig. 8. Túnel de metro. 7º colapso de Munich, 1994.

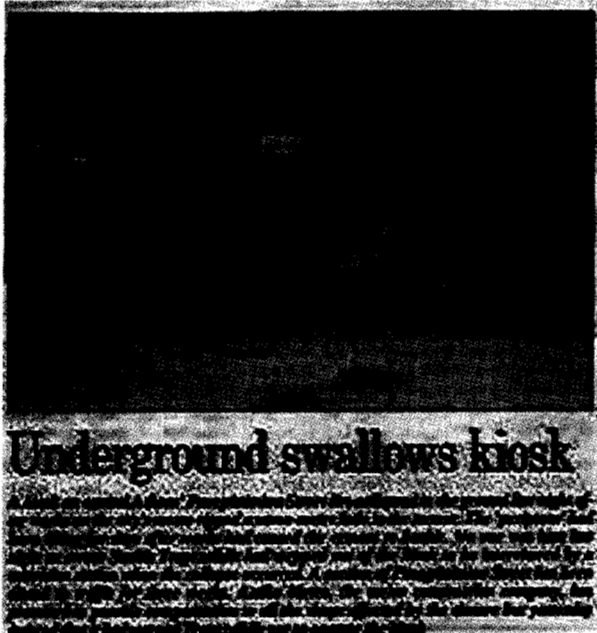


Fig. 9. Atenas.



Fig. 7. Túnel de metro. Los Angeles, 1996.



Fig. 10. Estambul.

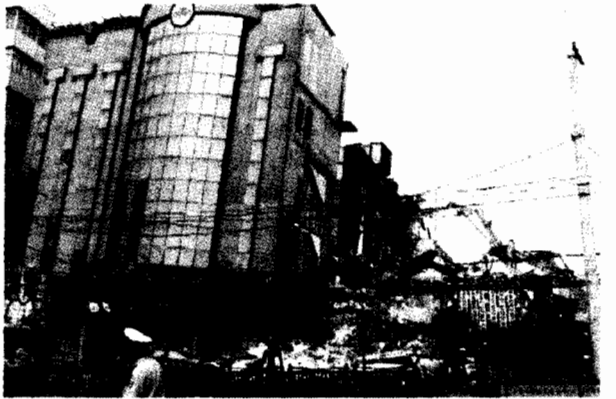
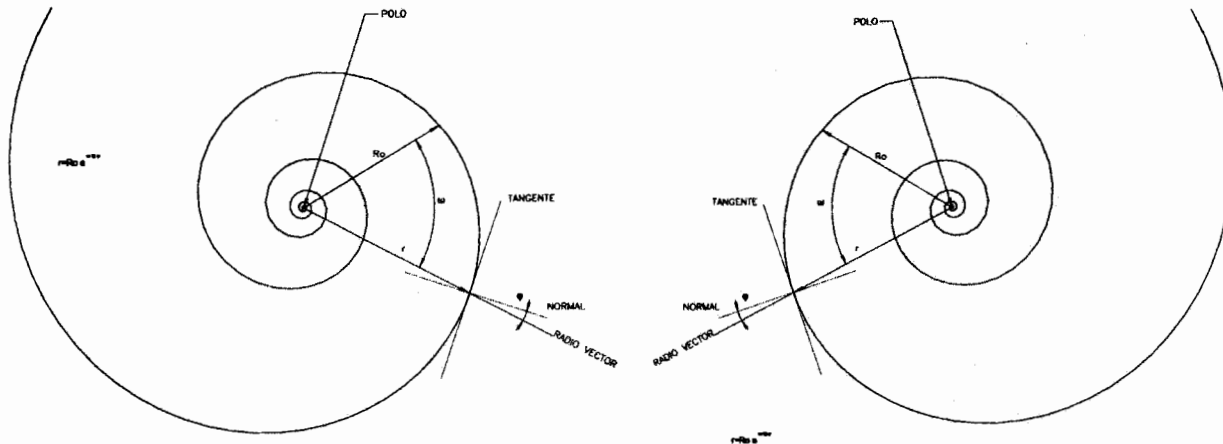


Fig. 11 (a y b). Shangai.



Figs. 12 y 13. Espirales logarítmicas horaria y antihoraria.

sos de forma regular en todo el mundo. Algunos de los conocidos por el autor se presentan en las figuras 4 a 11, pero la mayoría de estos colapsos suelen ocultarse.

Entre los más recientes de estos frecuentes colapsos por el uso del NATM en suelos figuran los de los Metros de Atenas, Estambul y Shangai (figuras 9, 10 y 11).

### 1. Colapso con rotura por espiral logarítmica en suelos de Mohr-Coulomb

Ya en 1938, en su famoso paper 2099 "General wedge theory of earth pressure" (17), el Prof. Terzaghi llamaba la atención sobre las observaciones de Meem (18) en 1908 y Moulton (19) en 1920, en las que ambos autores constataban que las superficies de deslizamiento cortaban la superficie del terreno en ángulos aproximadamente rectos. Esto puede comprobarse hoy en multitud de fotografías de colapsos reales (ver figuras 6 a 11). Terzaghi propuso como curva de deslizamiento la espiral logarítmica, encajada de forma tal que, pasando por el pie del corte del terreno, cortara en ángulo recto a la superficie. El análisis con la espiral logarítmica es desde entonces habitual para los suelos de Mohr-Coulomb por su conocida propiedad de que el radio vector (la recta que une el centro, origen o polo de la espiral con uno de sus puntos) forma un ángulo constante con su tangente o su normal en ese punto.

El esfuerzo normal en el plano de rotura del terreno al romper por una espiral logarítmica formará el ángulo  $\varphi$  con la normal a ésta, de forma que si en la expresión analítica

de la espiral se toma  $\varphi$  como parámetro, esta fuerza pasará por el polo de la espiral, con lo que si el deslizamiento es en un sentido determinado no produce momento, aunque sí lo producirá si es en sentido contrario. En lo que sigue se analizan ambos casos. Por otra parte hay una extraordinaria similitud de esta curva con las roturas observadas en gran número de suelos (20).

En las figuras 12 y 13 se esquematizan los casos horario (el ángulo crece en el sentido de las agujas del reloj) y antihorario de la espiral cuya ecuación es

$$r = r_0 e^{\omega \varphi}$$

El radio vector  $r$  forma el ángulo  $\omega$  con el radio vector inicial  $r_0$  que se considere, y el ángulo que forma la tangente en un punto con el radio vector  $r$  es el complementario de  $\varphi$ . Por tanto, como se ha dicho, el ángulo que forma la normal a la espiral con el radio vector es precisamente  $\varphi$ , y como el lector sin duda recordará de sus conocimientos de Geotecnia, esta propiedad hace que si el deslizamiento es en un determinado sentido las fuerzas de rozamiento sobre una superficie que tenga la forma de la espiral no produzcan momento con respecto al origen, con lo que los cálculos se simplifican extraordinariamente. En el caso del estudio de la carga de hundimiento la espiral es antihoraria, su radio vector crece con el reloj, la parte interior del terreno tiende a deslizar contra la exterior a la espiral en sentido antihorario, y el rozamiento en un elemento de arco forma el ángulo  $\varphi$  con la normal, de forma que no produce momento con respecto al polo. En el caso del colapso del terreno frente al túnel ocurre lo contrario, el rozamiento no producirá momento para la espiral horaria, siempre naturalmente que nos refira-

(17) Terzaghi, K, "General wedge theory of earth pressure", Meeting of Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Rochester, NY. 14 Octubre 1938. Publicado Proceedings ASCE 1939

(18) Meem, JC, "The bracing of Trenches and Tunnels with practical formulas for Earth Pressures", Trans. ASCE, June 1908.

(19) Moulton, HG, "Earth and rock pressure", Trans. AIMME, 1920

(20) Jumikis, A "Mechanics of soils. Fundamentals for advanced study". Van Nostrand 1964

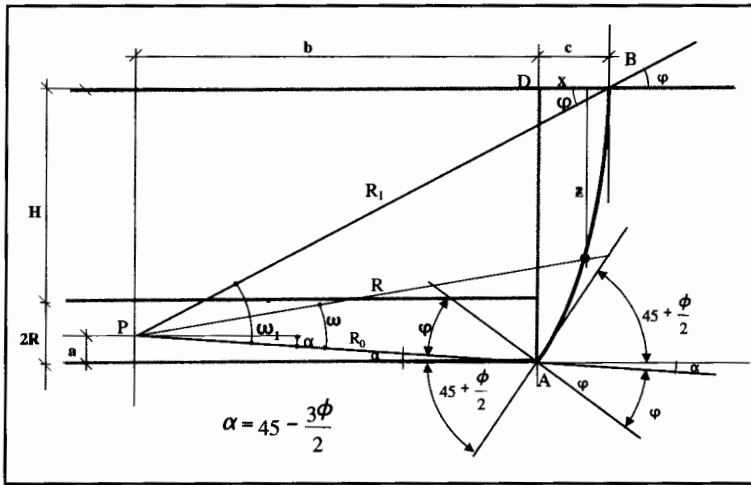


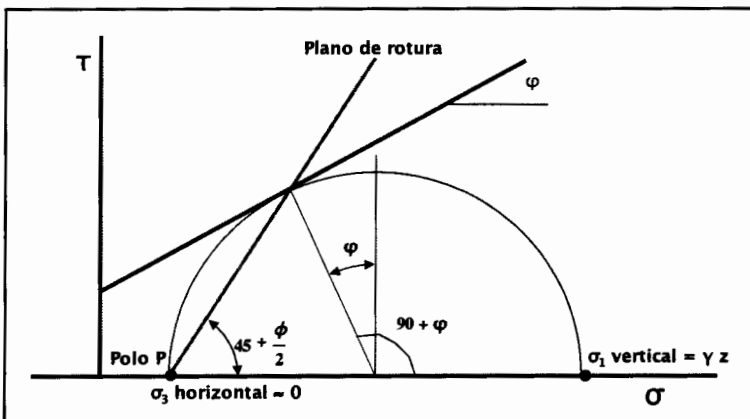
Fig. 14. Esquema de la espiral logarítmica antihoraria de colapso.

mos a los esquemas dibujados como indica la figura 14, pero sí lo producirá para la antihoraria.

Con esta expresión analítica y para un rozamiento interno  $\phi$  determinado del suelo, la espiral logarítmica de rotura es única. Pero el número de espirales logarítmicas de ángulo  $\phi$  horarias o antihorarias que pasan por el pie del corte (en nuestro caso, la contrabóveda del túnel) y que corten en ángulo recto a la superficie del terreno es infinito, y la rotura a través de cada una de ellas dará un coeficiente de seguridad distinto frente al colapso del túnel.

