

Principios Fundamentales del Método Sistemico Multivariado, MSM

Fundamental Principles of the Multivaried Systemic Method, MSM

Pedro Suárez Bores. Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos
Catedrático de Puertos y Costas. Premio Nacional de Ingeniería 2002. psbores@psbores.com

Resumen: En este artículo presentamos los Fundamentos del Método Sistemico Multivariado, MSM:

- 1- SISTEMICIDAD, transversalmente las obras marítimas lineales se comportan como Sistemas, correspondiendo la fiabilidad mayor al componente más barato y fiabilidad menor al componente más caro.
- 2- MULTIVARIEDAD, cada uno de los componentes de éstas debe resistir la acción combinada de todas las variables ambientales que, en general, son aleatorias y correladas entre sí.
- 3- LINEALIDAD, longitudinalmente las obras marítimas lineales se comportan como formadas por una sucesión de cortos tramos, elementos, produciéndose el fallo en el componente más débil del elemento más débil de la obra.
- 4- INTEGRABILIDAD, la probabilidad de fallo de los componentes de fallo, viene dada por una integral de Lebesgue-Stieljes pero ésta expresión diferencial, difícilmente integrable, puede ser sustituida por su correspondiente incremental, discreta, que conceptualmente puede considerarse como la intersección de la matrices: de densidad de probabilidad, (**Mp**), y de fallo, (**Mf**). Esta intersección nos produce la matriz de probabilidad de fallo, (**Mpf**), la suma de cuyos terminos es la probabilidad de fallo del componente.

Palabras Clave: Sistemas estructurales; Sistemas de estabilidad; Componentes; Fiabilidad de los componentes; Variables aleatorias correladas; Tramos; Elementos; Integral de Lebesgue Stieljes; Matriz de densidad de probabilidad; Dominio de fallo; Matriz de fallo; Matriz de probabilidad de fallo

Abstract: This article presents the foundations of the Multivaried Systemic Method, MSM:

1. SYSTEMICITY, transversally linear maritime works behave like Systems in which the greatest reliability corresponds to the cheapest component and the lowest reliability to the most expensive component.
2. MULTIVARIETY, each component of these works has to resist the combined action of all the environmental variables which, in general, are random and correlated.
- 3- LINEARITY, longitudinally linear maritime works behave as if formed by a succession of slices, short stretches, or elements, in which the failure occurs in the weakest component of the weakest element of the work.
4. INTEGRABILITY, the probability of failure of the failure components is given by the Lebesgue-Stieltjes integral though this integral, which is difficult to integrate, may be replaced by its corresponding discreet incremental, expression, which may be conceptually considered as the intersection of matrices: the matrix of probability density, (**Mp**) and the matrix of failure (**Mf**). This intersection provides the matrix of probability of failure (**Mpf**), the sum of the terms of which being the failure probability of the component.

Keywords: Structural systems; Stability systems; Components; Component reliability; Correlated random variables; Stretches; Elements; Lebesgue-Stieltjes integral; Probability density matrix; Failure domain; Failure matrix; Failure probability matrix

Prólogo

El día 22 de Noviembre de 2005 se firmó un Convenio entre el Ente público Puertos del Estado, del Ministerio de Fomento, y la fundación Agustín de Bethancourt, de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad Politécnica de Madrid, para la realización de un estudio de aplicación del Método Sistemico Multivariado, MSM, al análisis de fiabilidad de diversas infraestructuras del sistema portuario

Prologue

On 22 November 2005 an agreement was signed between the State Port public company, pertaining to the Ministry of Development, and the Agustín de Bethancourt Foundation of the Escuela de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos at Madrid Polytechnic University. This agreement concerned a study into the application of the Multivaried Systemic Method (MSM) to the reliability analysis of diverse port infrastructures

de titularidad estatal, destacando como motivo las revisiones y nuevas redacciones de Recomendaciones de Obras Marítimas actualmente en curso.

Como consecuencia de la finalidad de este trabajo hemos presentado el Método Sistemático Multivariado en forma sintética y didáctica, comenzando esta presentación por los **Principios Fundamentales del MSM**, que constituyen, por si mismos, la esencia y guía del dimensionamiento de las obras marítimas y que, aunque evidentes, resultan sorprendentes, pues cambian métodos secularmente aceptados y procedimientos de ensayo y dimensionamiento que nunca han sido cuestionados.

La **presentación** del **MSM** se ha realizado en una serie de reuniones mensuales ante Subdirector General de Infraestructuras y sus dos colaboradores más cercanos: Los Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos Juan Ignacio Grau, Gonzalo Gómez Barquín y Ana Lope.

En las numerosas reuniones, mensuales, mantenidas a lo largo de los años 2006-2008 no ha habido una sola ausencia de los participantes, lo que agradezco mucho. También agradezco el interés y cordial trato recibido por parte de todos.

1. Antecedentes

Desde el punto de vista del dimensionamiento estructural, funcional, ambiental, etc., de las obras la **historia** de la **Técnica** puede considerarse dividida en varias **etapas**.

En la **primera etapa**, que se remonta al Paleolítico, el dimensionamiento de las obras se realiza en forma **artesanal**, sin la aplicación de modelo matemático alguno. La experiencia personal y algunas **recomendaciones** de afamados tratadistas como **Vitruvio**, en la antigüedad, etc. son la única guía para el dimensionamiento de las obras de que dispone el constructor.

En la **segunda etapa** el dimensionamiento se realiza mediante modelos matemáticos más o menos sofisticados pero en los que todas las variables son consideradas como **deterministas**. En el mar esta etapa se inicia cuando **Stevenson** propone en (1848) su conocida fórmula para la determinación de la "altura de ola de cálculo" en función del fetch, y adquiere su carácter tecnológico, de aplicación a las obras marítimas, solo cuando **Iribarren** (1938), (1949), **Johnson** (1948) y otros determinan la "altura de ola de cálculo" al pie de la obra, incluidas refracción y difracción.

owned by the state. This project was largely founded on the basis of the revisions and new drafts of the Recommendation for Harbour Works currently being undertaken.

*In view of the ensuing purpose of this work, we have presented the Multivariate Systemic Method in a synthetic and didactic manner, beginning with the presentation of the **Fundamental Principles of MSM** which, in themselves, serve as the essence and guidelines for the dimensioning of maritime works and which, although evident, result surprising, as they change generally accepted methods along with test and dimensioning procedures that had never previously been questioned.*

*The **presentation of the MSM** has been conducted through a series of monthly meeting with the Deputy Director General of Infrastructures, Juan Ignacio Grau, and his two closest collaborators, the civil engineers Gonzalo Gómez Barquín and Ana Lope.*

There has not been one single absence by any of the participants from any of the numerous monthly meetings held from 2006-2008, and I am very grateful for this. I also wish to express my gratitude for the interest and cordial treatment received by all.

1. Background

***Techniques** concerning the structural, functional and environmental dimensioning of structures may be considered to be divided into various **stages** throughout **history**.*

*In a **first stage**, dating back to Palaeolithic times, constructions were dimensioned in an **artisanal** manner without applying any mathematical model whatsoever. Personal experience and the **recommendations** of famed essayists such as **Vitruvius**, in ancient times, served as the sole guides available to the builder for dimensioning constructions.*

*In a **second stage**, dimensioning was performed by more or less sophisticated mathematical models, but where all variables were considered as being **deterministic**. Application to the sea began with the publication in 1848 of **Stevenson's** well known formula to establish the "design wave height" in accordance with the fetch and only acquired its technological characteristic and application to maritime works on the establishment by **Iribarren** (1938), (1949), **Johnson** (1948) and others of the "design wave height" at the*

Es entonces cuando las primeras formulaciones, de **Sainflou** (1928), sobre diques verticales y de **Castro** (1933) e **Iribarren** (1938), sobre diques de escollera, adquieren sentido como métodos matemáticos de dimensionamiento de las obras marítimas exteriores.

Cuando los diseños incluyen más variables que la altura de ola como ocurre, por ejemplo, en el caso de los diques verticales, pantales y otras obras, en donde aparecen también el periodo (T), nivel (S), etc., los valores de "cálculo" de estas variables se deciden por métodos empíricos, utilizándose, cuando es posible, los valores más desfavorables para las obras, como es la incidencia normal en el caso del cuerpo del dique de los diques verticales.

