

Cálculo directo de espectros de respuesta en pisos

Direct calculation of floor response spectra

Jesús Fierro Bardají. Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos
jesus.fierro@telefonica.net

Resumen: Este artículo contiene la definición de espectros de respuesta sísmica en pisos, la justificación de su necesidad y presenta un método usado por el autor para el cálculo directo de dichos espectros en puntos de una estructura a partir del espectro de respuesta en el emplazamiento.

Palabras Clave: Estructuras; Cálculo Sísmico; Espectros de respuesta en pisos

Abstract: This paper contains the definition of the seismic floor response spectra, justifies their necessity and presents a method used by the writer to calculate them in points of a structure directly from the site response spectrum.

Keywords: Structures; Seismic analysis; Floor response spectra

1. Introducción

El proyecto sismorresistente de estructuras en régimen elástico lineal suele realizarse bajo la excitación definida por un espectro de respuesta obtenido de un estudio particular del emplazamiento o por aplicación de normas oficiales (Ref. 1, 2 y 3). Salvo en el cálculo de estructuras de gran longitud, es corriente suponer que la excitación afecta de manera igual y simultánea a todos los puntos de la cimentación. Esta suposición es razonable sobre todo para las componentes horizontales del terremoto en estructuras cimentadas sobre losa o con zapatas conectadas por vigas de enlace.

Dado que los espectros de respuesta usados en el cálculo se obtienen como envolventes de los debidos a acelerogramas realmente registrados, su uso implica un conservadurismo que se acepta en aras de la sencillez. El uso de espectros de respuesta implica la validez del principio de superposición.

Con independencia del modo como se haya calculado el espectro de respuesta, el cálculo ordinario obtiene los resultados por composición (no simple superposición) de las respuestas en varios modos propios de vibración por lo que no es adecuado cuando

existen elementos cuyo comportamiento exhibe no linealidades elásticas o geométricas: grandes deformaciones, uniones con holgura, despegues en la cimentación, etc. Sin embargo, aún en estos casos, el cálculo en régimen lineal proporciona información útil para un cálculo no lineal posterior.

Las ecuaciones del movimiento para un sistema con múltiples grados de libertad con masas concentradas y rigidez distribuida se pueden escribir en forma matricial siguiente:

$$(m)\{x''\} + (c)\{x'\} + (k)\{x\} = \{F(t)\}$$

donde los acentos indican derivadas respecto al tiempo y

(m) es la matriz cuadrada de masa, no necesariamente diagonal

(c) es la matriz cuadrada de amortiguamiento que se supone viscoso y newtoniano

(k) es la matriz cuadrada de rigidez de la estructura
{x}, {x'} y {x''} son matrices columna cuyos términos son las componentes del movimiento (desplazamiento o giro), velocidad y aceleración

{F(t)} es la matriz columna de cargas aplicadas

En condiciones sísmicas, las fuerzas externas $\{F(t)\}$ se reemplazan por las fuerzas de inercia (principio de d'Alembert), de valor $-z''(t)(m)\{j\}$ donde $z''(t)$ es la ley de aceleraciones en función del tiempo (acelerograma) y $\{j\}$ es una matriz columna con componentes de valor 0 en los grados de libertad no paralelos a la dirección de la excitación y valores no nulos en los restantes. Normalmente, la excitación sísmica se considera definida por aceleraciones lineales, no angulares.

Por ejemplo, bajo terremoto horizontal de dirección "x" más 0.3 veces el mismo terremoto en dirección transversal "y" más 0.67 veces el mismo en dirección "z", los valores de las componentes de la matriz columna $\{j\}$ serían 1; 0.3 y 0.67 para las componentes de desplazamientos paralelas, respectivamente, a los ejes x, y, z y nulas todas las demás. La columna $\{j\}$ orienta la excitación del terremoto. El acoplamiento que proporciona la estructura hace que las respuestas puedan tener componentes en las tres direcciones aunque la excitación tenga dirección única.