Analizando lo que ocurre en el momento del colapso en la intersección de la espiral logarítmica con la contrabóveda del túnel puede verse que el elemento de suelo que está rompiendo y entra en el túnel por su parte inferior tiene el estado tensional representado por la figura 15, no tiene ninguna resistencia que le impida entrar en el túnel, o ya la ha vencido, y mientras su tensión vertical sigue constante, su tensión horizontal ha ido disminuyendo con respecto a la tensión vertical constante hasta que su círculo de Mohr ha aumentado tanto que llega a rotura al ser tangente a la recta de Mohr. Recordemos que el polo del círculo de Mohr es el

Fig. 15. Inclinación del plano de rotura en la contrabóveda.



punto P cuya propiedad es que si se traza por él una línea cualquiera a otro punto Q del círculo, la dirección de esa recta es la del plano sobre el que actúan las tensiones de Q. Como el polo en el esquema de la figura es el punto P, trazando por él una recta hasta el punto de tangencia del círculo con la recta de rotura tendremos la dirección del plano de rotura en ese punto. Haciéndolo así se ve por simple geometría que la dirección de ese plano es la que forma el ángulo de  $45^\circ + \phi/2$  con la horizontal. Esa debe ser por lo tanto la dirección de la tangente a la espiral logarítmica de rotura en su intersección con la contrabóveda del túnel en el plano del frente. Este ángulo, del orden de  $60^\circ$  para los suelos habituales, es el que se observa también cuando puede verse algún colapso, y el que suele reflejarse en esquemas de colapso como los de las figuras anteriores.

En este caso una espiral logarítmica definida por su ángulo  $\phi$ , que corte verticalmente a la superficie horizontal del terreno y tal que además su tangente forme el ángulo  $45^\circ + \phi/2$  con la horizontal en la contrabóveda del túnel, a la profundidad  $H + 2R$ , si es única. La situación del polo de la espiral es la intersección de los dos radios vectores del punto en la superficie y en la contrabóveda, cuya dirección se conoce. Estudiamos a continuación los colapsos por espiral logarítmica para los casos antihorario y horario.

### 1a. Espiral logarítmica antihoraria. Suelos de Mohr-Coulomb

El esquema es el de la figura 14. El túnel tiene diámetro  $2R$  y su clave está a la profundidad  $H$ . La espiral corta al terreno verticalmente en el punto B, y su tangente en la contrabóveda A del túnel en el frente forma el ángulo  $45 + \phi/2$  con la horizontal. En el punto B el radio vector de la espiral forma el ángulo  $\phi$  con la horizontal (que es la normal a la espiral) en la dirección antihoraria dibujada, es decir, hacia abajo, porque el ángulo de los radios vectores va creciendo en el sentido contrario a las agujas del reloj. El centro P de la espiral se encuentra en ese radio vector. Por otra parte, en el punto A la tangente forma el ángulo  $45 + \phi/2$  con la horizontal, y el radio vector el ángulo  $\alpha$  con la normal, de manera que el radio vector forma el ángulo  $\alpha = 45 - 3\phi/2$  con la horizontal, como puede verse en la figura. El centro de la espiral es por tanto conocido, y pueden calcularse el resto de los datos necesarios para estudiar el colapso, a saber:

- distancia "a" del centro de la espiral al plano horizontal
- distancia "b" del centro al frente del túnel
- distancia "c" del frente del túnel a la intersección de la espiral con el terreno
- radio vector inicial  $R_0$ , del centro a la contrabóveda
- radio vector final  $R_1$ , del centro al corte con el terreno

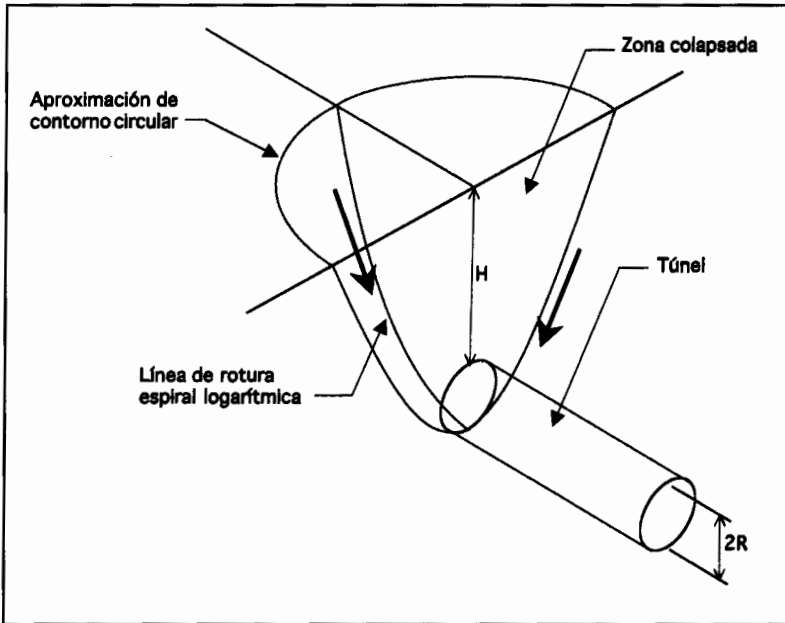


Fig. 16. Volumen de suelo colapsado hacia dentro del túnel.

• ángulo  $\omega_1$  formado por los dos radios vectores extremos  $R_0$  y  $R_1$ .

Por geometría sencilla de la figura se obtienen los valores

$$\alpha = 45 - \frac{3\varphi}{2} \quad \omega_1 = 45 - \frac{\varphi}{2}$$

Se cumple además la propiedad general de la espiral logarítmica

$$R_1 = R_0 e^{\omega_1 \tan \varphi}$$

y el centro de la espiral se obtiene a partir de las relaciones que se deducen de la geometría de la figura:

$$\begin{aligned} a &= R_0 \operatorname{sen} \alpha \\ R_1 \operatorname{sen} \varphi + a &= H + 2R \\ b &= R_0 \operatorname{cos} \alpha \\ c &= R_1 \operatorname{cos} \varphi - b \end{aligned}$$

Definida la espiral, el colapso se producirá de acuerdo con una rotura cuya directriz es dicha espiral, como indica la figura 16.

El volumen de suelo colapsado puede dividirse para su estudio en una franja del ancho aproximado del túnel, y lateralmente según dos cuñas o semiconos circulares, de ángulo y que en general llega a los  $90^\circ$  a cada lado, cerrando un semicírculo completo con el plano del frente del túnel. En la figura 17 se esquematizan los bloques utilizados para este análisis del colapso.

En el momento del colapso, en el instante que el suelo acaba de romper, la rotura se ha producido según la espiral logarítmica que pasa por la contrabóveda. Las fuerzas volcadoras que han llevado al colapso son las producidas por el peso del terreno situado entre el plano del frente del túnel y la superficie definida por esa espiral. Pero naturalmente no por todo ese volumen de suelo. Eso ocurriría si no hubiera terreno por detrás del frente, en la zona de túnel ya construido, y entonces el problema sería el del estudio de la estabilidad de un talud vertical. Las fuerzas volcadoras serán las debidas al peso del terreno comprendido entre esa espiral que pasa por la contrabóveda y otra espiral similar que pasa por clave. El momento volcador debido al terreno situado por encima de esta última espiral es soportado por el terreno natural de encima del túnel. En la figura 18 se esquematizan las dos espirales límite.

Para que se produzca el colapso es necesario por tanto que el peso del terreno situado entre ambas espirales pro-

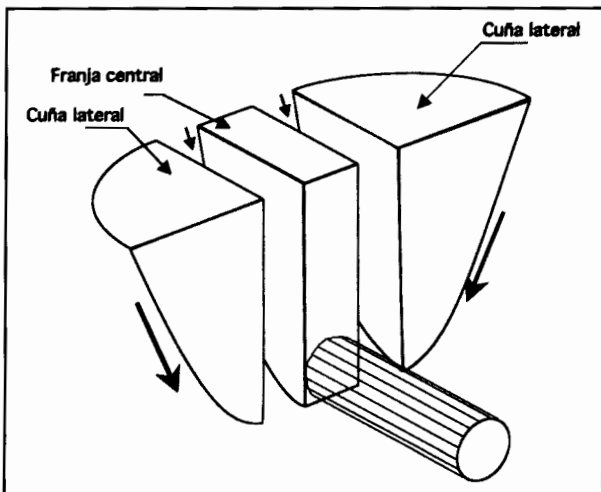


Fig. 17. Bloques elementales para el estudio del colapso del frente.

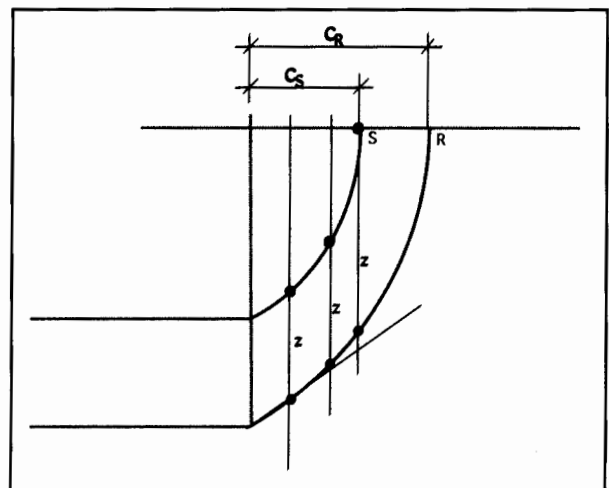
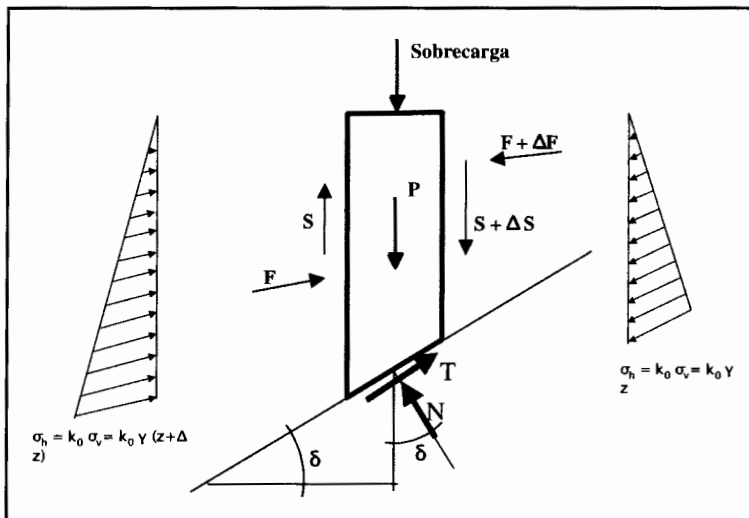


Figura 18. Espirales límite de la zona colapsada



**Fig. 19.** Fuerzas que actúan en una rebanada elemental.

duzca un momento volcador con respecto al centro de la espiral de magnitud tal que rompa al suelo a lo largo de ambas espirales, la superior y la inferior. Y la resistencia del suelo a lo largo de estas superficies, en la hipótesis de Mohr-Coulomb que estamos estudiando, es fácilmente calculable a partir de la cohesión y el rozamiento interno.