Sin embargo, como es bien sabido y admitido por todos en la actualidad, la mayor parte de los fenómenos y procesos naturales y muchos de los debidos a la acción del hombre pocas veces admiten modelos deterministas. La altura de ola, el caudal de un río, la velocidad del viento, la aceleración sísmica, las fuerzas de ataque, etc. son variables climáticas, geodinámicas, antrópicas, etc., cuyas magnitudes no tienen límites concretos, como presuponen los modelos deterministas, estando asociados sus valores a su probabilidad de excedencia.

En la **tercera etapa**, iniciada en la segunda mitad del siglo XX siguiendo la pauta de Rice (1944) para el estudio del ruido blanco, se introducen los métodos **estadísticos** en el estudio de la dinámica marina: **Longuet-Higgins** (1952), geometría estadística, y **Pierson** (1952), análisis espectral.

Tan solo un año después son publicados, en términos de la altura de ola significativa, los primeros trabajos sobre las distribuciones de los valores medios y extremos de la altura de ola significativa, regímenes de oleaje y de temporales, **Saville** (1953). **Bores** (1970) adopta la distribución de **Gauss** o normal para los valores medios y la de **Gumbel** para valores extremos.

La aplicación de estos estudios al dimensionamiento de las construcciones marítimas no se hace esperar, considerándose, en esta tercera etapa, una sola variable, la principal, aquella a la cual son más sensibles los resultados, como aleatoria y las restantes, cuando existen, como deterministas: **métodos univariados**.

Haciendo recurso de la altura de ola como variable aleatoria, **Blume** y **Keith** (1959) introducen en el mar el concepto de "período de retorno" del temporal de cálculo, en uso en la hidráulica fluvial desde

toe of the structure, and on the including of wave refraction and diffraction.

*This is when the first formulas of **Sainflou** (1928) for vertical breakwaters and those of **Castro** (1933) and **Iribarren** (1938), on rubble mound breakwaters, gained their significance as mathematical models for the dimensioning of marine works.*

When the designs include more variables than the wave height as occurs, for example, in the case of vertical breakwaters, jetties and other maritime works, where the period (T), level (S), etc. also appear, the "design" values of these variables is decided by empirical methods and using, where possible, the most unfavourable values for the structures, such as the normal incidence in the case of the body of the structure in vertical breakwaters.

However, as is currently well known and accepted by all, the majority of natural processes and phenomena and many man-made actions rarely admit determinist models. The wave heights, the flow of a river, the wind speed, seismic acceleration, docking forces, etc., are climatic, geodynamic and anthropic variables that have magnitudes without the specific limits presumed by deterministic models and where their values are associated with their probability of being exceeded.

*The **third stage** came about in the second half of the twentieth century, following Rice (1944) and the study of white noise, when **statistical** methods were introduced in the study of sea dynamics: **Longuet-Higgins** (1952), statistical geometry, and **Pierson** (1952), spectral analysis.*

*The following year saw the publication of the first works related to significant wave height concerning the distribution of the mean and extreme values of the significant wave height, wave regimes and storm regimes, **Saville** (1953). **Bores** (1970) adopted the **Gauss** or normal distribution for mean values and that of **Gumbel** for extreme values.*

*The application of these studies to the dimensioning of marine structures was not long in coming and, in this third stage, consideration was given to one sole variable, the principal variable –the one to which the results are most sensitive– which is taken as random and the other as deterministic: **univariate methods**.*

*On establishing the wave height as a random variable, **Blume** and **Keith** (1959) introduced the concept of the design storm "return period", which has*

hacía décadas, mientras que **Van der Kreek y Paape** (1964) "optimizan económicamente", el peso de los cantos del manto principal de los diques de escollera. **Bores** (1968) modifica la probabilidad de avería del manto propuesta por Van der Kreek y Paape (1964) e introduciendo un modelo de Borgman (1963) metodiza el análisis económico de las construcciones marítimas, tanto las de **fallo instantáneo**, fallo por una sola ola, como las de **fallo gradual**, fallo por varias olas, considerando tanto las averías parciales, en el caso de fallo gradual, como la ruina completa de la obra.

Observaciones fundamentales:

- Hasta el momento los métodos univariados se han utilizado en forma muy semejante a los métodos deterministas, ya que aquellos solo se utilizan, de hecho, para determinar la "**altura de ola de cálculo**", sea como valor correspondiente al "período de retorno" en la distribución extremal de alturas de ola, régimen de temporales, y menos frecuentemente como valor resultante del correspondiente "análisis económico".
- Tanto los métodos deterministas como los aleatorios, se han aplicado, históricamente, a cada una de las **partes** componentes de las obras -manto principal, espaldón, bermas, etc. en el caso de los diques de escollera, etc., cuerpo de dique, banqueteta, etc., en los diques verticales, etc.- considerando a estas partes componentes como obras **separadas**, sin ninguna interrelación entre ellas.

Con esta tecnología, univariada, se proyectó el **Dique** de escollera de **Punta Lucero**, en un emplazamiento prácticamente abierto a un mar tan batido como el Cantábrico y situado sobre grandes profundidades, (35 m).

En condiciones tan extremas, en 1976 se produjeron unas importantes **averías** en el dique, precisamente **antes** de la **liquidación de la obra**, mostrando claramente la insuficiencia de la metodología en uso.

Por supuesto esta avería desconcertó a la ingeniería española e internacional, pero, como a veces ocurre con este tipo de acontecimientos, catastróficos e inesperados, ha servido de motivo para revisar la metodología en uso.

En **Agosto** del mismo año, **1976**, la Junta del Puerto de **Bilbao**, dirigida por el insigne Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos D. Fernando Rodríguez Pérez,

*been used in river hydraulics for decades, while **Van der Kreek and Paape** (1964) provided an "optimum design for the weight of armour units in rubble mound breakwaters. **Bores** (1968) modified the failure probability of the armour layer proposed by Van der Kreek and Paape (1964) and, introducing a Borgman model (1963), methodized the economic analysis of maritime works, in terms of **instant failure**, failure by a single wave, **gradual failure**, failure by various waves and considering both the partial damage in the case of gradual failure and the complete breakdown in the case of the total failure of the maritime work.*

Basic observations:

- *Until the introduction of univariate methods, the deterministic methods were employed in a very similar manner as these were only used to determine the "**design wave height**" whether as the value corresponding to the "return period" in the extreme distribution of wave heights or storm regime, and less frequently, as the resultant value of the corresponding "economic analysis".*
- *Both deterministic and random methods have been applied over the years to each of the component **parts** of maritime works; whether the armour layer, crown wall, berms, etc., in the case of rubble mound breakwaters, etc., or the caisson, berm, etc, in vertical breakwaters, etc., considering these as component parts of **separate** structures without any interrelation between them.*

*Designed on the basis of this univariate technology, the **Punta Lucero** rubble mound breakwater was set at great depths (35 m.) and in a location almost open to the battering Cantabrian Sea.*

*Under these extreme conditions, a serious **failure** occurred in the breakwater in 1976, just before its settlement, clearly showing the deficiencies of the methodology in use at the time.*

This failure sent out alarm bells to both Spanish and International engineering alike, as is often the case when these types of catastrophic and unexpected events occur and served as a base for the revision of the methodology in use.

*In **August** of the same year **1976**, the Board of the Port of **Bilbao**, chaired by the renowned civil engineer, Fernando Rodríguez Pérez, entrusted the author with this important investigation. Fernando Rodríguez Pérez was*

me encargó esta importante investigación. Fernando Rodríguez Pérez era un destacado ingeniero, con importantes contribuciones sobre investigación portuaria y un buen conocedor de mis estudios sobre la aplicación de los métodos aleatorios a la estabilidad de estructuras marítimas y flotadores, Bores (1967) a (1969), MOP, y sobre todo de nuestro proyecto de la Red Exterior de Registro del Oleaje, Bores (1968), (1974), una de cuyas estaciones de registro se había instalado, precisamente, en las inmediaciones del Puerto de Bilbao, contando con la colaboración y apoyo de la propia Junta del Puerto.

