

LA LINEALIZACIÓN DEL CRITERIO DE HOEK-BROWN EN EL ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD GENERAL DE TALUDES EN ROCA

LINEARIZATION OF HOEK-BROWN CRITERIA IN GENERAL STABILITY ANALYSIS OF ROCK SLOPES

FERNANDO PUELL MARÍN. Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.

Jefe de Estudios Obras, Geotecnia y Cimientos, S.A. fpm-geocisa-madrid@dragados.com

PABLO DE LA FUENTE MARTÍN. Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.

Profesor Titular del Departamento de Mecánica de medios continuos y teoría de estructuras.

UPM. pdelaf@dumbo.caminos.upm.es

MIGUEL ARENILLAS PARRA. Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.

Catedrático del Departamento de Ingeniería y morfología del terreno. UPM. i75@retemail.es

RESUMEN: Al analizar la estabilidad de un macizo rocoso, es práctica habitual linealizar la envolvente del criterio de rotura de Hoek-Brown, con objeto de obtener una envolvente del tipo Mohr-Coulomb equivalente, debido a su mayor difusión en los programas para el análisis de problemas geotécnicos. Sin embargo, los análisis y resultados que se presentan para varios taludes ponen de manifiesto cierta discrepancia entre los cálculos realizados con la envolvente original y con la linealizada.

PALABRAS CLAVE: ELEMENTOS FINITOS, TALUDES, MACIZOS ROCOSOS, FACTOR DE SEGURIDAD

ABSTRACT: In rock mass stability analysis, a linear interpretation of the Hoek-Brown failure envelope is habitually used to obtain an equivalent Mohr-Coulomb failure criterion, a criterion that is much more frequently used in geotechnical software. Nevertheless, the results obtained with the idealised linear interpretation and the actual Hoek-Brown criterion are not exactly equivalent as has been demonstrated by calculations undertaken for various slopes.

KEYWORDS: FINITE ELEMENTS, SLOPES, ROCK MASS, FACTOR OF SAFETY

1. LOS CRITERIOS DE ROTURA PARA MACIZOS ROCOSOS

Tradicionalmente, en los desmontes de macizos rocosos se estudian las inestabilidades provocadas por deslizamientos sobre familias de discontinuidades, bien sea a través de la formación de bloques, cuñas, o roturas planas, o bien por vuelco de estratos. Sin embargo, en la naturaleza abundan también las roturas globales, total o parcialmente circulares, entendiéndose por éstas, aquellas cuya franja o superficie de rotura tienen forma curva y se desarrolla rompiendo el macizo rocoso. Algunos ejemplos de estos deslizamientos los encontramos en laderas naturales de fuerte pendiente

que sufren erosión en el pie, en grandes conos volcánicos, o en los taludes de las cortas mineras.

Las roturas de este tipo se suelen estudiar con los mismos métodos e hipótesis que se emplean en los suelos, por ejemplo por métodos de equilibrio límite o métodos tenso-deformacionales, y con un criterio de rotura Mohr-Coulomb. Este criterio, aunque sencillo, no representa adecuadamente el comportamiento de los macizos rocosos. Alternativamente, en las últimas décadas se está empleando con mucha profusión el criterio de rotura no lineal de Hoek-Brown.

El criterio de Hoek-Brown se considera muy adecuado para los macizos rocosos pues reduce la resistencia a tracción especialmente en macizos rocosos malos, y la resis-

Se permiten comentarios a este artículo, que deberán remitirse a la Redacción de la ROP, antes del 30 de septiembre de 2005.

tencia no crece tanto con el estado de confinamiento como sucede con el de Mohr-Coulomb. Además ha encontrado gran acogida dentro del mundo de la mecánica de rocas por su fácil interpretación y adaptación a partir de los reconocimientos geológicos y geotécnicos habituales. El criterio de rotura de Hoek-Brown fue originalmente desarrollado para el diseño de excavaciones subterráneas en macizos rocosos y más tarde se ha extrapolado a otras aplicaciones de la ingeniería. En el campo del diseño de taludes ha tenido escaso desarrollo, solamente iniciado por algunos autores en los últimos años, pero con buen pronóstico respecto a su aplicación práctica en un futuro muy cercano a partir de programas de cálculo tenso-deformacionales, figura 1.