Una vez que el suelo ha roto y que han entrado en el túnel los primeros metros cúbicos de tierra el fenómeno cambia drásticamente, cae la zona de terreno situada encima de la espiral superior al hueco así dejado y el fenómeno del colapso va aumentando, hasta que el terreno que ha entrado en el túnel tiene el suficiente peso para, por rozamiento con las paredes del túnel, soportar los nuevos momentos volcadores. Por tanto lo importante en el análisis del colapso es el primer milisegundo, cuando los momentos volcadores del terreno comprendido entre las dos espirales superan la resistencia del suelo a lo largo de esas superficies. Este es el momento que mata a los trabajadores que están en el frente del túnel.

El análisis de esta situación puede hacerse estudiando el equilibrio de una rebanada vertical de suelo como la indicada en la figura 19 e integrando a continuación esta rebanada a lo largo de la zona colapsada.

Realizamos el análisis para la espiral inferior. Para la espiral superior es similar. Una vez obtenido el momento volcador debido a estas rebanadas que van desde superficie hasta la espiral superior repetiremos el proceso con la espiral superior, y el momento volcador resultante frente al túnel será la diferencia entre ambos. Como puede ver el lector, el análisis es idéntico al habitualmente aplicado en el estudio de la estabilidad de taludes, pero con dos superficies de deslizamiento.

Volviendo a la figura 14, para estudiar el momento volcador que produce la rebanada de suelo en cuestión con respecto al centro o polo de la espiral se necesita conocer la

situación y altura de la rebanada, así como el ángulo que forma su parte inferior con la horizontal. El cálculo del momento volcador total se efectuará partiendo del punto D, plano del frente del túnel en la superficie del terreno, y sumando los momentos volcadores de las distintas rebanadas de espesor  $\Delta x$  desde D hasta B, punto de salida de la espiral. Este momento volcador de ancho unidad se multiplicará finalmente por el ancho equivalente del túnel, y se deducirá a continuación el momento calculado de la misma forma para la espiral superior. El momento volcador de las cuñas circulares laterales se suma a continuación.

Para una rebanada vertical de suelo, de ancho  $\Delta x$ , situada a la distancia "x" de D, es necesario calcular su altura "z" y el radio vector R del punto de contacto de la rebanada con la espiral inferior, para lo que es necesario conocer el ángulo  $\omega$  que forma éste con el radio vector origen  $R_0$  que pasa por la contrabóveda. Ese es el radio vector origen porque estamos analizando el caso de espiral antihoraria. En el caso de la espiral horaria el radio vector origen sería  $R_1$ , el correspondiente al corte de la espiral con el terreno. Recordemos que los radios vectores origen y fin,  $R_0$  y  $R_1$ , forman el ángulo  $\omega_1$  que ya se ha calculado.

De acuerdo con la misma figura 14, las ecuaciones del problema son:

$$\begin{aligned} R_1 \text{sen}(\omega_1 - \alpha) &= z + R \text{sen}(\omega - \alpha) \\ R \cos(\omega - \alpha) &= b + x \\ R &= R_0 e^{\omega \text{tg} \varphi} \end{aligned}$$

y las tres incógnitas son z, R y  $\omega$ , de forma que se pueden calcular. La única dificultad es que para calcular  $\omega$  aparece una ecuación de la forma

$$R_0 e^{\omega \text{tg} \varphi} \cos(\omega - \alpha) = b + x$$

que hay que resolver, bien por tanteos, o por algún método numérico. En el programa de cálculo que se incluye se ha elegido el método de Newton, que da la solución de la ecuación  $f(\omega)=0$  por las iteraciones

$$\omega_{n+1} = \omega_n - \frac{f(\omega)}{f'(\omega)}$$

En este caso la recurrencia queda en la forma

$$\omega_{n+1} = \frac{R_0 e^{\omega \text{tg} \varphi} \cos(\omega - \alpha) - b - x}{R_0 e^{\omega \text{tg} \varphi} [\text{tg} \varphi \cos(\omega - \alpha) - \text{sen}(\omega - \alpha)]}$$

que converge rápidamente, en 3 o 4 iteraciones, y puede programarse muy sencillamente como una función auxiliar. Una vez conocida  $\omega$ , el cálculo de z es inmediato:



$$z = R_1 \text{sen}(\omega_1 - \alpha) - R \text{sen}(\omega - \alpha)$$

Conocida la altura de la rebanada ya puede calcularse su peso, y por lo tanto su contribución al momento volcador, así como las fuerzas estabilizadoras a que está sometida.

Las fuerzas verticales que actúan sobre la rebanada son su peso  $P$  y las tangenciales  $S$  con las rebanadas adyacentes. Al deslizar una rebanada con respecto a la adyacente tiene que superar la resistencia debida al rozamiento interno creado por los esfuerzos normales entre ellas y a la cohesión. El esfuerzo normal entre rebanadas será el debido al empuje al reposo del terreno, y tendrá una ley triangular de base  $k_0 \gamma z$ , lo que producirá una resistencia por rozamiento interno igual a  $k_0 \gamma z \text{tg} \phi$ . Además habrá que superar el esfuerzo  $zc$  siendo  $c$  la cohesión del suelo. Como un lado de la rebanada es ligeramente mayor que el otro, si el fondo (recto por ser un ancho infinitesimal) de la rebanada forma el ángulo  $\delta$  con la horizontal, un lado de la rebanada será más corto que el otro en la longitud  $\delta \Delta x$ , lo que lleva a que los esfuerzos  $S$  sean distintos. En una cara el esfuerzo vertical debido a la rebanada adyacente será  $S$  y en la otra será  $S + \Delta S$ . Como vemos, es sencillo estimar de forma suficientemente aproximada el valor de  $\Delta S$ , pero, al igual que en el Método de Bishop del estudio de estabilidad de taludes, este  $\Delta S$  puede despreciarse en primera aproximación. En lo que sigue se supone el terreno seco, ya que la introducción del nivel freático no tiene dificultad. Se supone también que no hay sobrecargas como edificios sobre la superficie del terreno, que se sumarían en su caso al peso de la rebanada.

Las fuerzas cuasi-horizontales  $F$  entre rebanadas son las que acabamos de exponer, y también son ligeramente diferentes entre ambas caras por el motivo expuesto. Ni siquiera tenemos la seguridad de que sean horizontales, pudiendo tener por ejemplo la inclinación del fondo de la rebanada, es decir, formar el ángulo  $\delta$  con la horizontal. En cualquier caso, hágase la hipótesis que se haga, los cálculos son muy sencillos, y en el programa de cálculo puede introducirse cualquier hipótesis. Admitiendo ahora por sencillez y para fijar ideas la hipótesis del Bishop simplificado de que ambas fuerzas  $F$  son horizontales e iguales, se puede establecer el equilibrio de la rebanada, bien entendido, se insiste, que en el programa de cálculo que se incluye se puede incluir de forma inmediata cualquier hipótesis que se desee hacer sobre ellas y las verticales, hipótesis similares a las del método completo de Bishop, Morgenstern, Spencer, etc, en estabilidad de taludes. En definitiva, todas estas fuerzas estarán equilibradas por una tangencial  $T$  en el fondo de la rebanada, situada en el plano tangente a la espiral, y otra normal  $N$  perpendicular a dicho plano. El momento resistente al colapso será el que produzcan estas fuerzas  $T$  con respecto al polo de la espiral, y el momento volcador causante del colapso será el debido a los pesos de las rebanadas con res-

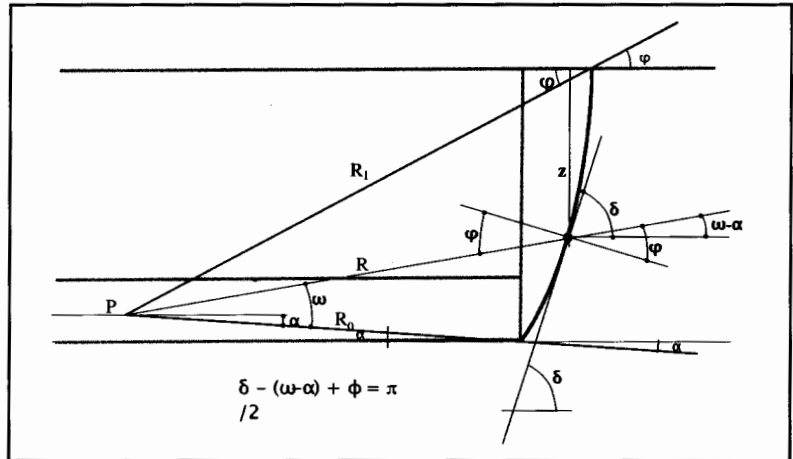


Fig. 20. Inclinación del fondo de la rebanada. Espiral antihoraria.

pecto al mismo polo. Por ello es necesario calcular también para cada rebanada los brazos de momento con respecto al polo de su punto inferior.

Con las hipótesis simplificadoras anteriores la fuerza tangencial  $T$  que equilibra la rebanada en su punto inferior es

$$T = N \text{tg} \phi + c \Delta L$$

donde  $\Delta L$  es la longitud de la rebanada en su parte inferior, que tiene la pendiente de la espiral logarítmica en ese punto, formando el ángulo  $\delta$  con la horizontal. Si el espesor de la rebanada es  $\Delta x$ , se cumple naturalmente que  $\Delta x = \Delta L \cos \alpha$ .

Proyectando todas estas fuerzas sobre la vertical resulta

$$N \cos \delta + T \text{sen} \delta = P$$

de donde se puede poner

$$N = \frac{P}{\cos \delta} - T \text{tg} \delta$$

El peso de la rebanada, siendo  $g$  el peso específico del suelo, es

$$P = \gamma z \Delta x$$

Sustituyendo estas expresiones en la de  $T$  resulta

$$T = \frac{P \text{tg} \phi}{\cos \delta} - T \text{tg} \phi \text{tg} \delta + \frac{c \Delta x}{\cos \delta}$$

de donde se deduce la expresión

$$T = \frac{P \text{tg} \phi + c \Delta x}{\cos \delta (1 + \text{tg} \phi \text{tg} \delta)}$$

El ángulo  $\delta$  que forma la base de la rebanada con la horizontal se obtiene del esquema de la figura 20,

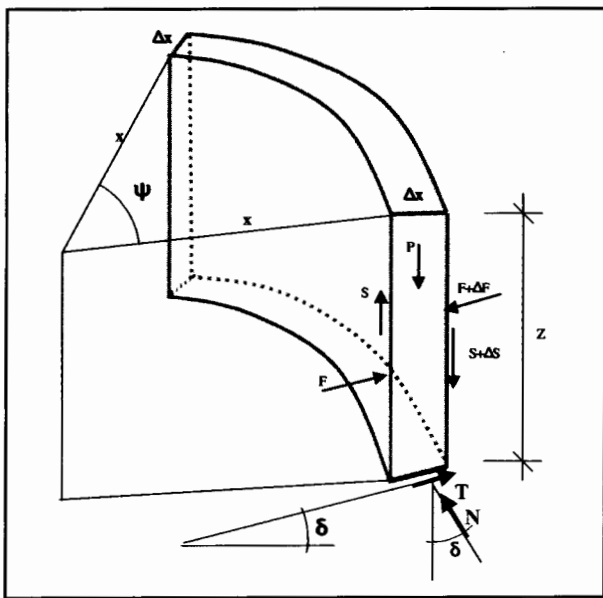


Fig. 21. Rebanada elemental de directriz curva para el estudio de las cuñas laterales.

y resulta ser

$$\delta = \frac{\pi}{2} - \varphi + \omega - \alpha$$

El momento resistente creado por esta fuerza T con respecto al polo puede calcularse ya que se conoce todo el resto de la expresión. El  $\Delta x$  es un dato del problema fijado por nosotros. Necesitamos conocer sólo el brazo del momento con respecto al polo de la espiral, que para el caso de la espiral antihoraria y de la simple inspección de la figura se deduce que es  $R \cos \varphi$ . El brazo del momento volcador debido al peso es, naturalmente,  $b+x$ , siendo  $b$  la abscisa del polo con respecto al plano del frente del túnel, ya conocida, y  $x$  es la abscisa de la rebanada en consideración.