Este encargo para el dique de escollera de Bilbao se sumó a otro similar, para el **pantalán** del nuevo puerto de **Sagunto**, que me había encomendado ya en **Abril 1976**, el ingeniero de Caminos Vicente Pérez Vilar, en representación de Cubiertas y Tejados, y con quien había tenido oportunidad de colaborar en el pantalán de EMINSA, en el antiguo Sahara español, proyectado por nosotros para esta empresa y construido por el pool Krupp-Cubiertas y Tejados.

A mayor abundamiento, en plena investigación, en **Junio 1979** recibimos otro encargo de **Acantilados** de los **Gigantes** S.A. para determinar la fiabilidad estructural del **dique vertical** del puerto deportivo del mismo nombre, ya construido en la costa suroccidental de la isla de Tenerife y asegurado en Suiza con una prima elevadísima, debido a la escasa garantía que los métodos convencionales ofrecían a la aseguradora.

Ante la importancia y diversidad tipológica del conjunto de los encargos recibidos, nos planteamos la estabilidad de las obras marítimas lineales con toda generalidad, desde los conceptos metodológicos más básicos, lo que originó el MSM, comunicando la **TERMOLOGÍA Y CONCEPTOS BÁSICOS** en nuestra Revista de Obras Públicas, Bores (1977) y el **COMPONENTE DE FALLO GRADUAL DEL MANTO PRINCIPAL DE LOS DIQUES DE ESCOLLERA** en la misma Revista, Bores (1979), año en que se dio por terminada la investigación.

Inmediatamente este Método es presentado como Apuntes en nuestra Cátedra de Puertos y Costas de la Escuela de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos con el título **ANÁLISIS DE FIABILIDAD DE LOS SISTEMAS DE DISEÑO**, Bores (1980).

Veinticinco años después presentamos detalladamente rutinas del Programa MSM tan importantes como: **Clima** marítimo (incluida Red Exterior), **Fallo** de las obras (incluidos ensayos) y **Fiabilidad de diseño admi-**

an outstanding engineer who had made important contributions to port research and was fully conversant with my studies into the application of random methods to the stability of marine and floating structures, Bores (1967) to (1969), MOP (Ministry of Public Works). The Board of the Port of Bilbao were also particularly aware of our work on the Spanish Offshore Wave Recording Network, Bores (1968), (1974), as one of the recording stations had been installed precisely in the vicinity of the Port of Bilbao and had received the full collaboration and support of the Board.

*The project for the Bilbao rubble mound breakwater followed a similar project for the **wharf** at the new port of **Sagunto** entrusted to me in **April 1976** by the civil engineer Vicente Pérez Vilar, representing Cubiertas y Tejados, and with whom I had had the opportunity to collaborate on the EMINSA dock in former Spanish Sahara, and designed by us for this company and built by the Krupp- Cubiertas y Tejados consortium.*

*Furthermore, in **June 1979**, and while fully engaged in the investigation work, we received an additional assignment from **Acantilados** de los **Gigantes** S.A., to establish the structural reliability of the **vertical breakwater** at the pleasure harbour of the same name which had been built in the southwest coast of the island of Tenerife and insured in Switzerland at a very high premium on account of the little guarantee offered to the insurer by the conventional methods.*

*In view of the importance and diversity of the different assignments, we set out the study of stability of lineal harbour works in general terms, starting from the most basic methodological concepts. This then gave rise to the MSM, and the publication of **TERMINOLOGY AND BASIC CONCEPTS** in the *Revista de Obras Públicas*, Bores (1977) and the ensuing publication of the **GRADUAL FAILURE COMPONENT OF THE ARMOUR LAYER OF RUBBLE MOUND BREAKWATERS** in the same *Journal*, Bores (1979), the year the study was concluded.*

*This Method was immediately introduced as Lecture Notes at our Coast and Port Engineering Department at the Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, under the subject title of **RELIABILITY ANALYSIS OF DESIGN SYSTEMS**, Bores (1980).*

*Twenty-five years later we presented important detailed routines of the MSM Programme such as: **Marine climate** (including the Offshore Network), **Failure** of marine works (including tests) and*

sible, en forma parecida a como habíamos venido haciéndolo, Bores (2004).

2. El Método Sistémico Multivariado, MSM: Principios fundamentales

En esta publicación presentamos los **Principios Fundamentales del MSM**, que implícita o explícitamente están presentes en todas nuestras publicaciones desde el año 1977, pues constituyen la base conceptual y operativa de nuestro método.

Consideramos que estos **Principios Fundamentales** son cuatro:

I. Sistemicidad

Transversalmente las **obras marítimas lineales** –diques, pantalanes, etc.– se componen, en general, de diversos componentes, (**c**), –manto principal, espaldón, etc., en el caso de los diques de escollera - pilas o pilotes, tablero, etc., en el caso de los pantalanes, etc.–, y su **fallo** se produce por el del **componente más débil** de la obra. Las obras marítimas lineales se comportan, pues, como **sistemas** de estabilidad.

Consecuencia I₁. La fiabilidad de las obras marítimas lineales, del sistema, (Φ_s), depende, entonces, de la **fiabilidad** de los **componentes**, (Φ_c), del sistema.

Nota a I₁. Como **primera aproximación**, en el MSM, Bores (1980), hemos considerado que las obras marítimas lineales constituyen un sistema en serie, con lo que fiabilidad del sistema, (Φ_s), vendrá dada por el producto de las fiabilidades, (Φ_c), de los componentes (**c**), regla de Lüser,

$$\Phi_s = \prod_i (\Phi_c)_i \quad (1)$$

cuyos resultados están del lado de la seguridad.

Observación: En general, en esta presentación del MSM, escribimos con caracteres de mayor tamaño los principios, evidencias, mientras que presentamos con caracteres en *itálica*, las estimas adoptadas hasta el momento por nosotros.

Consecuencia I₂. Por motivos económicos, sociales, ambientales, etc., esta fiabilidad del sistema, (Φ_s), de-

Admissible Design Reliability, in a similar manner to that conducted up to this time, Bores (2004).

2. The Multivaried Systemic Method, MSM: Fundamental Principles

In this publication we present the **Fundamental Principles** of the **MSM**, which are implicitly or explicitly present in all our previous publications since 1977, as they serve as the conceptual and operational basis of our method.

We consider that these **Fundamental Principles** are four:

I. Systemicity

Transversally considered, the **lineal maritime works** –breakwaters, wharves, jetties etc, are generally composed of diverse components (**c**) – armour layer, crown wall, etc., in the case of rubble mound breakwaters – piles, pillars, etc., in the case of wharves or jetties, and their **failure** occurs in the **weakest component** of the work. Lineal marine works then behave as **stability systems**.

Consequence I₁ - The reliability (Φ) of a lineal marine work, which we consider a system (Φ_s), subsequently depends on the **reliability** of the **components** (Φ_c), of that system.

Note to I₁ - As a first **approximation**, the MSM we have considered, Bores (1980), that lineal marine works constitute a series system in which the reliability of the system (Φ_s) will be given by the product of the reliabilities, (Φ_c), of the components (**c**), Lüser rule

$$\Phi_s = \prod_i (\Phi_c)_i \quad (1)$$

whose results are conservative or erring on the side of safety.

Observation: In this presentation of the MSM, the principles and demonstrated facts are generally laid out in larger case in *italic*, while the estimates adopted by us are indicated in normal type.

Consequence I₂ - For social, economic and environmental reasons, among others, this system

be ser igual o mayor que un valor determinado que hemos denominado **fiabilidad de diseño** ó admisible, $(\Phi_{adm})_S$.

Nota a I₂. En primera aproximación las fiabilidades de diseño ó admisibles de cada uno de los componentes, (c), pueden estimarse, Bores (1980), a partir de la fiabilidad admisible para el sistema, $(\Phi_{adm})_S$, considerando que el coste del componente (C_c) es linealmente proporcional a la probabilidad de fallo de ese componente, o sea,

$$C_c = k (1 - (\Phi_{adm})_c)$$

que podemos escribir

$$\frac{C_c}{1 - (\Phi_{adm})_c} = k$$

y considerando, en primera aproximación, que todas las constantes, (k), de los diversos componentes son iguales

$$\left(\frac{C_c}{1 - (\Phi_{adm})_c} \right)_1 = \dots = \left(\frac{C_c}{1 - (\Phi_{adm})_c} \right)_j = \dots \quad (2)$$

El conjunto de las ecuaciones (1) y (2) nos permite, entonces, obtener fácilmente los valores de las fiabilidades admisibles o de diseño correspondientes a cada componente (c), $(\Phi_{adm})_c$.