El criterio de Hoek-Brown ha sufrido ligeras modificaciones en su formulación. De acuerdo con la última modificación, (Hoek et al., 2002), la formulación del criterio es:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left(m_b \frac{\sigma_3'}{\sigma_{ci}} + s \right)^a \quad (1)$$

siendo, σ_1' y σ_3' : tensiones efectivas principales mayor y menor en el momento de la rotura, σ_{ci} : resistencia a compresión simple de la roca matriz, y, m_b , a y s , son constantes que dependen de las propiedades del macizo rocoso según las siguientes relaciones,

$$m_b = m_i e^{\frac{GSI-100}{28-14D}} \quad (2)$$

$$s = e^{\frac{GSI-100}{9-3D}} \quad (3)$$

$$a = 1/2 + 1/6 \left(e^{-GSI/15} - e^{-20/3} \right) \quad (4)$$

donde,

m_i : constante para cada tipo de roca, obtenida a través de ensayos triaxiales, o de manera aproximada con las tablas aportadas por Hoek y Brown (1997).

GSI: índice de resistencia geológica (Hoek y Brown, 1997). Similar en valor al índice RMR, (Bieniawski, 1976), cuando es mayor de 25.

D: factor de alteración. Es un factor reductor de la resistencia, que depende del grado de alteración que haya sufrido el macizo rocoso por efecto de voladuras o por descompresión. Varía entre $D=0$, para aquellos macizos no alterados por las anteriores razones, hasta $D=1$ para los muy afectados. Los autores del criterio aportan una tabla para su estimación, con el inconveniente de que es nece-

sario juzgar si las voladuras han sido cuidadosas o no. Además, el factor D penaliza más a los terrenos con bajo índice GSI que a los terrenos con mayor índice. Los análisis retrospectivos realizados en casos reales de grandes taludes en los que se basa esta reducción de resistencia no han sido aportados por los autores.

La aplicación del criterio se restringe a un comportamiento isótropo de la roca y del macizo rocoso, lo cual sería estrictamente de aplicación en el caso de macizos intactos o, por el contrario, altamente fracturados. Habrá que enjuiciar en cada caso la influencia de una anisotropía del macizo rocoso, el tamaño del bloque respecto al tamaño de la excavación y el modo posible de fallo (controlado por las discontinuidades o por rotura del macizo rocoso)

Una de las dificultades en la aplicación práctica de este criterio radica en que la envolvente de rotura no es lineal, como se observa en la figura 2, por lo que se genera una dificultad añadida en el cálculo del factor de seguridad tradicional, debiendo realizarse una linealización previa de la envolvente y transformarla en una envolvente tipo Mohr-Coulomb, con las posibles correcciones que esto puede provocar.

2. LINEALIZACIÓN DEL CRITERIO DE ROTURA DE HOEK-BROWN

2.1. METODOLOGÍA DE LA LINEALIZACIÓN

Si se quieren emplear los parámetros de cálculo según un modelo Mohr-Coulomb, pero teniendo en cuenta como criterio de rotura el de Hoek-Brown, es necesario realizar una simplificación que consiste en linealizar la envolvente curva de rotura de Hoek-Brown.

La envolvente de rotura lineal de Mohr-Coulomb se caracteriza con la cohesión, c' , y el ángulo de rozamiento interno, ϕ' , en el plano $\sigma'_n - \tau'$, mediante la conocida expresión,

$$\tau = c' + \sigma'_n \tan \phi' \quad (5)$$

o bien por la resistencia a compresión simple del macizo rocoso, σ'_c , y N_ϕ , en el plano de tensiones principales $\sigma'_1 - \sigma'_3$, mediante la expresión,

$$\sigma'_1 = \sigma'_c + \sigma'_3 N_\phi \quad (6)$$

siendo,

$$N_\phi = (1 + \tan \phi') / (1 - \tan \phi') \quad (7)$$

Los valores de ϕ' y c' se pueden calcular a partir de las siguientes expresiones:

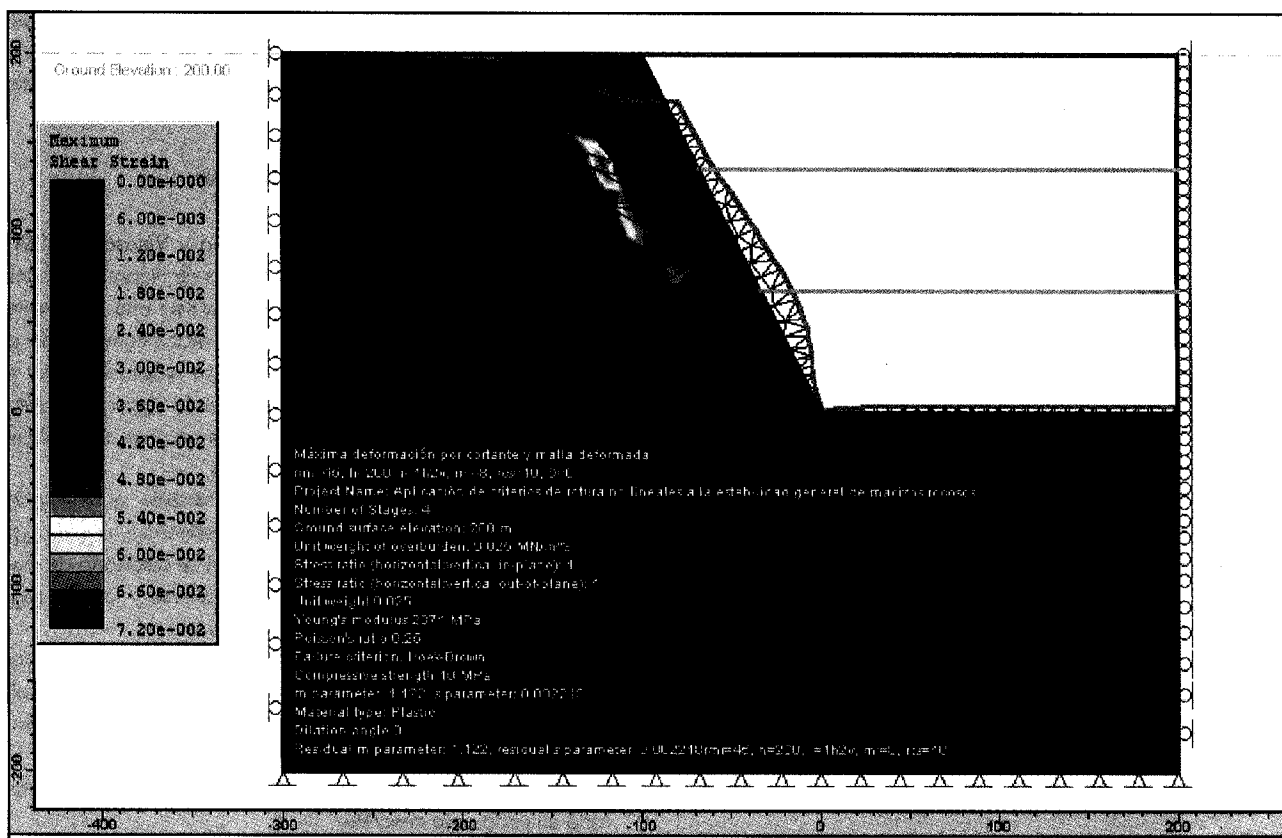


Fig. 1. Cálculo de estabilidad de taludes mediante elementos finitos.

$$\sin \phi' = \frac{N_\phi - 1}{N_\phi + 1} \quad (8)$$

$$c' = \frac{\sigma'_c}{2\sqrt{N_\phi}} \quad (9)$$

Cuando se emplea una linealización es práctica habitual considerar un valor de la resistencia a tracción menor, denominada "tension cut-off" (Sjöberg, 1999), como la que se obtiene, por ejemplo, del criterio de Hoek-Brown. A continuación se describen sucintamente varios métodos para realizar la linealización de la envolvente de Hoek-Brown y obtener un ángulo de rozamiento y cohesión equivalentes.

2.2. MÉTODO DE LA TANGENTE

Este método, desarrollado por J.W. Bray y descrito en Hoek (1983), determina la resistencia al corte del terreno para un determinado estado tensional según la correspondiente envolvente de Mohr-Coulomb, tangente a la envolvente de Hoek-Brown, figura 3.

En la práctica este método es difícil de aplicar porque los programas de cálculo suelen caracterizar el terreno

con valores de c' y ϕ' que se mantienen constantes para el mismo tipo de terreno, en lugar de hacerlos depender del valor de la tensión normal en cada punto. En este sentido, los métodos que se describen a continuación en-

Fig. 2. Envolvente de Hoek-Brown.