Para la zona de colapso de la franja central, si es "d" el ancho de la franja, la expresión del momento estabilizador global será

$$M_{E1} = d \sum TR \cos \varphi = d \sum R \cos \varphi \frac{P \operatorname{tg} \varphi + c \Delta x}{\cos \delta (1 + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta)}$$

Donde la sumatoria se refiere a todas las rebanadas que se haya decidido crear. El ancho equivalente de la franja debe ser del orden de magnitud del diámetro del túnel. Una estimación que parece razonable es un ancho tal que multiplicado por el diámetro resulte en el área de la sección del túnel,  $d 2R = \pi R^2$ . Se obtiene así un ancho  $d = \pi R/2$ . El momento volcador será el debido a la sumatoria del peso de cada rebanada:

$$M_{V1} = d \sum \gamma z \Delta x (b+x)$$

Repitiendo ahora el proceso para la espiral superior, todos los cálculos son exactamente iguales, salvo que el polo está situado en otro lugar, y los radios vectores origen y final  $R_0$  y  $R_1$  son distintos que antes porque la espiral en lugar de pasar por la contrabóveda pasa por la clave, si bien formando los mismos ángulos  $45+\varphi/2$  con ella y  $90^\circ$  con la superficie del terreno. La única ecuación que varía es que ahora se cumple

$$R_1 \operatorname{sen} \varphi + a = H$$

De esta espiral se obtienen con el mismo proceso anterior otro momento volcador  $M_{V2}$  y otro estabilizador  $M_{E2}$ . En el instante del colapso, en ese primer milisegundo, el momento volcador de la franja central será

$$M_V = M_{V1} - M_{V2}$$

y el momento resistente será la suma de los resistentes, ya que el terreno que se mueve lo tiene que hacer contra esas dos resistencias

$$M_E = M_{E1} + M_{E2}$$

Pasado el primer instante del colapso, este mecanismo ya no es válido.

Viendo ahora las cuñas o semiconos de planta circular de ángulo  $\psi$  y a cada lado de la franja central de la figura 17, todo el proceso anterior sigue siendo válido, con la variación de que las rebanadas no son rectas ahora, sino que tienen la misma altura  $z$  que antes pero cada una tiene ahora una planta circular de arco  $\psi$  y radio  $x$  con el mismo espesor  $\Delta x$ , como muestra la figura 21.

Por tanto el peso de la rebanada que está situada a una distancia  $x$  del frente del túnel será

$$P = \gamma z x \psi \Delta x$$

y el esfuerzo tangencial T que produce el momento estabilizador es

$$T = N \operatorname{tg} \varphi + c x \psi \Delta x$$

de donde se deduce la expresión final de T

$$T = \frac{P \operatorname{tg} \varphi + c x \psi \Delta x}{\cos \delta (1 + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta)}$$

Se calcula el momento volcador de cada cuña de ángulo  $\psi$  y se suman al de la franja. De la misma forma se calculan los momentos estabilizadores de ambas cuñas, y se suman

al de la franja central. La fuerza T bajo la rebanada recta se compone del peso específico, con dimensiones  $N/m^3$ , multiplicado por la altura z (m) y por el ancho de la rebanada  $\Delta x$  (m) y por otro lado de la cohesión,  $N/m^2$ , que multiplicada por la longitud del fondo de rebanada da las dimensiones de  $N/m$ , que al multiplicar por el ancho del túnel resulta en N, que al multiplicar por el brazo da las dimensiones de momento, mN.

La rebanada curva tiene una superficie superior de  $\chi\psi\Delta x$ ,  $m^2$ . Al multiplicar por el peso específico  $N/m^3$  da

unas dimensiones de  $N/m$ , que al multiplicar por la altura de rebanada z da dimensiones de fuerza, N. La cohesión en la superficie inferior,  $N/m^2$ , al multiplicarla por ese área da N. Y al multiplicar esa suma por el brazo, m, da las dimensiones de momento, mN.

El coeficiente de seguridad al colapso del frente será el cociente entre los momentos volcadores y estabilizadores así obtenidos, y como puede verse en los resultados que se incluyen a continuación, la contribución al colapso de las cuñas circulares laterales es muy pequeña, prácticamente despreciable.

### Programa de cálculo de la estabilidad del frente

Aunque estos cálculos pueden hacerse a mano de forma muy sencilla, utilizando tres o cuatro rebanadas y ayudándose del gráfico, se ha preparado para el lector un pequeño programa en C++, programa muy elemental por otra parte. Dados los datos del problema ( $\gamma$ ,  $\phi$ , c, H, R,  $\psi$ ) las rutinas principales de cálculo son las siguientes:

```
double parcial_omega(double R0, double alfa, double fi, double x, double a)
{
    int k, n;
    double omega, omega_1, A1, A2;
    n = 100;
    omega = 0.0;
    for (k = 1; k <= n; ++k)
    {
        A1 = R0*exp(omega*tan(fi)) * cos(omega - alfa) - (a + x);
        A2 = R0 * exp(omega*tan(fi)) * (tan(fi) * cos(omega - alfa) - sin(omega - alfa));
        if (fabs(A2) <= 0.000001) return omega;
        omega_1 = omega - (A1 / A2);

        if (omega_1 - omega <= 0.000001)
        {
            omega_1 = omega;
            return omega_1;
        }
        omega = omega_1;
    }
    return omega;
}
```

```
void CColapso_frenteDlg::OnAntihoraria()
{
    // TODO: Add your control notification handler code here
    CStdioFile fichout_calculo;
    fichout_calculo.Open("Esp_log_anti_vert.per", CFile::modeCreate | CFile::modeWrite | CFile::typeText);
    double x, incrx, fi, figrados, H, R_tunel, gamma, cohesion, ancho_franja, psi, psigrados;
    // R es la espiral inferior, y S la superior
    double alfaR, alfa_instR, aR, bR, cR, rR, ROR, R1R, omegaR, omega_totalR;
    double alfaS, alfa_instS, aS, bS, cS, rS, ROS, R1S, omegaS, omega_totalS;
    double zR, TR, TR_cuna, VR, deltaR;
    double zS, TS, TS_cuna, VS, deltaS;
    double Momento_estabilizadorR, Momento_volcadorR, Coef_seguridad;
    double Momento_estabilizadorS, Momento_volcadorS, Momento_volcador;
    CString strText;

    // Instrucciones de lectura de fi, radio_tunel, H, psi, gamma, incrx
    fi = figrados*PI/180.0;    psi = psigrados*PI/180.0;

    Momento_estabilizadorR = 0.0;    Momento_volcadorR = 0.0;

    alfaR = PI/4 - 3*fi/2.0;    if (alfaR == 0.0) alfaR = 0.0001;
```

```

omega_totalR = PI/4 - fi/2.0;
aR = (sin(alfaR)*(H + 2*R_tunel)) / (sin(alfaR) + sin(fi)*exp(omega_totalR*tan(fi)));
ROR = aR / sin(alfaR);
R1R = ROR * exp(omega_totalR*tan(fi));
bR = ROR * cos(alfaR); cR = R1R * cos(fi) - bR;

Momento_estabilizadorS = 0.0;      Momento_volcadorS = 0.0;

alfaS = PI/4 - 3*fi/2.0; if (alfaS == 0.0) alfaS = 0.0001;
omega_totalS = PI/4 - fi/2.0;
aS = (sin(alfaS)* H) / (sin(alfaS) + sin(fi)*exp(omega_totalS*tan(fi)));
ROS = aS / sin(alfaS);      R1S = ROS * exp(omega_totalS*tan(fi));
bS = ROS * cos(alfaS); cS = R1S * cos(fi) - bS;

ancho_franja = PI * R_tunel / 2.0;
x = 0.0;

while (x <= cR)
{
    // llamada a la función de cálculo de omega
    omegaR = parcial_omega(ROR, alfaR, fi, x, bR);
    RR = ROR * exp(omegaR*tan(fi));
    zR = R1R * sin(omega_totalR - alfaR) - RR * sin(omegaR - alfaR);
    if (x >= cR) break;

    omegaS = parcial_omega(ROS, alfaS, fi, x, bS);
    RS = ROS * exp(omegaS*tan(fi));
    zS = R1S * sin(omega_totalS - alfaS) - RS * sin(omegaS - alfaS);

    alfa_instR = asin((H+2*R_tunel - zR - aR) / RR);
    deltaR = PI/2 - fi + omegaR - alfa_instR;
    alfa_instS = asin((H - zS - aS) / RS);
    deltaS = PI/2 - fi + omegaS - alfa_instS;

    // Franja de ancho túnel
    TR = incrx * (gamma * zR * tan(fi) + cohesion) / (cos(deltaR)*(1+tan(deltaR)*tan(fi)));
    TS = incrx * (gamma * zS * tan(fi) + cohesion) / (cos(deltaS)*(1+tan(deltaS)*tan(fi)));
    if (x >= cS) TS = 0.0;

    Momento_estabilizadorR = Momento_estabilizadorR + ancho_franja * TR * RR * cos(fi);
    Momento_estabilizadorS = Momento_estabilizadorS + ancho_franja * TS * RS * cos(fi);

    VR = incrx * gamma * zR * ancho_franja;
    VS = incrx * gamma * zS * ancho_franja;

    Momento_volcadorR = Momento_volcadorR + VR * (bR + x);

    // CUÑA CIRCULAR angulo psi
    TR_cuna = x * psi * incrx * (gamma * zR * tan(fi) + cohesion) / (cos(deltaR) + sin(deltaR)*tan(fi));
    Momento_estabilizadorR = Momento_estabilizadorR + TR_cuna * RR * cos(fi);

    VR = incrx * gamma * zR * x * psi;
    Momento_volcadorR = Momento_volcadorR + VR * (bR + x);

    TS_cuna = x * psi * incrx * (gamma * zS * tan(fi) + cohesion) / (cos(deltaS) + sin(deltaS)*tan(fi));
    if (x >= cS) TS_cuna = 0.0;
    Momento_estabilizadorS = Momento_estabilizadorS + TS_cuna * RS * cos(fi);

    VS = incrx * gamma * zS * x * psi;
    Momento_volcadorS = Momento_volcadorS + VS * (bS + x);

    if (x >= cR) break;
    x+=incrx;
}
Momento_volcador = Momento_volcadorR - Momento_volcadorS;
Coef_seguridad = (Momento_estabilizadorR + Momento_estabilizadorS) / Momento_volcadorR;
strText.Format("%s %10.3f", "Coeficiente de seguridad al colapso", Coef_seguridad);
GetDlgItem(IDC_Aviso_antihoraria)->SetWindowText(strText);
}