Consecuencia I₃. Siendo distintos los costes, (C_c), de los diferentes componentes, (c), de las obras marítimas lineales también lo serán sus fiabilidades admisibles, $(\Phi_{adm})_c$, correspondiendo la **fiabilidad mayor al componente más barato** y fiabilidad menor al componente más caro.

Nota a I₃. Indirectamente este resultado es favorable para la conservación de las obras marítimas lineales tales como los diques de escollera, ya que la avería se formará y crecerá en el manto principal a nivel del mar, con la posibilidad de fácil vigilancia y adecuada reparación.

Consecuencia I₄. Ya que cada uno de los componentes de las obras marítimas tiene una fiabilidad distinta, dependiente de su coste, la estabilidad de

reliability (Φ_S) , should be equal or greater than a specific value referred to as the admissible or **design reliability**, $(\Phi_{adm})_S$.

Note to I₂ - In a first approximation, the admissible or design reliabilities of each of the components, (c), may be estimated, Bores (1980), from the admissible reliability for the system $(\Phi_{adm})_S$, if we considerer that the component cost (C_c) is lineally proportional to the failure probability of this component and, namely

$$C_c = k (1 - (\Phi_{adm})_c)$$

which may be written as

$$\frac{C_c}{1 - (\Phi_{adm})_c} = k$$

and considering, in a first approximation, that all the constants (k) of the diverse components are equal

$$\left(\frac{C_c}{1 - (\Phi_{adm})_c} \right)_1 = \dots = \left(\frac{C_c}{1 - (\Phi_{adm})_c} \right)_j = \dots \quad (2)$$

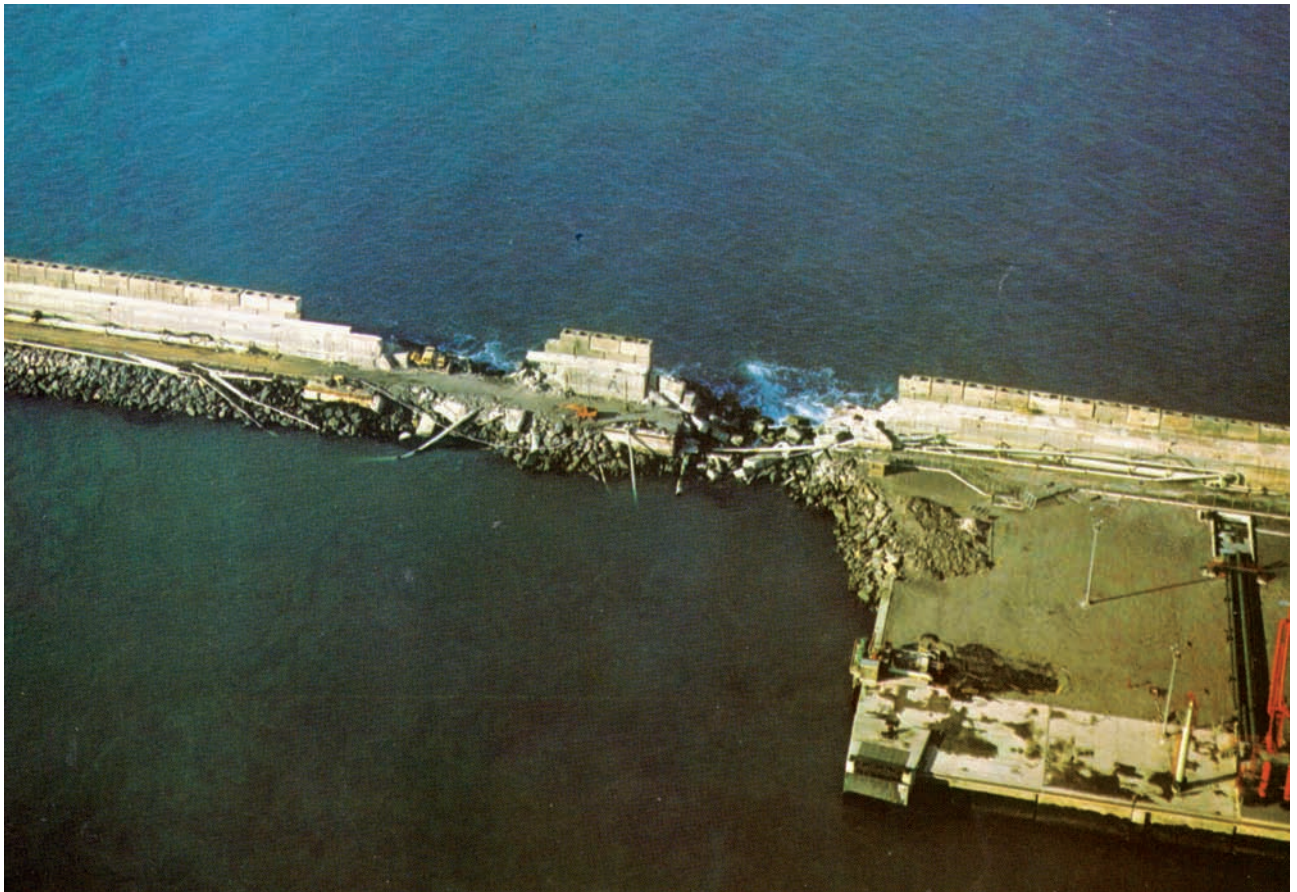
The values of the admissible or design reliabilities corresponding to each component (c), $(\Phi_{adm})_c$, may then be readily obtained from this combination of equations (1) and (2)

Consequence I₃ - As the costs, (C_c), of the different components, (c), of lineal marine works are different, their admissible or design reliabilities, $(\Phi_{adm})_c$, will also be different, and the **greatest reliability** will correspond to the **cheapest component** and the lowest reliability to its most expensive component.

Note to I₃ - Indirectly, this result is favourable for the conservation of lineal marine works such as rubble mound breakwaters, as the failure will form and expand in the armour layer at sea level and this may be readily monitored and suitably repaired.

Consequence I₄ - As each of the components of marine works has a different reliability, depending on its cost, the stability of each of the components must

Fallo (elemental)
en el dique de
Punta Lucero
1976.
(Puerto de
Bilbao)/
Elemental Failure
in the Punta
Lucero
breakwater 1976
(Port of Bilbao).



cada uno de los componentes de deberá, entonces, determinarse **fijando** adecuadamente los **restantes componentes** durante el ensayo de éste, para así conservar la tipología del entorno del componente en estudio, no modificando ni la hidrodinámica ni el contacto de los diversos componentes de la obra.

II. Multivariedad

El fallo de los componentes de las obras marítimas, y también el posible fallo de éstas como un conjunto, se produce en nuestras costas por la acción de los agentes exógenos ondulatorios: oleaje y mareas, principalmente, que originan corrientes y presiones a distintos niveles y cuyas **variables** –velocidades, aceleraciones, presiones, etc.– son **dinámicas**, pero, mediante la teoría de las ondas, transformamos estas variables dinámicas, reales, en variables **geométricas** –(H_i), (L_i), (N_i), (θ_i), (S_i), etc.– que, a su vez, estimamos mediante las variables **aleatorias** de estado –($H_{1/3}$), (T_{opt}), (N), (θ), etc.–, que son observables en el mar, pero que solo virtualmente son representativas del proceso.