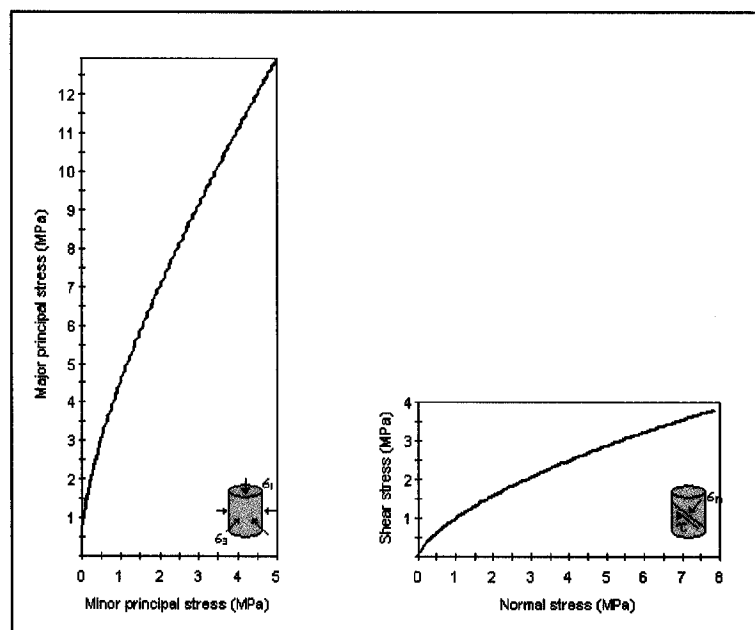
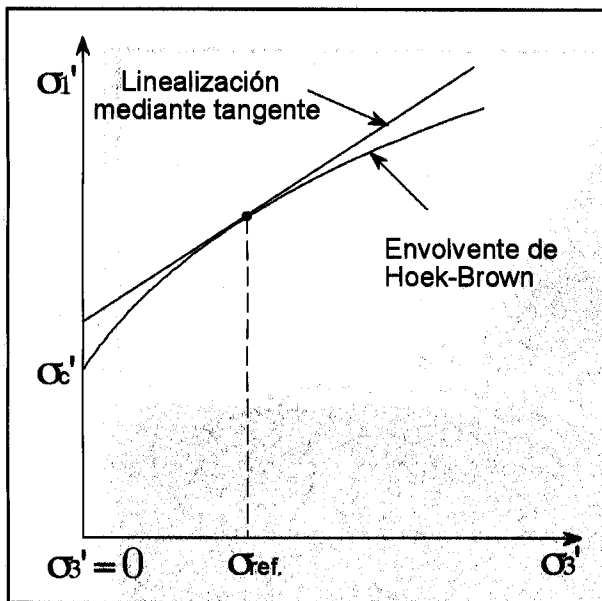


Fig. 3.
Método de la
tangente.



focan la linealización como única dentro de un rango de tensiones.

2.3. MÉTODO DE LA SECANTE

Este método descrito por Galera (1996), consiste en linealizar la envolvente de Hoek-Brown por medio de una secante que corta a la envolvente en $\sigma'_3=0$ y en $\sigma'_3=\sigma_{ref.}$, siendo $\sigma_{ref.}$ la presión de confinamiento del macizo rocoso en cada caso de estudio.

En la figura 4 se ilustra la linealización mediante secante en una envolvente de Hoek-Brown genérica.

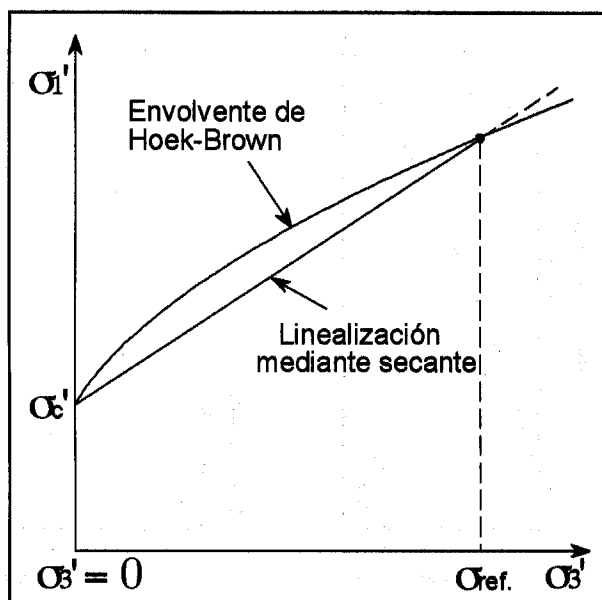


Fig. 4. Método
de la secante.
A la derecha,
fig. 5. Método
de la
bilinealización.

Este método respeta la resistencia a compresión simple del macizo rocoso, pero se trata de un criterio de linealización bastante conservador, pues la recta de rotura estimada queda por debajo de la envolvente de Hoek-Brown.

2.4. MÉTODO DE LA BILINEALIZACIÓN

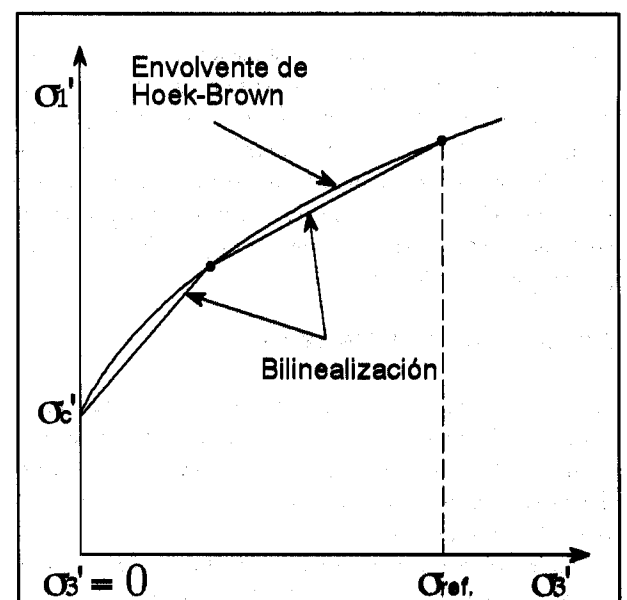
Este método, comentado por Varona y Velasco (2000), consiste en sustituir la envolvente de rotura de Hoek-Brown por una envolvente de rotura bilineal que se ajusta a la envolvente curva. Cada uno de los dos segmentos rectos corresponde a una envolvente de Mohr-Coulomb, con su propia cohesión y ángulo de rozamiento, como se muestra en la figura 5. De esta manera se aprovecha la opción de ciertos programas de cálculo de emplear criterios de rotura bilineales.