```

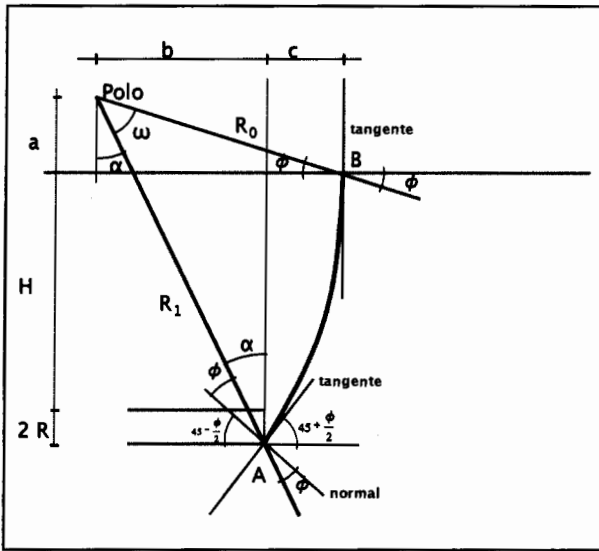


Fig. 22. Colapso por espiral logarítmica horaria.

$$R \cos(\varphi + \omega) = b + x$$

$$R \operatorname{sen}(\varphi + \omega) = a + z$$

$$R = R_0 e^{\omega \operatorname{tg} \varphi}$$

El valor de  $\omega$  para cada rebanada es la solución de la ecuación

$$e^{\omega \operatorname{tg} \varphi} \cos(\varphi + \omega) = \frac{b + x}{R_0}$$

Y la relación de recurrencia de Newton en este caso resulta

$$\omega_{n+1} = \omega_n - \frac{e^{\omega \operatorname{tg} \varphi} \cos(\varphi + \omega) - \frac{b + x}{R_0}}{e^{\omega \operatorname{tg} \varphi} [\operatorname{tg} \varphi \cos(\varphi + \omega) - \operatorname{sen}(\varphi + \omega)]}$$

Una vez calculada la  $\omega$  de una rebanada determinada, el ángulo  $\delta$  que forma su cara inferior con la horizontal es

$$\delta = \frac{\pi}{2} - \omega$$

y el cálculo de  $z$  es inmediato

$$z = R \operatorname{sen}(\varphi + \omega) - a$$

### 1b.- Espiral logarítmica horaria. Suelos de Mohr-Coulomb

El esquema es el de la figura 22. Todo el proceso es exactamente igual al anterior, salvo que ahora el radio vector del punto B forma con la horizontal un ángulo  $\varphi$  hacia arriba el lugar de hacia abajo, de forma que el polo de la espiral está por encima del terreno.

El radio vector inicial  $R_0$  es ahora el superior, porque los ángulos giran en el sentido del reloj, y todos los cálculos son exactamente iguales al caso anterior, con los cambios siguientes:

Los ángulos toman ahora los valores, como puede verse por la geometría de la figura:

$$\alpha = 45 - \frac{\varphi}{2} \quad \omega_1 = 45 - \frac{\varphi}{2}$$

Se cumple además la propiedad general de la espiral logarítmica

$$R_1 = R_0 e^{\omega \operatorname{tg} \varphi}$$

y el centro de la espiral se obtiene a partir de las relaciones:

$$a = R_0 \operatorname{sen} \varphi$$

$$R_1 \cos \alpha = a + H + 2R$$

$$b = R_1 \cos \alpha$$

$$c = R_0 \cos \varphi - b$$

Para el cálculo de las rebanadas, la relación entre la abscisa  $x$  de la rebanada, su altura  $z$  y el ángulo  $\omega$  que forma el radio vector con  $R_0$  es:

### 2. Colapso con rotura circular. Suelos de Mohr-Coulomb

En el caso del círculo los cálculos se simplifican mucho. El esquema es el de la figura 23. El círculo de rotura, cuyo

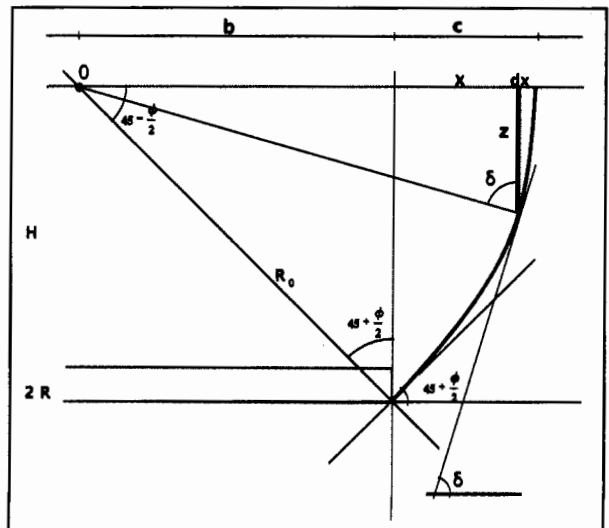


Fig. 23. Colapso por rotura circular.

centro y radio hay que calcular, pasa por la contrabóveda con el ángulo  $45+\varphi/2$  con la horizontal, y corta a la superficie del terreno perpendicularmente.

De la simple inspección de la figura se deduce que el centro del círculo está en la superficie del terreno, a una distancia "b" del frente. El radio R del círculo inferior de rotura se obtiene de la expresión

$$R = \frac{H + 2R}{\cos\left(45 + \frac{\varphi}{2}\right)}$$

y el de el círculo superior, que pasa por la clave,

$$R = \frac{H}{\cos\left(45 + \frac{\varphi}{2}\right)}$$

y de aquí se deduce el valor de b en cada caso

$$b = R \sin\left(45 + \frac{\varphi}{2}\right)$$

Los círculos salen a la superficie a una distancia "c" del frente dada por  $c = R - b$ .

Todo el proceso de cálculo de la estabilidad es exactamente igual que para las espirales, salvo que más sencillo. La inclinación  $\delta$  del fondo de rebanada es

$$\delta = \arctg \frac{b+x}{z}$$

y la altura z de la rebanada es

$$z = \sqrt{R^2 - (b+x)^2}$$

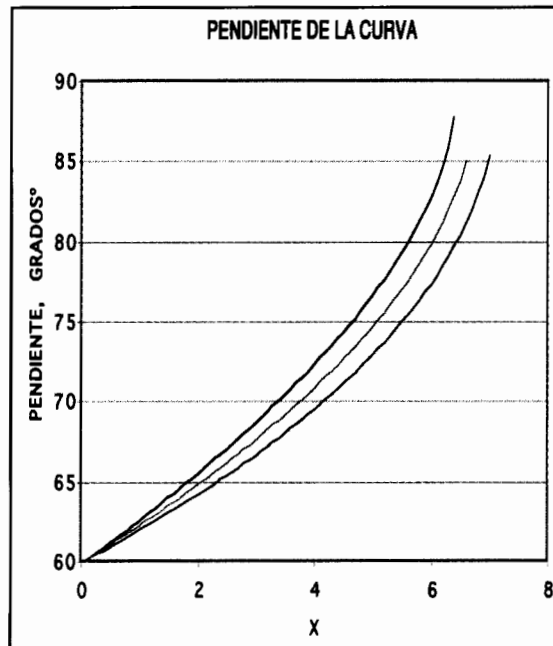
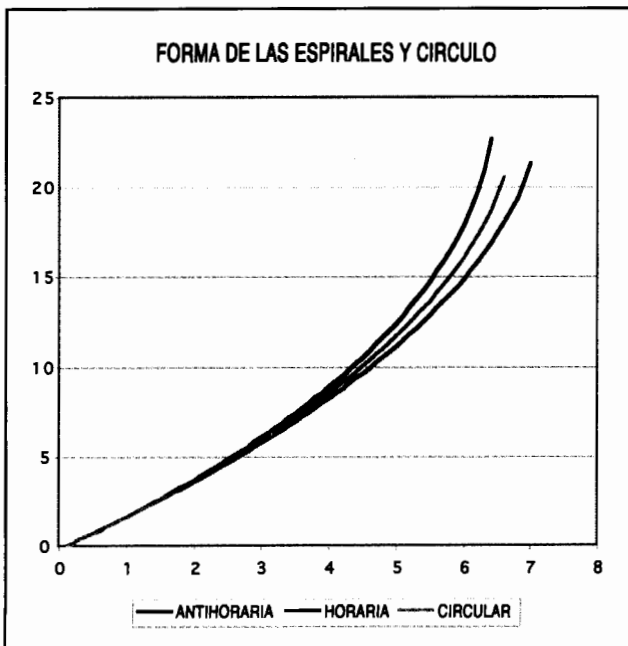
Y los momentos volcadores y estabilizadores se calculan de la misma forma anterior para los dos círculos inferior y superior.