*then be obtained in the Laboratory by suitably **fixing** the **other components** during the testing of this same, in order to maintain the typology of the adjacent components to the component in question, without modifying the hydrodynamics or the contact between the different components of the structure.*

II. Multivariety

*The individual failure of the components of marine structures and the possible failure of these components as a whole, arises on our coasts as a result of the action of ondulatory external agents: mainly waves and tides which cause currents and pressure at different levels and whose **variables** –speeds, accelerations, pressures, etc.– are **dynamic** but which, by means of wave theory, can be transformed into **geometric** variables– (H_i), (L_i), (N_i), (q_i), (S_i), etc. –which may, in turn, be estimated by the **random** variables of the state– ($H_{1/3}$), (T_{opt}), (N), (q), etc.–, which are observed in the sea, but which are only representative of the process in virtual terms.*

Estos sucesivos cambios de variables y la naturaleza aleatoria de éstas variables introducen **incertidumbres** que se agregan a las propias de la construcción de los modelos físicos, etc.

En consecuencia, los **ensayos** realizados para cada uno de los componentes con el mismo estado y nivel del mar y exactamente el mismo diseño y construcción de la obra **fallan de manera diferente** cada vez que se repite el ensayo en condiciones idénticas. La **dispersión** de los resultados de los ensayos depende de la naturaleza y características de los componentes y generalmente es mayor en la naturaleza que en los modelos.

Lógicamente, el número de ensayos a realizar en para cada uno de los componentes debe ser el estadísticamente adecuado.

III. Linealidad

Longitudinalmente, muchas de las **obras** marítimas **lineales** están constituidas físicamente (*no exactamente por una sección tipo que se repite indefinidamente a distancias infinitesimales, formando un todo continuo a lo largo del trazado*) sino y más bien por una serie de rebanadas, trechos o tramos elementales a lo largo de la obra, pretendidamente iguales, que hemos denominado **elementos** y que se comportan estructuralmente como átomos de la obra: Los diques verticales formados por cajones flotantes son un buen ejemplo, el trecho de dique afectado por cada cajón constituye un elemento. Algo semejante ocurre con los pantalanes con enlace isostático de sus componentes y también con los diques de escollera, (ver foto adjunta).

Consecuencia III₁. En las obras marítimas lineales, el **fallo** se producirá, entonces, en el **punto más débil** de la obra, es decir, en el **componente más débil** del **elemento** más de **débil** de ésta, afectando a continuación, si la persistencia es suficiente, a los restantes componentes del elemento, hasta alcanzar, en su caso, al fallo total de todos los componentes del elemento.

Nota al **III₁**. *La independencia estructural de los diversos elementos depende por supuesto de la tipología de la obra. En principio consideramos como estructuralmente independientes los elementos de los diques de escollera, los de los pantalanes con enlaces isostáticos entre los elementos conectados y los elementos de los diques verticales construidos con cajones (a pesar de*

*These successive changes of variables and the random nature of the same, introduce further **uncertainties** in addition to those inherent in the construction of physical models, etc.*

*Consequently, the **tests** conducted for each of the components at the same sea level and sea state and with exactly the same design and construction of the structure fail in a different way every time the test is repeated under identical conditions. The **dispersion** of the test results depends on the nature and characteristics of the components and generally tends to be greater in nature than in the models.*

As is logical, a statistically adequate number of tests have to be performed for each component.

III. Linearity

*Longitudinally, many **lineal** marine **works** are physically constructed (not so much by a standard section that is repeated indefinitely at infinitesimal distances, forming a continuous whole throughout the layout, but instead) by a series of, supposedly equal slices, short stretches, or elements along the structure, and that behave structurally like the atoms of the structure: vertical breakwaters formed by floating caissons are a good example in which the stretch of breakwater affected by each caisson constitutes an element. Somewhat similar circumstances appear in wharves and jetties with isostatic connection of components and also in rubble mound breakwaters (see photograph below).*

Consequence III₁ – Failure will occur in lineal marine works at the **weakest point** of the structure, that is to say at the **weakest component** of the **weakest element** of the structure and, if sufficiently persistent, will subsequently affect the other components of the elements until causing the total failure of all the components of the element.

Note to **III₁** – The structural independence of the diverse elements logically depends on the type of structure. As a first approximation, we consider as structurally independent the elements of rubble mound breakwaters, jetties or wharves with isostatic bonding of connected elements and the elements of vertical caisson breakwaters (in spite of the possible connections

los posibles enlaces producidos por el rozamiento, acodamiento, etc., entre cajones).

La formación de elementos en las obras lineales es un hecho tan contundente que cuando se construye una obra monolítica continua, sin las correspondientes juntas de dilatación, por ejemplo, el juego de las dilataciones y contracciones térmicas longitudinales fisura la obra transversalmente hasta seccionar completamente el dique, (caso del puerto de Los Gigantes).

Consecuencia III₂. Las características tanto dinámicas, como geotécnicas, constructivas, etc. de algunas obras marítimas lineales, a lo largo de toda su longitud, pueden decidir la división de la obra en diferentes **tramos**, (τ), en los que ésta puede diseñarse incluso con tipologías distintas: Diques de escollera, Diques verticales, etc.

Entonces, si los **elementos** de cada uno de los tramos (τ) tienen las misma **fiabilidad media**, $\{\Phi_{\tau}(0.50)\}_S$, y, en particular, si ésta es igual a la fiabilidad admisible para la obra, para el sistema de estabilidad, $\{\Phi_{adm}\}_S$, es decir, si se verifica,

$$\{\Phi_{\tau}(0.50)\}_S = \{\Phi_{adm}\}_S \quad (4)$$

éste valor puede ser considerado como un **invariante** en el dimensionamiento de la obra.

Ya que de acuerdo con el **Principio I**, a partir de la fiabilidad admisible para el sistema, $\{\Phi_{adm}\}_S$, podemos determinar la fiabilidad media admisible del componente (c), $\{\Phi_{\tau}(0.50)\}_C$, que será

$$\{\Phi_{\tau}(0.50)\}_C = \{\Phi_{adm}\}_C \quad (5)$$

y de aquí

$$\{\Phi_{\tau}(1 - 1/\sum n_i)\}_C \equiv \left\{ \Phi_{\tau} \left(1 - \frac{1}{\sum_i n_i} \right) \right\}_C \quad (6)$$

al nivel de certidumbre $(1 - 1/\sum n_i)$, siendo n_i el número de elementos de la obra total.

Con estos valores $\{\Phi_{\tau}(1 - 1/\sum n_i)\}_C$, dimensionamos las variables de diseño de los diferentes componentes (c)

caused by the friction, propping up, etc., of adjacent caissons).

The formation of elements in lineal structures is so evident that when a continuous, monolithic structure is built without, by way of example, the corresponding expansion joints, the combinations of longitudinal thermal contraction and expansion crack the structure cross-sectionally until completely breaching the breakwater (case of the port of Los Gigantes).

Consequence III₂ - The dynamic, geotechnical and constructional characteristics, among others, along the length of certain lineal maritime works, may impose the division of the work into different **stretches**, (t) which may even be designed in accordance with different types: rubble mound breakwater, vertical breakwater, etc.

In this case, if the **elements** of each of the stretches (t) have the same **mean reliability** and, particularly, if this is equal to the admissible reliability for the structure, for the stability system $\{\Phi_{adm}\}_S$ and on verifying,

$$\{\Phi_{\tau}(0.50)\}_S = \{\Phi_{adm}\}_S \quad (4)$$

this value may be considered as an **invariant** in the dimensioning of the structure.

In accordance with **Principle 1** and on the basis of the admissible reliability for the system $\{\Phi_{adm}\}_S$ we may now establish the mean admissible or design reliability of the component (c), , which will be

$$\{\Phi_{\tau}(0.50)\}_C = \{\Phi_{adm}\}_C \quad (5)$$

and from which

$$\{\Phi_{\tau}(1 - 1/\sum n_i)\}_C \equiv \left\{ \Phi_{\tau} \left(1 - \frac{1}{\sum_i n_i} \right) \right\}_C \quad (6)$$

the degree of uncertainty $(1 - 1/\sum n_i)$, where (n_i) is the number of elements of the entire structure.

From these values $\{\Phi_{\tau}(1 - 1/\sum n_i)\}_C$ we may then dimension the design variables of the different

de los distintos tramos (τ) –Peso de los bloques del manto principal de los diques de escollera, anchura de los cajones de los verticales, etc.–.