En este método de la bilinealización también se plantea la necesidad de establecer una tensión de referencia, $\sigma'_3 = \sigma_{ref.}$. El punto intermedio para la bilinealización se calcularía de manera que el área contenida entre la envolvente y los dos segmentos rectos de la bilinealización sea mínima.

Este método, como el de la secante, es también conservador, pues queda la nueva envolvente por debajo de la envolvente de Hoek-Brown. No obstante, esta bilinealización consigue una mejor aproximación que el método de la secante. El criterio para adoptar la tensión de referencia habría que valorarlo en cada caso concreto.

2.5. MÉTODO DE LA REGRESION LINEAL

Este método, desarrollado por Hoek y Brown (1997), consiste en utilizar la envolvente de Hoek-Brown como generador de resultados de ensayos triaxiales a nivel de macizo rocoso, de manera que, para varios valores de σ'_3 , se obtienen sus res-



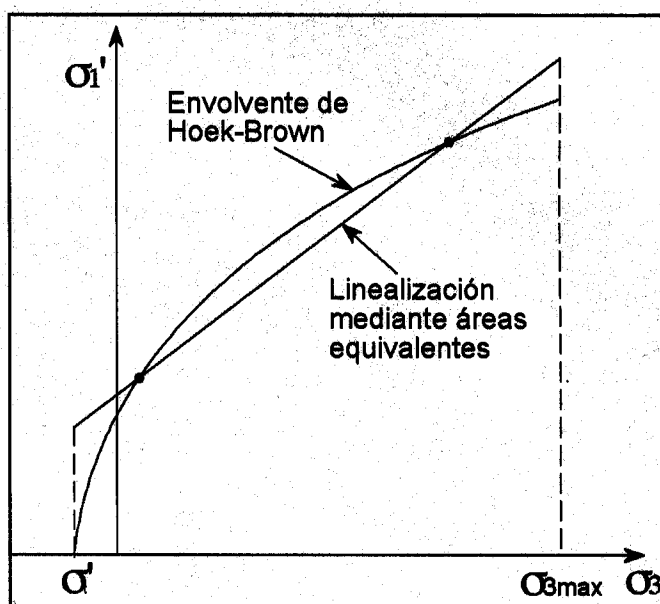
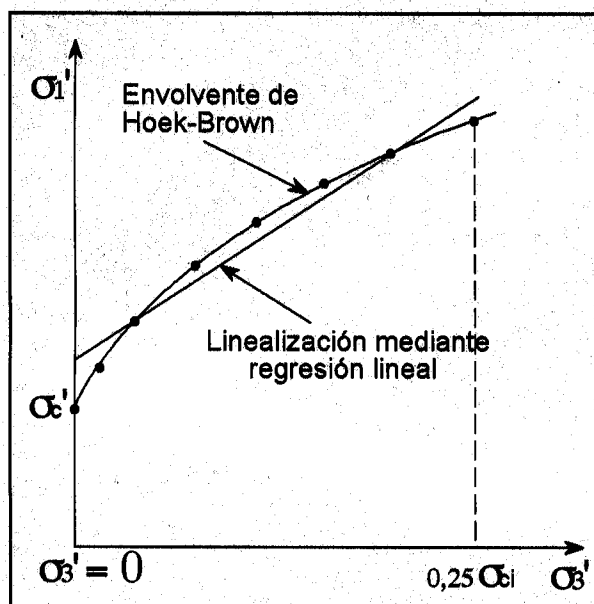


Fig. 6. Método de la regresión lineal. A la derecha, fig. 7. Método de áreas equivalentes.

pectivos valores σ'_1 y con estas parejas de valores se realiza una regresión lineal. Este método es muy sensible a los valores de σ'_3 con los que se generan los puntos para la posterior regresión lineal.

En el figura 6 se ilustra la linealización mediante el método de la regresión lineal en una envolvente de Hoek-Brown genérica.

Este método sobrestima la resistencia del macizo rocoso para estados tensionales con poco confinamiento y que a priori podría traducirse en diseños poco conservadores, e igualmente sobrestima la resistencia para estados tensionales altos.