### 3. Comparación de las curvas de rotura

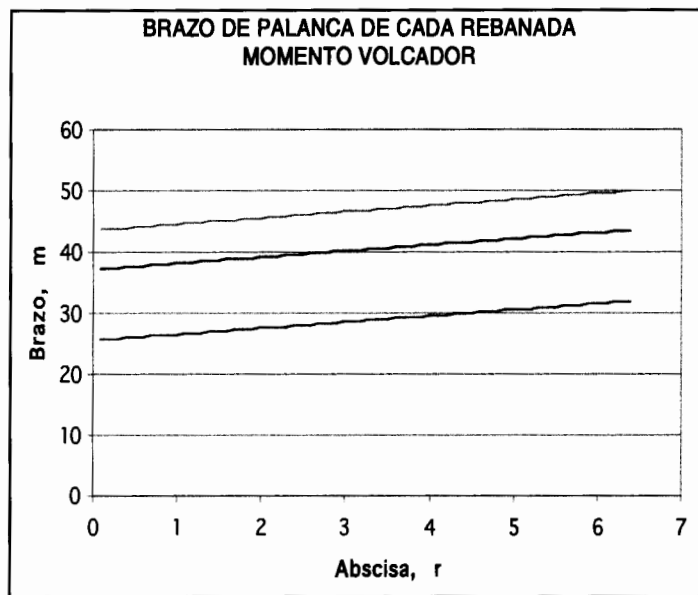
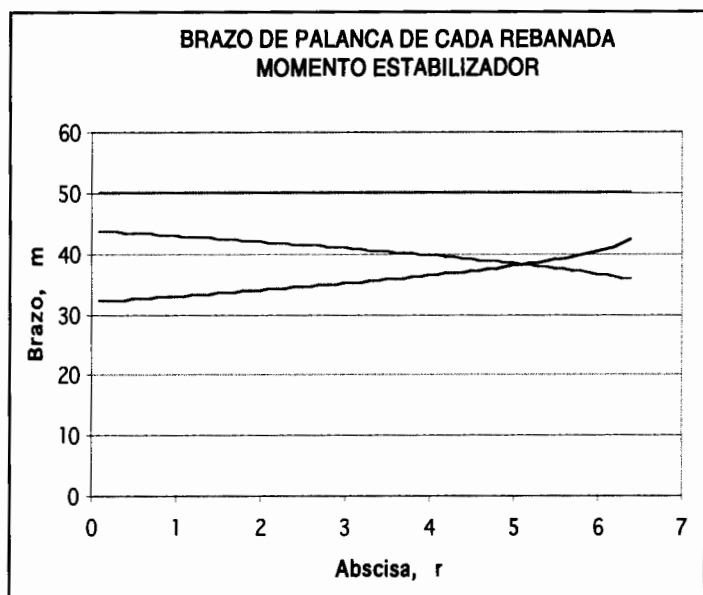
Las tres curvas de colapso estudiadas tienen una forma muy parecida. En la figura 24 puede verse la comparación entre ellas, y en la figura 25 el gráfico de las pendientes de cada curva en cada abscisa, es decir, las derivadas de las curvas.

Para las dimensiones habituales las áreas de colapso son ligeramente mayores en los casos de espiral horaria (6%) y de círculo (4%) que en el caso de antihoraria, como puede verse en un caso de  $H=20$  m y  $D=10$  m, por ejemplo

		Sección transversal colapsada, m <sup>2</sup>		
H	D	Antihoraria	Horaria	Circulo
20	10	157.8	168.1	164.6
20	5	109.8	116.6	114.4



Figs. 24 y 25.



Figs. 26 y 27.

En las figuras 26 y 27 se ve que los brazos de momento de las fuerzas T estabilizadoras son menores en el caso de la espiral antihoraria, como puede verse en el ejemplo de  $H=15\text{m}$  y  $D=10\text{m}$ . Son superiores a los de la horaria solamente para la zona en que la espiral se acerca a la superficie, donde los pesos son menores por ser las  $z$  pequeñas. Los brazos volcadores son sin embargo mayores en la espiral antihoraria, por lo que los coeficientes de seguridad frente al colapso son menores con esta curva.

No es posible para el autor demostrar analíticamente que el coeficiente de seguridad obtenido sea el mínimo de todos los posibles, pero esto en la práctica no es importante puesto que si una línea de rotura cualquiera da un mecanismo posible de colapso y un coeficiente de seguridad al colapso menor que la unidad, el túnel no debe construir-

se en esas condiciones. Pero sería conveniente saber si en las cercanías del polo pésimo obtenido existe alguna otra espiral con menor coeficiente de seguridad. Esto puede hacer muy sencillamente simplemente modificando la rutina de cálculo y programando dos bucles centrados en los valores de "a" y "b" y que varíen, por ejemplo, de metro en metro para ver el coeficiente resultante en cada espiral analizada. Como ejemplo, para un túnel con  $H=20\text{m}$ ,  $R=5\text{m}$ ,  $\gamma=18000\text{N/m}^3$ ,  $c=40\text{ kPa}$  y  $\phi=30^\circ$ , la espiral de ángulo  $45+\phi/2$  en contrabóveda y salida vertical se obtienen para la situación del polo los valores de  $a=0\text{ m}$ ,  $b=44.3\text{ m}$  y un coeficiente de seguridad de 0.907. Si se calculan ahora los coeficientes de seguridad para las espirales cuyo polo está situado en  $-5 \leq a \leq 6$  y  $39 \leq b \leq 54$  se obtienen los valores reflejados en la tabla 1.

Tabla 1

b \ a	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
39	1.147	1.175	1.179	1.182	1.185	1.188	1.191	1.194	1.198	1.201	1.205	1.209
41	1.151	1.174	1.178	1.182	1.185	1.188	1.191	1.194	1.198	1.202	1.206	1.210
43	1.156	1.173	1.178	1.182	1.185	1.188	1.191	1.195	1.198	1.202	1.206	1.210
45	1.160	1.174	1.178	1.182	1.185	1.188	1.192	1.195	1.199	1.203	1.207	1.211
47	1.165	1.175	1.179	1.182	1.186	1.189	1.192	1.196	1.199	1.203	1.207	1.211
49	1.169	1.176	1.180	1.183	1.186	1.189	1.193	1.196	1.200	1.204	1.208	1.212
51	1.174	1.178	1.181	1.184	1.187	1.190	1.193	1.197	1.200	1.204	1.208	1.212
53	1.178	1.180	1.183	1.185	1.188	1.191	1.194	1.197	1.201	1.205	1.209	1.213

**Tabla 2**  
**COEFICIENTES DE SEGURIDAD DEL FRENTE EN TÚNELES**  
**DEL METRO DE MADRID**  
**COLAPSO CON FRANJA DE ANCHO =  $\pi R/2$**

	NATM D=9 m	Clásico D=2 m
Espiral antihoraria	0.80	1.17
Espiral horaria	1.45	2.10
Círculo	1.11	1.61

Evidentemente, ninguna de estas espirales cumple ya la condición impuesta a los ángulos de entrada y salida, pero estos resultados parecen indicar que posiblemente la estudiada en primer lugar es la pésima.

#### 4. Alguna aplicación práctica

##### Túneles en suelos de Metro de Madrid

En el caso de los túneles de Metro de Madrid, para unos valores típicos de un túnel con  $H = 15$  m de altura de terreno sobre clave, un diámetro aproximado de 9 m (que corresponde a un proceso constructivo de gran frente abierto como el NATM) y un terreno de  $\gamma = 18000$  N/m<sup>3</sup>,  $\phi=30^\circ$ ,  $c=40$  kPa, los coeficientes de seguridad ante el colapso de frente, sin considerar las cuñas curvas laterales, son los que se indican en la tabla 2, donde también puede verse el coeficiente de seguridad para un diámetro de 2m, que corresponde a las pequeñas galerías de avance del Método Clásico de Madrid o Método Belga.

Puede verse que el túnel construido con frente abierto con el NATM colapsa, mientras que el construido con las pequeñas galerías del Método Clásico de Madrid se mantiene estable. El autor hacía estos cálculos en 1995 a mano, de forma menos aproximada que con el programa que se incluye en este artículo y tomando solo tres o cuatro rebanadas. De estas conclusiones decidió dar la orden de prohibir totalmente la utilización del NATM y otros métodos de gran fren-

te abierto en las ampliaciones de Metro de Madrid, lo que se sigue cumpliendo desde 1995 hasta hoy. Estos métodos de frente abierto como el NATM y el Precorte Mecánico se habían utilizado en las ampliaciones de línea 6 en los años inmediatamente anteriores sin accidentes, pero con gran peligro y casi causando una peligrosa rotura el túnel de en línea 6, con la línea 3 encima. Un colapso similar ya había ocurrido, también con el NATM y en Madrid, en el gran túnel de Sinesio Delgado años antes. Aunque en ambos casos se suele explicar que la inestabilidad y el origen del problema venían de los hastiales, no cabe duda al autor de que el verdadero origen se debe al cuasi-colapso del suelo cuando el frente del túnel pasó por las zonas que luego colapsaron.

Si se quiere tomar en consideración todo el embudo del colapso teórico puede tomarse un ángulo  $\psi$  de cuña de  $180^\circ$ . En este caso los coeficientes de seguridad son los reflejados en la tabla 3.

Y puede verse que la influencia de las cuñas laterales es muy pequeña. Si en el análisis colapsa la franja, colapsa el túnel.

##### Túnel similar al de la Autovía de Galicia

En este caso, y sólo a efectos de tanteo aproximado, para unos valores típicos de un túnel con  $H = 8$  m de altura de terreno sobre clave, un terreno equivalente a un suelo de  $\gamma = 18000$  N/m<sup>3</sup>,  $\phi=35^\circ$ ,  $c=50000$  Pa, y un túnel con frente abierto de 10 m de diámetro, los coeficientes de seguridad ante el colapso resultan ser los que se reflejan en la tabla 4.

El coeficiente de seguridad más desfavorable es menor que la unidad.

#### 5. Túneles en rocas muy diaclasadas y fracturadas

Algunas rocas muy diaclasadas son en la práctica suelos cuyo tamaño de grano es decimétrico. En la figura 5 puede verse un talud caído en una de las autovías recientes, en unas rocas esquistas y pizarrosas tan frecuentes en la zona. El autor opina que en estos casos podría ser un error conceptual enfocar el estudio de un túnel a base de intentar analizar parámetros del macizo rocoso tal como el RQD y el resto de los necesarios para obtener el RMR o el índice Q de Barton. No tiene sentido ingenieril hablar de las infinitas

**Tabla 3**  
**COEFICIENTES DE SEGURIDAD DEL FRENTE EN TÚNELES**  
**DEL METRO DE MADRID**  
**COLAPSO CÓNICO DE  $180^\circ$  Y FRANJA DE ANCHO =  $\pi R/2$**

	D=9 m	D=2 m
Espiral antihoraria	0.79	1.19
Espiral horaria	1.54	4.07
Círculo	1.11	1.67

**Tabla 4**

	Franja	Cono $180^\circ$
Espiral antihoraria	0.75	0.75
Espiral horaria	1.53	1.53
Círculo	1.13	1.14



Tabla 5

c (kPa) fi	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
10	2.4	4.8	7.2	9.5	11.9	14.3	16.7	19.1	21.5	23.8	26.2
15	2.6	5.2	7.8	10.4	13.0	15.6	18.2	20.9	23.5	26.1	28.7
20	2.9	5.7	8.6	11.4	14.3	17.1	20.0	22.9	25.7	28.6	31.4
25	3.1	6.3	9.4	12.6	15.7	18.8	22.0	25.1	28.3	31.4	34.5
30	3.5	6.9	10.4	13.9	17.3	20.8	24.2	27.7	31.2	34.6	38.1
35	3.8	7.7	11.5	15.4	19.2	23.1	26.9	30.7	34.6	38.4	42.3
40	4.3	8.6	12.9	17.2	21.4	25.7	30.0	34.3	38.6	42.9	47.2
45	4.8	9.7	14.5	19.3	24.1	29.0	33.8	38.6	43.5	48.3	53.1
50	5.5	11.0	16.5	22.0	27.5	33.0	38.5	44.0	49.5	54.9	60.4
55	6.3	12.7	19.0	25.4	31.7	38.1	44.4	50.7	57.1	63.4	69.8

diaclasas, ni de su material de relleno, ni de nada aplicable a un verdadero macizo rocoso, puesto que jamás podrán obtenerse en campo los valores representativos.