Notas 1 a III₂. Por tener la misma fiabilidad media, y estar dimensionadas las piezas de los distintos componentes (c) de los elementos de cada uno de los tramos (τ), con la fiabilidad correspondiente al mismo nivel de certidumbre ($1 - 1/(\Sigma n_i)$) los elementos irán fallando uno a uno según las leyes del azar, indistintamente del tramo en que se encuentren.

Nota 2 a III₂. En ocasiones entre elementos contiguos de las obras marítimas lineales se originan enlaces no muy robustos entre dos o más elementos, pero que puede ser incluso motivo del fallo de varios elementos conjuntamente. El posible rozamiento, acodalamiento, etc., entre cajones, puede ser a veces ejemplo de este tipo de enlaces. Este hecho puede extender el fallo a una cierta zona débil, lo que hemos denominado fallo zonal, y que incluye varios elementos, Bores (1980).

Por supuesto la hipótesis de fallo elemental, con independencia entre todos los elementos, está del lado de la **seguridad**, por lo que salvo que exista un análisis riguroso para cada caso concreto, deberá considerarse con carácter general.

Nota 3 a III₂. En el proyecto de las obras marítimas lineales deben considerarse, en lo posible, las futuras ampliaciones de la obra, particularmente si la obra inicial es de reducida longitud.

Consideraciones sobre la experimentación en prototipo

Evidentemente la investigación física, biológica, social, etc. de cualquier problema debiera realizarse, con su correspondiente experimentación sobre el propio prototipo ubicado en el emplazamiento donde se presenta el problema, con todas las condiciones de la realidad, medio natural, etc., pero esta solución, que se realiza de hecho en las ciencias sociales y otras, es de muy difícil aplicación en la técnica marítima, en particular con los problemas estructurales a que se refiere este trabajo.

Evidentemente los modelos hidráulicos solo son semejantes al prototipo según una determinada ley de semejanza, en este caso Froude, con lo cual otros importantes aspectos del diseño estructural como la permeabilidad,

components (c) of the different stretches (τ) – Weight of armour units of rubble mound breakwaters, width of caissons to vertical breakwaters, etc.

Note 1 to III₂ - By having the same average reliability and by dimensioning the parts of the different components (c) of the elements of each of the stretches (τ), with the reliability corresponding to the same level of certainty ($1 - 1/(\Sigma n_i)$), the elements will fail one by one according to the laws of chance, regardless of the stretch in which they are located.

Note 2 to III₂ - Connections may be made on occasions between two or more adjacent elements in lineal marine works and when these are not very solid they may also serve as a reason for the joint failure of various elements. The possible friction, propping up, etc between caissons may, on occasions, serve as an example of these types of connections. These factors may extend the failure to a certain weak area, which we have denominated as a **zonal failure**, and which includes various elements, Bores (1980).

The hypothesis of **elemental failure**, when all elements are independent, obviously errs to the side of **safety** and except for those specific cases where a thorough analysis is available, this hypothesis should be considered to be of general application.

Note 3 to III₂ - When lineal marine works are being designed, due consideration should be given, whenever possible, to future enlargements of the structure, particularly when the initial work is short in length.

Considerations on prototype testing

The physical, biological, social research of any problem should evidently be made in association with the corresponding tests on the prototype itself set in the location where the problem arises and under real and natural conditions. However, this solution, applied in social and other sciences, is very difficult to apply to maritime technology and particularly to the structural problems referred to in this work.

Hydraulic models are only similar to prototypes in accordance with a certain law of similarity, in this case that of Froude, and, as a result, other important aspects

la resistencia mecánica, etc. no pueden ser considerados en forma directa en esta modalidad de ensayos.

De todas las maneras, como hemos recordado en los Antecedentes de este trabajo, el avance realizado en los tres primeros cuartos del pasado siglo ha sido importante y rápido, con una transición espectacular desde los métodos empíricos, que habían persistido durante milenios, con variadas épocas de florecimiento y retroceso, hasta los programas informáticos con métodos sistémicos aleatorios multivariados.

Es de esperar que, por este camino, mejoras en la Red Exterior y en los modelos y métodos de ensayo nos permitan introducir nuevas variables, como la anchura del espectro, los grupos de olas, etc. y profundizar en aspectos tan importantes en las obras marítimas como la permeabilidad, el estudio aleatorio de los componentes geotécnicos, etc.

IV. Integrabilidad

La probabilidad multivariada de fallo para cada uno de los componentes del sistema, de la obra, en términos absolutamente generales, según indicábamos en nuestra publicación "Terminología y Conceptos Básicos del Análisis Aleatorio Multivariado", Bores (1977), viene dado por la integral de Lebesgue-Stieltjes,

$$p = \int_{\kappa} f(v_1, \dots, v_j, \dots) dg(v_1) \dots dg(v_j) \dots \quad (9-1977)$$

en donde, recordamos que,

- f representa la función de densidad multivariada de las variables aleatorias dependientes o independientes (v_1, \dots, v_j, \dots)
- κ representa la expresión matemática de la hipersuperficie **característica**, que separa, en este caso, los dominios de fallo y no-fallo a los niveles de certidumbre y de avería que consideremos.
- $dg(v_j)$ representa, con carácter general, cada uno de los (j) diferenciales de las (n) variables, sean éstas dependientes o independientes.

No existe, hasta el momento solución analítica totalmente general para este problema, pero podemos

of the structural design such as permeability, mechanical strength, etc., cannot be directly considered in these types of tests.

In all events, and as we have mentioned in the background to this work, the advances made up to the 1980's have been swift and considerable, with a spectacular transition from the empirical methods that lasted for millenniums, with various ages in which they have either flourished or fallen into disuse, right up to the computer programmes with multivaried, random and systemic methods.

It is to be expected that the ensuing improvements brought about in the Offshore Network and in test models and methods will enable the introduction of new variables such as the spectrum width, wave groups, etc., and allow deeper study of important aspects of marine works such as permeability, the random study of the geotechnical components, etc.

IV. Integrability

The multivaried probability of failure for each of the components of the system, of the structure, in totally general terms, as indicated in our publication "Terminology and Basic concepts of Multivaried Random analysis", Bores (1977), is given by the Lebesgue-Stieltjes integral,

$$p = \int_{\kappa} f(v_1, \dots, v_j, \dots) dg(v_1) \dots dg(v_j) \dots \quad (9-1977)$$

and where,

- f represents the function of multivaried density of the dependent or independent random variables (v_1, \dots, v_j, \dots)
- κ represents the mathematical expression of the characteristic hypersurface separating, in this case, the failure and non-failure domains at the considered levels of certainty and failure.
- $dg(v_j)$ represents, in a general capacity, each of the (j) differentials of the (n) , regardless of whether the variables of these be dependent or independent.

There is no totally general analytical solution to this problem to date, though we may substitute this

sustituir esta expresión diferencial por su correspondiente incremental, finita,

$$p = \sum_k f(v_1, \dots, v_j, \dots) \Delta g(v_1) \dots \Delta g(v_j) \dots \quad (9a)$$

Nota I a IV - Como primera estima podemos considerar que la dependencia entre las distintas variables en la expresión (9a), se establece en razón de la dependencia de estas variables con el estado del mar (E), por tanto, la expresión (9a) toma la forma

$$p = \sum_k f(v_1(E), \dots, v_j(E), \dots) \Delta v_1(E) \dots \Delta v_j(E) \dots \quad (9b)$$

Ahora bien entre las diversas variables que nos determinan el estado del mar, la variable a la cual más sensible es el estado del mar, y los resultados, es la variable principal, (v_p), luego en primera instancia estimamos que la expresión (9b) puede tomar la forma,

$$p = \sum_k f(v_1(v_p), \dots, v_j(v_p), \dots) \Delta v_1(v_p) \dots \Delta v_j(v_p) \dots \quad (9c)$$

En los problemas de estabilidad de las obras marítimas exteriores en nuestras costas la variable principal suele ser la altura de ola ($H_{1/3}$) y, como consecuencia, la expresión anterior puede escribirse en la forma,

$$p = \sum_k f(v_1(H_{1/3}), \dots, v_j(H_{1/3}), \dots) \dots \Delta v_1(H_{1/3}) \dots \Delta v_j(H_{1/3}) \dots \quad (9d)$$

en donde todas las variables climáticas, $v_j(H_{1/3})$, son **correladas con la variable principal** ($H_{1/3}$).