Hoek y Brown (1997), a partir de su experiencia y por medio de la prueba y error, encontraron que los mejores resultados se obtienen haciendo una regresión lineal sobre ocho parejas de valores (σ'_1 , σ'_3) equiespaciados, en un rango de $0 < \sigma'_3 < 0,25 \sigma_{ci}$.

2.6. MÉTODO DE LA EQUIVALENCIA DE ÁREAS

Recientemente, los autores Hoek, Carranza-Torres y Corkum (2002) proponen encajar una recta que equilibre las áreas que quedan entre la envolvente curva de Hoek-Brown y la linealizada de Mohr-Coulomb, para un determinado rango de tensiones.

Esto lo resuelven para un rango de tensiones $\sigma'_1 < \sigma'_3 < \sigma'_{3max}$, siendo σ'_1 la resistencia a tracción y σ'_{3max} la tensión de confinamiento máxima que se espera, y que se tendrá que estimar en cada caso particular, figura 7.

2.7. VENTAJAS E INCONVENIENTES DE LA LINEALIZACIÓN

En cualquiera de estos métodos de linealización, empleados para obtener una cohesión y ángulo de rozamiento equi-

valentes, debe tomarse una tensión de referencia o rango de estados tensionales. Una primera aproximación al estado tensional que tendrá la excavación del talud puede hacerse con una modelización numérica en régimen elástico. Adoptando el rango de tensiones resultantes y linealizando, se estarán sobervalorando ligeramente la cohesión e infravalorando el ángulo de rozamiento porque las tensiones reales del macizo rocoso son menores que las obtenidas con el cálculo puramente elástico al no producirse la plastificación.

En una excavación superficial el estado tensional varía con la profundidad del punto del macizo rocoso respecto a la superficie y, por tanto, no sería correcto emplear una tensión de referencia única. En este sentido y para obtener una mejor aproximación, sería recomendable discretizar la geometría por escalones de tensiones y realizar la linealización para cada escalón o nivel de tensiones.

Cada uno de los métodos de linealización conlleva una serie de dificultades particulares. El método de la secante es demasiado conservador, pues, excepto en la zona de tracciones, la recta de rotura estimada está por debajo de la envolvente de rotura. Los resultados serían muy pesimistas, dando lugar a diseños excesivamente conservadores. Esto es extrapolable al método de la bilinealización aunque produce una mejor aproximación.

El método de la regresión lineal da un valor alto a la resistencia del macizo rocoso para estados tensionales con poco confinamiento y para estados tensionales altos, lo que a priori podría traducirse en diseños poco conservadores. Es un inconveniente utilizar para la linealización un intervalo tensional basado en un porcentaje de σ_{ci} , como en el método de la regresión lineal. En el caso de un talud en un macizo rocoso formado por diferentes tipos de roca con diferentes valores de la resistencia a compresión simple, σ_{ci} , se llegaría a tener diferen-

tes intervalos para la regresión para cada tipo de roca a pesar de que el estado tensional al que está sometido este macizo rocoso es único.

De todos los métodos de linealización, el de la equivalencia de áreas es el más coherente, aunque mantiene los inconvenientes inherentes a la propia linealización, entre ellos, que unas veces sobrestiman y otras minusvaloran la resistencia del macizo rocoso de acuerdo con los resultados de los cálculos realizados, y que se muestran a continuación.

3. COMPARACIÓN ENTRE LA APLICACIÓN DIRECTA DEL CRITERIO DE HOEK-BROWN Y SU ENVOLVENTE LINEALIZADA

Los resultados obtenidos para el ángulo de rozamiento, ϕ' , y la cohesión, c' , según el método de la linealización basado en la equivalencia de áreas son:

$$\phi' = \sin^{-1} \left[\frac{6am_b(s + m_b\sigma'_{3n})^{a-1}}{2(1+a)(2+a) + 6am_b(s + m_b\sigma'_{3n})^{a-1}} \right] \quad (10)$$

$$c' = \frac{\sigma_{ci} \left[(1+2a)s + (1-a)m_b\sigma'_{3n} \right] (s + m_b\sigma'_{3n})^{a-1}}{(1+a)(2+a) \sqrt{1 + \left(6am_b(s + m_b\sigma'_{3n})^{a-1} \right) / ((1+a)(2+a))}} \quad (11)$$

donde,

$$\sigma'_{3n} = \sigma'_{3max} / \sigma_{ci} \quad (12)$$

Según los autores de estas expresiones, el valor de σ'_{3max} que conduce a tener el mismo factor de seguridad al hacer la linealización, y la misma forma y localización de la roturas, se determina mediante la siguiente expresión:

$$\frac{\sigma'_{3max}}{\sigma'_c} = 0.72 \left(\frac{\sigma'_c}{\gamma H} \right)^{-0.91} \quad (13)$$

donde,

$$\sigma'_c = \sigma'_{ci} \frac{(m_b + 4s - a(m_b - 8s))(m_b/4 + s)^{a-1}}{2(1+a)(2+a)} \quad (14)$$

La explicación que dan para justificar estas expresiones, aunque muy escueta, es que se ha obtenido realizando estudios comparativos con el criterio de los círculos de Bishop para distintas geometrías y calidades de macizos rocosos.