En este tipo de rocas el estudio debe enfocarse como en un suelo, un suelo de grano decimétrico, y el problema radica en la estimación de sus valores equivalentes de rozamiento interno y cohesión. No existen, o el autor no conoce en España equipos triaxiales de las dimensiones necesarias para ensayar este tipo de rocas rotas (serían necesarios un diámetro y una altura de varios metros y unas enormes presiones en célula), y la imposibilidad de preparar una muestra adecuada haría además imposible su uso. Pero en opinión del autor estos valores medios equivalentes de rozamiento y cohesión pueden obtenerse de forma relativamente sencilla por observación y estudio de la zona:

a.- La caída de un talud como el de la figura 5, fenómeno frecuente, permite estimar el rozamiento interno de la roca fracturada midiendo el ángulo de talud natural tras la caída. Se sabe que este valor no coincide exactamente con el rozamiento interno, pero permite hacerse una idea del orden de magnitud.

b.- De la altura H de un talud vertical de ese macizo rocoso puede hacerse una estimación de su rozamiento interno y su cohesión. La expresión analítica de la máxima altura H que puede mantenerse un talud vertical en un suelo con cohesión c y rozamiento interno φ, según la conocida expresión que ya hace 60 años introdujo en España el Prof. D. José Entrecanales (21) es

(21) J. Entrecanales. "Geotecnia, Cimientos y Puentes de fábrica", 1945-1965. ETS Caminos.

(22)

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} &= \frac{\operatorname{sen} \varphi}{1 + \cos \varphi} & \operatorname{sen} \frac{\varphi}{2} &= \sqrt{\frac{1 - \cos \varphi}{2}} & \operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) &= \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} \\ \cos \frac{\varphi}{2} &= \sqrt{\frac{1 + \cos \varphi}{2}} & \operatorname{tg} 2\varphi &= \frac{2 \operatorname{tg} \varphi}{1 - \operatorname{tg}^2 \varphi} \end{aligned}$$

$$H = \frac{4c \cos \varphi'}{\gamma (1 - \operatorname{sen} \varphi')}$$

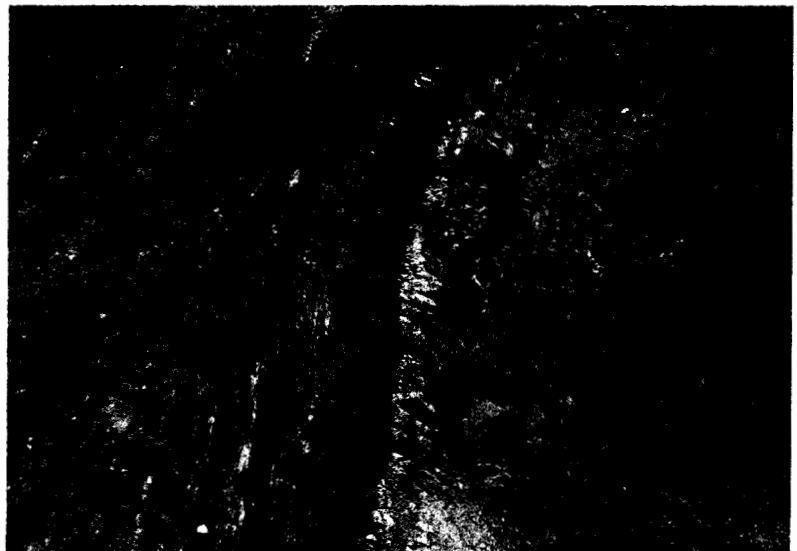
y se obtiene calculando el empuje máximo que produciría sobre un muro vertical un suelo de esas características en la hipótesis de deslizamiento plano. El ángulo del plano de deslizamiento que da el empuje máximo resulta ser  $\omega = 45 + \varphi/2$ , y el valor del empuje resulta

$$E = \frac{1}{2} \gamma H^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45 - \frac{\varphi}{2} \right) - 2c H \operatorname{tg} \left( 45 - \frac{\varphi}{2} \right)$$

Anulando el empuje E se obtiene el máximo valor de H para el que el talud se mantiene estable. Resulta así

$$\frac{1}{2} \gamma H \operatorname{tg} \left( 45 - \frac{\varphi}{2} \right) = 2c$$

Fig. 28. Talud vertical en roca muy diaclasada y fracturada.



es decir, simplificando por medio de relaciones trigonométricas elementales (22).

$$H = \frac{4c}{\gamma} \frac{1}{\operatorname{tg}\left(45 - \frac{\varphi}{2}\right)} = \frac{4c}{\gamma} \operatorname{tg}\left(45 + \frac{\varphi}{2}\right) = \frac{4c}{\gamma} \frac{\cos \varphi}{1 - \operatorname{sen} \varphi}$$

Según esta expresión las alturas resultantes de pared vertical estable (sin ninguna sobrecarga) para los suelos más habituales son los que se indican en la tabla 5.

En la tabla 5 se han marcado las combinaciones de cohesión y rozamiento interno que permitirían sostenerse vertical a un talud de 30 metros de altura. Si el rozamiento interno se puede estimar por el talud natural, se tendrían unos ordenes de magnitud adecuados de ambos parámetros.

En el caso de la figura 28 el talud vertical tiene una altura aproximada de 30 metros. Si el ángulo de talud natural es el correspondiente a los derrumbes de pie, que puede estimarse en unos 40°, la cohesión debe ser superior a los 80 kPa, lo que permite estimar una hipótesis pesimista de la estabilidad del frente. Y la hipótesis más pesimista es la que suele ocurrir en las infraestructuras.

c.- El método SMR de análisis de taludes del Prof. Romana (23,24) está muy extendido en España, y se conocen sus valores para muchos macizos rocosos españoles. Si es posible correlacionar datos de cohesión y rozamiento con el SMR, de este valor puede estimarse la estabilidad del frente.

## 6. Formas de evitar el colapso del frente

Este sencillo ejercicio de cálculo, que como decimos puede hacerse a mano con 4 o 5 rebanadas, permite sacar algunas conclusiones sobre los túneles a construir. La primera de ellas es que, como sabe todo Ingeniero de Caminos relacionado con los túneles, el tamaño de la excavación del avance debe ser muy pequeño, el menor posible.

El NATM, el Precorte Mecánico, el SCL (Sprayed Concrete Lining), el ADECO del Prof. Lunardi (25) y varios otros métodos de excavación de túneles en suelos con gran frente abierto defienden esa gran superficie de frente

(23) New adjustment ratings for application of Bieniawski classification to slopes, Int.Symp. on the role of Rock Mechanics, M.Romana, Zacatecas, 1985.

(24) Romana Ruiz M. (1997). "El papel de las clasificaciones geomecánicas en el estudio de estabilidad de taludes". Conferencia especial en el IV Simposio Nacional sobre Taludes y Laderas inestables. (Ed J. Corominas y J Chacon). Granada.

(25) "Design & Constructing Tunnels - ADECO-RS approach", P.Lunardi, T&T International, May 2000.

Tabla 6

Diámetro D, m	Altura sobre clave H, m	Coeficiente de seguridad		
		Espiral Antihoraria	Espiral Horaria	Círculo
20	10	0.64	1.15	0.87
15	10	0.68	1.22	0.93
10	10	0.76	1.37	1.04
8	10	0.81	1.46	1.12
5	10	0.95	1.71	1.30
3	10	1.10	1.99	1.51
2	10	1.22	2.20	1.67
1	10	1.37	2.51	1.89

abierto argumentando que se gana mucho tiempo en la construcción, que el coste es mucho menor y que, precisamente por ser muy grande el frente, la excavación puede realizarse con máquinas potentes y de mucho rendimiento. Pero la realidad es muy tozuda. A continuación y como ejemplo se resumen en la tabla 6 los coeficientes de seguridad frente al colapso de túneles de varios diámetros, todos con la misma cobertera H sobre clave en el mismo suelo.

Puede verse cómo, bajo las mismas hipótesis, una gran sección abierta tiene un coeficiente de seguridad menor que la unidad, y cómo al ir disminuyendo la sección va aumentando este coeficiente hasta llegar a ser aceptable para pequeñas secciones. En un túnel en suelos o rocas blandas no debe pues, nunca ni bajo ningún concepto, utilizarse métodos de gran frente abierto. El autor opina que en suelos y rocas blandas o rotas debería prohibirse por las Administraciones Públicas la utilización del NATM, la utilización del Premill o Precorte Mecánico y la de los métodos basados en gran sección abierta protegida con hormigón proyectado. La seguridad en las obras no es hacer que los operarios se pongan arneses y cascos. La seguridad de las obras de ingeniería es atacar los accidentes durante el proyecto de la obra.

El método ADECO del Prof. Lunardi se basa en, trabajando a sección completa o prácticamente completa, rigidizar el terreno en los metros siguientes al último avance introduciendo en el frente en cada avance gran cantidad de bulones o varillas de fibra de vidrio de una determinada longitud. En los siguientes avances la excavación va rompiendo la parte correspondiente de los bulones, y en el momento necesario se vuelven a colocar otros nuevos en las perforaciones realizadas al efecto. Este método se ha utilizado en diversos túneles, de los que los más conocidos son el carretero de Frejus (1975), en calizas con esquistos cristalinos y unos valores medios de  $\varphi = 35^\circ$  y  $c = 3000$  kPa, los ferroviarios de Santo Stefano (1984), Tasso (1988) y

Vasto (1984-1990), este último en un terreno con  $\varphi=18-24^\circ$  y  $c=200$  kPa en tensiones efectivas, el de Tartaiguille en el AVE Lyon-Marsella, que con 2336 m de longitud y una enorme sección de 180 m<sup>2</sup> comenzó en febrero de 1996 con el NATM y terminó en 1998 con el ADECO-RS y especialmente en los 74 km de numerosos y largos túneles del Alta Velocidad Florencia-Bolonia. La opinión del autor sobre este método es que tiene todos los inconvenientes de los métodos con gran sección de frente abierto, y además los empeora grandemente. En efecto, se debe parar el avance del túnel cada vez que hay que colocar nuevos bulones, hacer las perforaciones, colocar los bulones e inyectarlos. Con eso se daña la estructura del terreno, se pueden producir venidas de agua, y con las enormes secciones utilizadas no sería posible contener el frente en caso de colapso. El autor prohibió también, naturalmente, su uso en las ampliaciones de Metro de Madrid.