Conceptualmente tanto la expresión, (9a), como cualquiera de sus estimas (9b), (9c) ó (9d), puede interpretarse como la intersección, (**Mpf**), de las matrices (**Mp**) y (**Mf**),

$$\mathbf{Mpf} = \mathbf{Mp} \cap \mathbf{Mf} \quad (7)$$

en donde

Mpf representa la matriz de probabilidad de fallo,
Mf representa la matriz de densidad de probabilidad, correspondiente a la discretización (partición) del hiperespacio ($H_{1/3}$, T_{opt} , N , ...) en ($h \times t \times n \times \dots$) celdas con probabilidad $\Delta p_{i,j,k,\dots}$ en cada una de estas celdas (i, j, k, \dots), y

differential expression by its corresponding finite incremental equation,

$$p = \sum_k f(v_1, \dots, v_j, \dots) \Delta g(v_1) \dots \Delta g(v_j) \dots \quad (9a)$$

Note I to IV - As a first (an initial) estimate we may consider that the dependency between the different variables in the equation (91) is established in accordance with the dependency of these variables on the state of the sea (E), and from which, equation (9a) can then be written as

$$p = \sum_k f(v_1(E), \dots, v_j(E), \dots) \Delta v_1(E) \dots \Delta v_j(E) \dots \quad (9b)$$

Now that, among the different variables that determine the state of the sea, the variable to which the state of the sea is most sensitive is the principal variable (v_p); however in a first approximation we consider the equation (9b) may then take the following form,

$$p = \sum_k f(v_1(v_p), \dots, v_j(v_p), \dots) \Delta v_1(v_p) \dots \Delta v_j(v_p) \dots \quad (9c)$$

In stability problems concerning offshore marine works on our coasts, the main variable tends to be the wave height ($H_{1/3}$) and the preceding equation may then be written as,

$$p = \sum_k f(v_1(H_{1/3}), \dots, v_j(H_{1/3}), \dots) \dots \Delta v_1(H_{1/3}) \dots \Delta v_j(H_{1/3}) \dots \quad (9d)$$

where all the climatic variables, $v_j(H_{1/3})$ are **correlated with the main variable** ($H_{1/3}$).

Conceptually, the equation (9a) and any of its estimations (9b), (9c) or (9d) may be interpreted as the **intersection (Mpf)** of the matrices (**Mp**) and (**Mf**).

$$\mathbf{Mpf} = \mathbf{Mp} \cap \mathbf{Mf} \quad (7)$$

where

Mpf represents the Matrix of probability of failure,
Mp represents the Matrix of probability density, corresponding to the discretization (partition) of the hyperspace ($H_{1/3}$, T_{opt} , N , ...) in ($h \times t \times n \times \dots$) cells with probability $\Delta p_{i,j,k,\dots}$ in each of these cells (i, j, k, \dots), and

Mf representa la matriz de fallo, determinada por la función condicional (δ), análoga a la delta de Kronecker, correspondiente al centro de cada una de las celdas (i,j,k,\dots), y definida por

$$\begin{aligned} \delta \geq \mathbf{A} - \mathbf{R} &= 1 && \text{fallo} && (8) \\ \delta < \mathbf{A} - \mathbf{R} &= 0 && \text{no-fallo} && (10) \end{aligned}$$

en donde el término **A** se refiere a la **acción** superpuesta de todos los agentes considerados, oleaje, etc., sobre la obra y **R** a la **resistencia** de los **componentes**, (**c**), al nivel de **certidumbre** y del grado de **avería** que se determinen.

El límite entre ambas situaciones viene dado por la hipersuperficie de fallo, (κ),

$$\delta = \mathbf{A} - \mathbf{R} = 1 \quad \text{fallo estricto} \quad (9)$$

Obviamente, ambos hiperespacios, de densidad de probabilidad y de fallo, han de tener la misma métrica.

Evidentemente y como consecuencia del proceso, la **probabilidad de fallo del componente** (**c**), en consideración, será la suma de todos los valores de los incrementos, $\Delta p_{i,j,k,\dots}$, de la matriz n-dimensional de probabilidad de fallo, **Mpf**, o sea

$$P_c = \sum \text{Mpf} \equiv \sum \Delta p_{i,j,\dots} \quad (11)$$

con lo que la fiabilidad del componente (**c**), en el plazo de **vida de servicio previsible** (**V**), será

$$\Phi_c = (1 - p_c)^V \quad (12)$$

En el caso en que resulte

$$\Phi_c \neq (\Phi_{adm})_c \quad (13)$$

deberá repetirse en proceso, modificando la variable de diseño positiva o negativamente, hasta alcanzar la condición

$$\Phi_c = (\Phi_{adm})_c \quad (14)$$

El lenguaje informático ideal para resolver este problema era y, creemos, sigue siendo el **APL** (Array Programming Language) que es un lenguaje matricial de programación basado en una simbología (notación) inventada en 1957 por Kenneth E. Iverson, mien-

Mf represents the Matrix of failure, determined by the conditional function (δ), analogue to the Kronecker delta, corresponding to the centre of each of the cells (l, j, k, \dots), and defined by

$$\begin{aligned} \delta \geq \mathbf{A} - \mathbf{R} &= 1 && \text{failure} && (8) \\ \delta < \mathbf{A} - \mathbf{R} &= 0 && \text{non-failure} && (10) \end{aligned}$$

where the term **A** refers to the superposed **action** of all the considered agents, waves, etc., on the structure and **R** the **resistance** of the **components**, (**c**), at the established level of certainty and degree of **failure**.

The limit between both situations is given by the failure hypersurface, (κ),

$$\delta = \mathbf{A} - \mathbf{R} = 1 \quad \text{strict failure} \quad (9)$$

The probability density hyperspace and the failure hyperspace obviously have to have the same metrics.

Evidently and as a result of the process, the **failure probability of the component** (**c**) in question, will be the sum of all the values of the increments $\Delta p_{i,j,k,\dots}$ of the n-dimensional matrix of the failure probability, **Mpf**, and namely

$$P_c = \sum \text{Mpf} \equiv \sum \Delta p_{i,j,\dots} \quad (11)$$

and the reliability of component (**c**), in the **predictable working life** (**V**), will then be

$$\Phi_c = (1 - p_c)^V \quad (12)$$

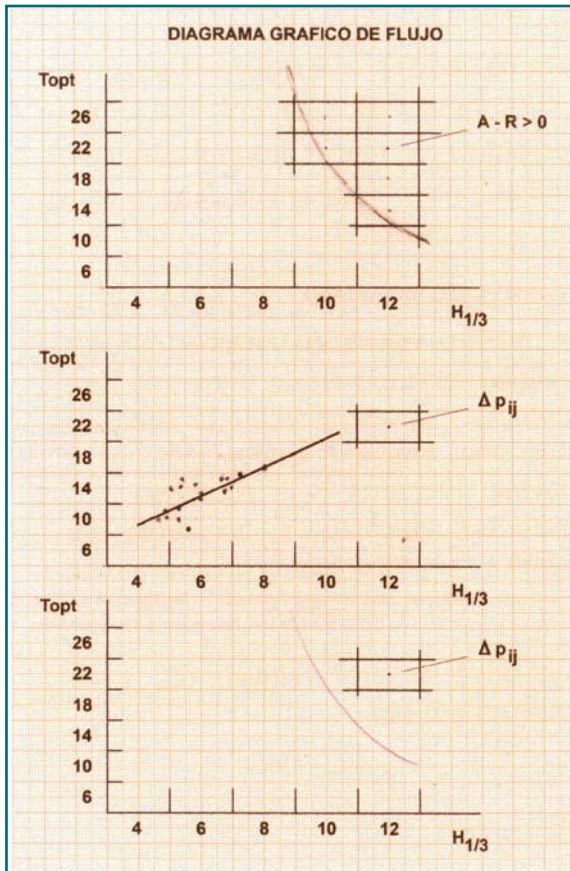
In the case that this gives

$$\Phi_c \neq (\Phi_{adm})_c \quad (13)$$

the process should be repeated, positively or negatively modifying the design variable, until reaching the condition

$$\Phi_c = (\Phi_{adm})_c \quad (14)$$

The ideal computer language to solve this problem was and, we believe, continues to be the **APL** (Array programming Language) based on a notation invented in 1957 by Kenneth E. Iverson while at Harvard University. Iverson's notation was later used in