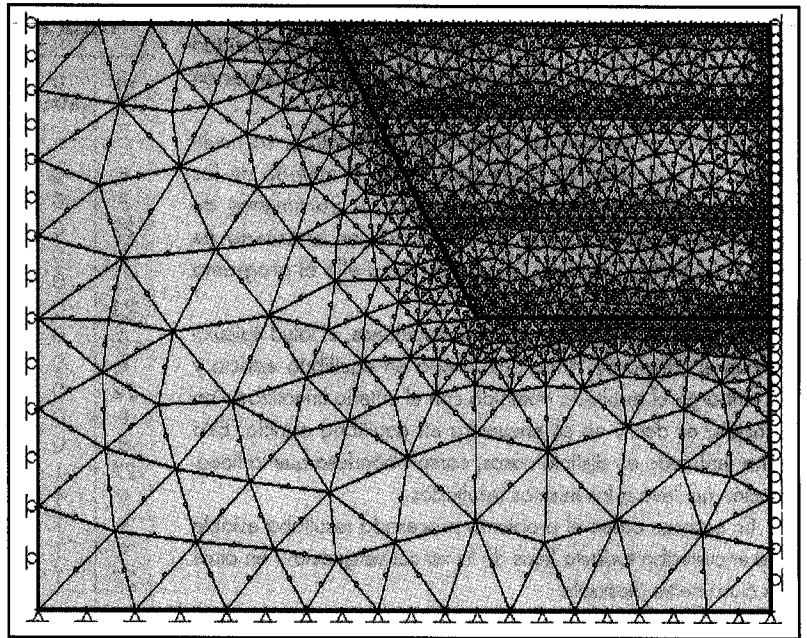


Fig. 8. Malla de elementos finitos empleada en el programa Phase 2 V.5.

Para comprobar la validez del método propuesto se han realizado cálculos comparativos entre la aplicación directa del criterio de Hoek-Brown y el criterio linealizado, sobre grandes taludes empleando un modelo en elementos finitos.

La formulación del continuo se ha realizado con el programa de elementos finitos Phase 2 V.5, mediante elementos triangulares de seis nodos, con una gradación diez veces menor en los elementos cercanos a la excavación, la cual se ha simulado en cuatro fases, una inicial más tres de excavación, figura 8. El modelo constitutivo elegido es el elástico perfectamente plástico, muy adecuado para macizos rocosos muy fracturados o cuando la matriz rocosa es blanda, con las hipótesis de deformación plana y dilatación nula. Para la relación inicial entre tensiones horizontales y verticales se ha considerado, $K=1$.

Se han estudiado taludes de 100 y 200 m de altura, con inclinaciones del talud 1H:1V y 1H:2V. También se han empleado distintos tipos de terreno.

Los tres parámetros del terreno que intervienen en la formación del criterio de rotura de Hoek-Brown son el índice de calidad geomecánica GSI, la resistencia a compresión simple de la matriz rocosa, σ_{ci} , y el parámetro de la litología del macizo rocoso, m_i . Respecto al factor D, en unos casos se adoptó $D=0$ y en otros $D=1$.

Así, para cada talud se han formulado varios terrenos combinando tres tipos de resistencia a compresión simple, $\sigma_{ci} = 50, 10$ y 5 MPa, y dos valores $m_i = 8$ y $m_i = 22$, correspondientes a caliza micrítica y conglomerados respectivamente.

El parámetro GSI adoptado es aquel que hace que el talud se encuentre en equilibrio estricto, esto es, con un factor de seguridad F.S.=1'00. En cada uno de los casos se han tenido que procesar en el programa de elementos finitos, distintos mo-

delos en los que se ha ido modificando la calidad del macizo rocoso a través del índice GSI hasta obtener la inestabilidad del modelo, momento anterior al cual corresponde la situación de equilibrio estricto.

Una vez obtenidos los anteriores parámetros, se ha linealizado el criterio de Hoek-Brown con el método de las áreas equivalentes, y se han obtenido los parámetros de resistencia al corte c' y ϕ' de aplicación en el criterio de rotura de Mohr-Coulomb, utilizando para ello el programa Roclab V.1.