En definitiva, en los suelos y rocas blandas, la única forma totalmente segura de evitar el colapso del frente del túnel es una de las siguientes:

a.- Excavar el túnel con un sistema que impida la venida del frente, poniendo adosada a éste una sólida pared de acero que haga imposible el colapso. Este es el principio de las *tuneladoras de frente cerrado* que a partir de 1995 se utilizaron en los túneles del Metro de Madrid.

b.- Reducir la superficie de frente abierto en el túnel hasta tamaños muy pequeños, 1 a 3 m<sup>2</sup>. Este es el principio del llamado *Método Clásico de Madrid* o *Método Belga*, utilizado intuitivamente desde la antigüedad (parece que ya se utilizaba en la antigua Babilonia). Incluso en la eventualidad de un colapso con esta pequeña superficie, puede resolverse en la mayoría de los casos, con sacos de arena o cemento, con entibados rápidos o cualquier otro método, hasta que pueda hormigonarse el frente y resolver el problema con tratamientos del terreno desde el frente o desde arriba. Un colapso con 30 m<sup>2</sup> de frente es la muerte de varias personas, la ruina del túnel y de los edificios situados arriba.

Cualquier otro método puede producir colapsos del frente, y esta posibilidad puede cuantificarse con el sencillo método aproximado que se ha descrito en estas páginas. El método puede mejorarse como se ha dicho, con las siguientes adiciones en el programa, sencillas y entretenidas de hacer, que se dejan al lector.

1.- Introducción de las *fuerzas verticales S y S+ΔS entre las rebanadas*. Estas fuerzas pueden estimarse a partir del empuje horizontal al reposo de las rebanadas adyacentes, cuyas alturas se conocen. El empuje al repo-

so puede aproximarse por la conocida fórmula de Jaky  $K_0 = 1 - \sin \varphi$ , y S será la componente de rozamiento de esta fuerza más la componente de cohesión, cz en cada lado. La diferencia entre alturas de cada lado dará una pequeña diferencia entre las fuerzas S, que se tendrá en cuenta en el equilibrio de fuerzas global de la rebanada.

2.- Introducción de las *fuerzas pseudo-horizontales F y F+ΔF entre rebanadas*. El valor puede ser estimado como se acaba de decir, el punto de aplicación debe estar cercano al tercio inferior de la altura de la rebanada, y la inclinación debe ser cercana a la de la cara inferior de esta.

3.- Introducción de *estratos de suelo diferentes*. El cálculo del peso de la rebanada se calcula dividiendo su altura z en la de cada estrato, y multiplicando por su peso específico correspondiente. El rozamiento y la cohesión de la fuerza T equilibradora serán los correspondientes al estrato inferior de la rebanada.

4.- Introducción de *uno o varios niveles freáticos*. En los niveles sumergidos varían los pesos específicos de los suelos, y en los cálculos deben tomarse las tensiones efectivas, así como los valores efectivos de rozamiento interno y cohesión.

5.- Introducción de las *sobrecargas de edificios y estructuras* en la rebanada correspondiente.

El programa se ha escrito en Visual C++, y los ficheros fuente están a disposición del lector interesado, Ingeniero de Caminos o Ingeniero Técnico de Obras Públicas, para que pueda adaptarse las rutinas a sus necesidades. Estos ficheros se pueden solicitar sin coste alguno a la Revista de Obras Públicas.

## 7. Conclusión y reflexiones

Un frente abierto grande en un túnel en suelos o rocas blandas es mucho más inestable que una pequeña superficie de frente, que se puede entibar, se va ampliando y permite finalmente hormigonar un anillo de la bóveda. Eso queda perfectamente cuantificado con el modelo aquí presentado o cualquiera de los modelos existentes que estudien colapsos de este tipo, de forma que no es justificable la utilización del NATM en suelos si se obtiene un coeficiente de seguridad al colapso cercano a o menor que 1.

Pero surge una gran duda en lo que respecta a las espirales logarítmicas como líneas de rotura. La forma de la espiral depende, como se ha visto, del parámetro  $\varphi$  que aparece en su expresión analítica. Y, naturalmente, al variar el rozamiento interno del suelo para tantear la estabilidad del frente de un túnel determinado, la espiral logarítmica de rotura cambia, no es la misma para  $\varphi=28^\circ$  que

para  $\varphi=33^\circ$ . El lector puede ver este fenómeno rápidamente si tantea, con el programa que se incluye, hipótesis de rozamientos internos muy bajos, y verá que el coeficiente de seguridad obtenido carece de sentido, porque la forma de la espiral ya no corresponde a una rotura física real. El hecho de que la forma de la curva pésima de colapso cambie para cada suelo puede corresponder a la realidad, y es razonable, pero no parece serlo tanto la hipótesis de que un suelo de rozamiento interno  $\varphi$  deba romper siempre por la espiral cuya ecuación es precisamente

$$r = r_0 e^{\omega g \varphi}$$

aunque el Prof. Terzaghi ya indicaba que pequeños cambios en la forma de la superficie de rotura no modifican sustancialmente los resultados [Ref. 10, pag 73]. En el estudio del empuje pasivo, ya en 1943 el Prof. Terzaghi proponía esta curva como línea de rotura ([26], Art.39 y [27], Arts. 28 y 32], pero debido sin duda al hecho de que, sin medios de

[26] Terzaghi, K. "Theoretical soil mechanics", John Wiley, 1943

[27] Terzaghi, K. y Peck, R. "Soil mechanics in engineering practice", John Wiley, 1948.

cálculo apropiados (el propio Prof. Terzaghi indica que se dibujaba a mano las espirales y las recortaba en una cartulina para trabajar con ellas [Ref. 10, pag 74]), la resolución del problema se hacía mucho más sencilla al no dar momento las fuerzas de rozamiento, y esta hipótesis simplificadora se ha ido transmitiendo hasta hoy, cuando ya no es necesaria. Debemos por tanto poner hoy en cuestión la hipótesis de que en un suelo de, por ejemplo,  $\varphi=30^\circ$  con  $\text{tg } \varphi = 0.5$ , la espiral pésima sea la dada por  $r=r_0 e^{\omega/2}$  en lugar de, por ejemplo,  $r=r_0 e^{\omega/3}$ . Mucho más lógico parece, al estudiar la estabilidad de un determinado túnel, seleccionar una determinada curva de colapso y tantear con esa misma curva distintos valores de cohesión y rozamiento interno, de forma que las características del terreno sean independientes de la forma de la curva y los tanteos se refieran todos a la misma hipótesis de curva de rotura. O bien, dado un suelo de características mecánicas determinadas, tantear distintas espirales logarítmicas cuyo ángulo director no sea exactamente  $\varphi$ , sino que varíe en un intervalo dado, seleccionando la pésima. Parece que en todos los casos la pésima será de tipo antihorario. La programación de este caso es también muy sencilla, y será objeto de otro próximo trabajo, junto con el análisis del colapso del frente del túnel por cuñas y bloques. ♦

## Referencias

- 1 HSE "Safety of New Austrian Tunnelling Method (NATM) Tunnels", HSE, Londres, 1996
- 2 "Heathrow Express Verdict, Truth, Justice and the Austrian Way". New Civil Engrg. 18 Febr. 1999.
- 3 Broms, B. y Bennermark, H (1967). "Stability of clay at vertical openings". Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proceedings of the ASCE, Vol. 93, N° SM1, 71-95.
- 4 Chambon, P. and Corté, J. F. (1994). "Shallow tunnels in cohesionless soil: stability of tunnel face". Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 120, N° 7.
- 5 Chambon, P. y Corté, J. F. (1990). "Stabilité du front de taille d'un tunnel dans un milieu frottant approche cinématique en calcul a la rupture". Rev. Française Geotechnique, 51, Abril 1990
- 6 Peck, R. B. (1969). "Deep excavations and tunnelling in soft ground". Proc. 7th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Mexico, Vol. IV (State of the Art), 225-290.
- 7 Deere, D. U., Peck, R. B., Monsees, J. E. and Schmidt, B. (1969). "Design of tunnel liners and support systems". Final Report, Department of Civil Engineering, University of Illinois (Urbana-Illinois).
- 8 Davis E, Gunn, M, Mair, R y Seneviratne, H "The stability of shallow tunnels and underground openings in cohesive material", Geotechnique, 30, n° 4, 1980.
- 9 E. Leca y M. Panet, "Application du calcul a la rupture et a la stabilité du front de taille d'un tunnel", Revue française de Géotechnique, 43, 1988
- 10 Leca, E. and Dormieux, L. (1990). "Upper and lower bound solutions for the face stability of shallow circular tunnels in frictional material". Géotechnique 40, N°4, 581-606.
- 11 R. Sternath y Th. Baumann, "Face support for tunnels in loose ground", Tunnels for People, Balkema, 1997
- 12 Lee, I, Nam, S. "Evaluation of face stability with the consideration of seepage forces in shallow tunnels". Tunnels and Undergr. Structures, Balkema, 2000
- 13 Baumann, Sternath y Schwarz, J. "Face stability of tunnels in soft rock. Possibilities for the computational analysis". Proc. XIVth Conf. SMFE, Hamburgo, Vol.3, 1997
- 14 Lee, I, Nam, S, Ahn, J. "Efecto of seepage forces on tunnel face stability". Can. Geotech. J. 40, 2003.
- 15 Medina, L. "Estudio de los movimientos originados pro la excavación de túneles con escudos de presión de tierras en los suelos tosquizos de Madrid", Tesis Doctoral, ETS Caminos Coruña, 1999.
- 16 B. Demay y B. Leroi, "Stabilité du front de taille et prevision des tassements sur le tunnel VL1 Socatop A 86", Tunnel et Ouvrages Sout. 169, Feb 2002
- 17 Terzaghi, K, "General wedge theory of earth pressure", Meeting of Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Rochester, NY. 14 Octubre 1938. Publicado Proceedings ASCE 1939
- 18 Meem, JC, "The bracing of Trenches and Tunnels with practical formulas for Earth Pressures", Trans. ASCE, June 1908.
- 19 Moulton, HG, "Earth and rock pressure", Trans. AIMME, 1920
- 20 Jumikis, A. "Mechanics of soils. Fundamentals for advanced study". Van Nostrand 1964
- 21 J. Entrecanales. "Geotecnia, Cimientos y Puentes de fábrica", 1945-1965. ETS Caminos
- 23 New adjustment ratings for application of Bieniawski classification to slopes, Int. Symp. on the role of Rock Mechanics, M. Romana, Zacatecas, 1985.
- 24 Romana Ruiz M. (1997). "El papel de las clasificaciones geomecánicas en el estudio de estabilidad de taludes". Conferencia especial en el IV Simposio Nacional sobre Taludes y Laderas inestables. (Ed J. Corominas y J Chacon). Granada.
- 25 "Design & Constructing Tunnels - ADECO-RS approach", P. Lunardi, T&T International, May 2000
- 26 Terzaghi, K. "Theoretical soil mechanics", John Wiley, 1943
- 27 Terzaghi, K. y Peck, R. "Soil mechanics in engineering practice", John Wiley, 1948