$A \geq R$

	2	4	6	8	10	12	$H_{1/3}$
Matriz bivarada de fallo							Mf
T_{opt}	26	0	0	0	0	1	1
	22	0	0	0	0	1	1
	18	0	0	0	0	0	1
	14	0	0	0	0	0	1
	10	0	0	0	0	0	0
	6	0	0	0	0	0	0
Matriz bivarada de densidad de probabilidad							Mp
T_{opt}	26	0	0	0	0.00044	0.0022	0.0011
	22	0	0	0.0034	0.026	0.011	0.00054
	18	0	0.0016	0.15	0.095	0.0041	0
	14	0	0.049	0.41	0.027	0.0001	0
	10	0	0.11	0.091	0.0005	0	0
	6	0	0.018	0.0012	0	0	0
Matriz bivarada de probabilidad de fallo							Mp \cap Mf = Mpf
T_{opt}	26	0	0	0	0	0.0022	0.0011
	22	0	0	0	0	0.011	0.00054
	18	0	0	0	0	0	0
	14	0	0	0	0	0	0
	10	0	0	0	0	0	0
	6	0	0	0	0	0	0
Probabilidad de fallo							
$p = \sum \mathbf{Mpf} = 0.0022 + 0.0011 + 0.011 + 0.00054 = 0.01484 + (..)$							
$\Phi_i = (1 - p)^V \quad \Phi_i \neq \Phi_{adm} \quad W_{k+1} = W_k + \Delta W \rightarrow$							

tras estaba en la Universidad de Harvard. Ya en IBM, Iverson utilizó su APL en el **IBM System/360** presentado en Abril 1964.

El precio y dimensiones (multiframe) del **IBM System/360**, le hicieron asequible solo a las grandes organizaciones, pero afortunadamente, a instancias del ejército americano, IBM produce los primeros ordenadores portables, los **IBM 5100**, que fueron presentados en Abril del 1975 y llegaron a España en **1976**.

Esta feliz circunstancia me permitió adquirir una de las primeras unidades llegadas a nuestro país y programar el **MSM** en **APL**, aprovechando la idoneidad que tiene este lenguaje de programación para tratar problemas en espacios multidimensionales.

Ejemplo bivariado

En el esquema a continuación mostramos gráfica (figuras columna izquierda) y numéricamente (matrices columna derecha), un ejemplo bivariado (variables $H_{1/3} - T_{opt}$) con datos correspondientes al Dique de Punta Lucero, Puerto de Bilbao:

the **IBM System/360** machine architecture presented in April 1964.

The cost and dimensions (multiframe) of the **IBM System/360** put it out of the reach of all but the largest organizations. However, on the urging of the United States Army, IBM produced the first desktop computers, the **IBM 5100**, which were presented in April 1975 and reached Spain in 1976.

In these fortunate circumstances, I acquired one of the first units to arrive in Spain and to programme the **MSM** in **APL**, taking advantage of the suitability of this programming language to handle problems in multi-dimensional spaces.

Bivaried example

The figures below show in graphic form (charts in left column) and numerical form (matrices in right column), a bivariated example (variables $H_{1/3} - T_{opt}$) with data corresponding to the Punta Lucero Breakwater at the Port of Bilbao.

En la primera fila se representan: A la izquierda la figura correspondiente al **dominio de fallo**, del componente **manto principal** limitado por la hiper-superficie, (κ), correspondiente a un nivel de **certidumbre de 0.98**, para un nivel de **avería del 100%** (del elemento). A la derecha la correspondiente matriz de fallo **Mf**.

En la segunda fila se representan: A la izquierda el gráfico de los puntos correspondientes a los máximos de los máximos temporales anuales, así como su regresión lineal. A la derecha, numéricamente, la **distribución multivariada de densidad de probabilidad, (f)**, con los valores de la matriz de los incrementos de probabilidad correspondientes a la diversas celdas, **Mf**.

La tercera fila muestra gráfica y matricialmente la intersección de ambos espacios, de probabilidad y de fallo,

$$M_p \cap M_f = M_{pf}$$

Por supuesto con este reducido número de dimensiones (2) y con unas dimensiones de las celdas tan enormes los resultados son solo groseramente indicativos, pero, creemos, sirve para "visualizar" el método. ♦

*The first row shows: To the left, the figure corresponding to the **failure domain** of the **armour layer** component limited by the hypersurface, (κ), corresponding to a level of **certainty of 0.98** for a **failure level of 100%** (of the element). To the right: the corresponding Matrix of failure **Mf**.*

*The second row shows: to the left, the chart of the points corresponding to the maximum of the annual maximum storm peaks and their lineal regression. To the right, and numerically, the **multivariate distribution** of the **probability density (f)** with the values of the matrix of the probability increments corresponding to the diverse cells, **Mf**.*

*The third row shows in graphic and matricial form, the **intersection** of both spaces of probability and failure*

$$M_p \cap M_f = M_{pf}$$

Obviously with the reduced number of dimensions (2) and with such enormous dimensions of the cells, the results are only roughly indicative. However, we consider that they serve to "visualize" the method. ♦

Referencias/References:

-BLUME, J.A. & KEITH, J.M. (1959) - "Rincon off-shore island and open causeway" - Proc. A.S.C.E. WW. 3.
 -BORES P.S. (1974) - "Sea Observation in Coastal Areas : The Spanish Offshore Network", Waves 74 - New Orleans - A.S.C.E.
 -BORES P.S. (1977) - "Análisis aleatorio multivariado. Terminología y conceptos básicos - ROP 3151. Noviembre
 -BORES P.S. (1979) - "Componente de fallo gradual del manto principal de los diques de escollera".- En "Sistemas Aleatorios Multivariados. Aplicación a Obras Marítimas" - (4 artículos en número extraordinario). R.O.P. 3168. Abril.
 -BORES P.S. (1980) - "Obras Marítimas Exteriores: Análisis de Fiabilidad de los Sistemas de Diseño" - 2ª Ed. en (1982) - Servicio de Publicaciones de

La E.T.S de Ingenieros de Caminos. Univ. Politec. de Madrid
 -BORES P.S. (2004) - "Síntesis físico-matemática del Método Sistemático Multivariado" - ROP 3442
 -BORGMAN, L. (1963) - "Risk Criteria" - Proc. A.S.C.E. WW. 3.
 -CARTWRIGHT, D. E. & LONGUET-HIGGINS, M. S. (1956) - "The statistical distribution of the maxima of a random function" - Proc. Roy. Soc. Ser. A - 237.
 -CASTRO, E. (1933) - "Diques de escollera"- ROP, Abril
 -CASTRO, E. (1934) - "Diques y marejada"- ROP, Abril
 -GUMBEL, E.J. (1958) - "Statistics of extremes" - Columbia Univ. Press.
 -IRIBARREN, R. (1938) - "Una fórmula para el cálculo de los diques de escollera" - Imprenta M. Bermejillo Usabiaga y Hermanos, Pasajes (Guipúzcoa)

-IRIBARREN, R. (1965) - "Fórmula para el cálculo de diques de escollera, naturales y artificiales" - XXI Congreso de navegación, Sección II, tema 1, Estocolmo. ROP Septiembre/Octubre 1965
 -LONGUET-HIGGINS, M. S. (1952) - "On the statistical distribution of the heights of sea waves" - Journal Mar. Research II.
 -PIERSON, W.J. (1952) - A Unified Mathematical Theory - Part. I y II College of Eng. Res. Div. New York Univ.
 -RICE, S. O. (1944) - Bell System Techn. Journal no. 23.
 -RICE, S. O. (1945) - Bell System Techn. Journal no. 24.
 -SAINFLOU, G. (1928) - 'Essai sur les digues maritimes verticales,' Ann. Ponts et Chaussées, Vol. 98, No. 1,
 -Van der KREEKE, J. & PAAPE, A. (1964) - "On Optimum breakwater design" - Proc. 9th Coastal Conference.