En la mayoría de las anteriores situaciones, el talud calculado con el criterio de Hoek-Brown está en equilibrio estricto y sin embargo el resultado obtenido con el criterio linealizado no coincide, es decir, no se encuentra en equilibrio estricto. Esto se ha realizado en distintos casos, comprobándose que la linealización no lleva a los mismos resultados.

En algunos casos el problema procesado resultaba estable y se encontraba todavía lejos de la no convergencia y en otros era claramente inestable.

En la tabla 1 se indica para cada caso analizado el índice GSI con el que el talud está en equilibrio estricto utilizando el criterio de Hoek-Brown (H-B). También se indica el índice GSI con el que el terreno está en equilibrio estricto utilizando el criterio de Mohr-Coulomb (M-C) previa linealización de el de Hoek-Brown.

En esta tabla 1 se observan diferencias en el índice GSI de hasta 12 puntos, lo que supone en la práctica diferencias importantes en el comportamiento de un terreno. Incluso el talud podría estar en equilibrio inestable y obtenerse con el cálculo un F.S.=1'30 mínimo exigido habitualmente (Puell, 2003).

4. CONCLUSIONES

Los análisis y resultados que se presentan ponen de manifiesto que los métodos de linealización cuya envolvente de Mohr-Coulomb queda por debajo de la de Hoek - Brown son

TABLA 1. ÍNDICE GSI PARA OBTENER UN FACTOR DE SEGURIDAD F.S.=1'00

mí	D (MPa)	RCS	H (m)	Inclinación	GSI F.S.(H-B) =1'0	GSI F.S. (M-C) =1'0	Diferencia GSI
8	0	10	200	1H2V	46	40	6
8	0	5	200	1H2V	64	58	6
22	0	10	200	1H2V	27	18	9
8	0	5	100	1H1V	17	23	-6
22	0	5	100	1H2V	21	19	2
22	0	5	200	1H1V	9	15	-6
8	0	10	100	1H2V	32	26	6
8	0	10	200	1H1V	17	23	-6
22	0	5	200	1H2V	44	32	12
8	0	5	100	1H2V	48	40	8
8	0	5	200	1H1V	36	37	-1
22	1	5	200	1H2V	68	65	3
9	1	50	200	1H2V	50	45	5
9	1	50	200	1H1V	33	37	-4
9	1	50	200	2H3V	45	43	2
22	1	50	100	1H1V	12	21	-9

demasiado conservadores y los métodos que mejor aproximación realizan unas veces sobrestiman y otras minusvaloran la resistencia del terreno. Los cálculos realizados permiten comprobar que las linealizaciones más aproximadas pueden no estar del lado de la seguridad.

Por tanto, el empleo directo de los métodos de cálculo tenso-deformacionales con criterios de rotura no lineales, en este caso el de Hoek-Brown, permiten un mejor análisis de la estabilidad de grandes taludes en macizos rocosos. Sin embargo, estos métodos son más laboriosos que los tradicionales de equilibrio límite.

A pesar de lo anteriormente comentado la linealización es una valiosa herramienta para emplear el criterio de rotura de Hoek-Brown en los programas geotécnicos de uso habitual, y en opinión de los autores la mejor manera de estimar una cohesión y ángulo de rozamiento para aplicar con el criterio de Mohr-Coulomb. ■

REFERENCIAS

- BIENIAWSKI, Z.T., 1976. Rock mass classifications in rock engineering. Proceedings of the symposium on Exploration for Rock Engineering, En: Bieniawski, Z.T., editor, Vol. 1, A.A. Balkema, Holanda, pp.97-106.
- GALERA, J.M. (1996). Caracterización geotécnica de macizos rocosos, En: López Jimeno, C., editor. Manual de túneles y obras subterráneas. Entorno gráfico, S.L. Madrid.
- HOEK, E., y BROWN, E.T. (1980). Empirical strength criterion for rock masses. Journal of the geotechnical engineering division. pp.1013-1035.
- HOEK, E. (1983). Strength of Jointed Rock Masses. Géotechnique, 33, No. 3, pp. 187-223.
- HOEK, E., y BROWN, E.T. (1997). Practical estimates of rock mass strength. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Vol.34, nº8, pp.1165-1186.
- HOEK, E., CARRANZA-TORRES, C., y CORKUM, B. (2002). Hoek-Brown Failure Criterion -2002 edition. Proc. North American Rock Mechanics Society meeting in Toronto.
- PUELL, F. (2003). Aplicación de criterios de rotura no lineales a la estabilidad general de taludes en macizos rocosos. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Madrid.
- SJÖBERG, J. (1999). Analisis of large scale rock slopes. Tesis doctoral. Universidad Tecnológica de Lulea. Suecia.
- VARONA, P., y VELASCO, P. (2000). Criterios para la linealización de la envolvente de rotura de Hoek - Brown. Ingeopres. pp. 54-58.