En estas condiciones, el sistema de ecuaciones del movimiento deviene:

$$(m)\{x''\} + (c)\{x'\} + (k)\{x\} = -z''(t)(m)\{j\}$$

Se sabe que una transformación de la forma $\{x\} = \{\Phi\}\text{sen } \omega t$ permite diagonalizar el sistema de ecuaciones diferenciales anterior y determinar n frecuencias propias ω_i (rad / s) cada una de las cuales corresponde un modo propio de vibración cuya deformación queda definida por una matriz columna $\{\Phi_i\}$ (Ref. 4). Tras esta transformación, las aceleraciones $\{x''\}$ se obtienen como composición de n términos senoidales, uno por modo. Como cada modo propio es asimilable a un sistema con un grado de libertad, se pueden tomar como valores de la respuesta por modo las ordenadas de un espectro de respuesta afectadas de un factor de participación.

En sistemas con muchos grados de libertad, se suelen considerar sólo los modos que tienen una contribución significativa a la respuesta total y cuya frecuencia es inferior a una dada (frecuencia de corte). En los cálculos sísmicos es corriente elegir los modos con $f \leq 33$ Hz.

En estructuras no simétricas, la respuesta a un terremoto en una dirección produce respuestas según tres componentes: la propia del terremoto y las correspondientes a otras direcciones que forman con ella un triedro trirrectángulo. La Ref. 5 se refiere a este hecho y exige combinar para cada excitación de direc-

ción "x" las respuestas en la propia dirección "x" debidas a las excitaciones en direcciones "y" y "z". Esta combinación es independiente del modo como se calculen los espectros de respuesta.

2. Necesidad de los espectros de respuesta en pisos

Los equipos soportados en una estructura soportan aceleraciones significativamente diferentes (en general mayores) de las del terremoto debido a la presencia de la estructura que amplifica las respuestas en unos rangos de frecuencia y las atenúa en otros. Esto obliga a optar entre dos métodos:

- integrar el modelo del equipo en el de la estructura, o
- determinar la excitación que llega al punto en el que el equipo estará soportado.

La primera opción es obligada si la masa del equipo es elevada o hay una interacción importante entre el equipo y la estructura; pero si la estructura es compleja, los equipos soportados son muchos y comparativamente ligeros o sus características no son conocidas en el momento de hacer el análisis hay que optar por la segunda.

En todo caso, interesa limitar el detalle del modelo de cálculo de modo que se facilite, no sólo el cálculo, sino el posterior análisis de los resultados y los ajustes que hay que realizar sucesivamente antes de dar el diseño y el cálculo por finalizados.

Hay elementos que, siendo fundamentales para el servicio de la construcción, no son conocidos cuando se realiza el análisis, entre otras causas porque su diseño requiere el conocimiento de las acciones sísmicas que llegan a sus puntos de soporte. Los elementos móviles, sistemas de protección contra incendios, alarmas, equipos médicos, aparatos de medición o registro, automatismos y, en general, elementos pequeños soportados que tengan que funcionar tras un terremoto requieren un tratamiento especial. Si tienen una rigidez elevada se pueden modelizar satisfactoriamente como masas concentradas colocadas en el lugar apropiado (si ya se conoce) pero cuando son complejos su análisis o cualificación empírica requiere que la excitación que llega a su zona de soporte esté definida de manera similar a la utilizada para el análisis de la estructura completa.

Los espectros de respuesta en pisos ("Floor Response Spectra" o "In-structure Response Spectra") resuelven esta necesidad y reemplazan al espectro de respuesta del emplazamiento en el análisis de los elementos soportados cuya interacción con la estructura principal sea pequeña. Cada equipo se analiza o se ensaya bajo la excitación definida, en el lugar en que estará soportado, por el espectro de respuesta calculado para el amortiguamiento aplicable al equipo.

El amortiguamiento aplicable a los equipos o sistemas soportados puede ser apreciablemente más bajo que el de la estructura. Mientras que en las estructuras son corrientes amortiguamientos del 3 al 7%, los equipos soportados pueden tener que calificarse con amortiguamientos inferiores al 2%

3. Modos de calcular los espectros de respuesta en pisos

El uso de estos espectros en el diseño de Centrales Nucleares está contenido en la Regulatory Guide 1.122 (Ref. 5). La parte conceptual de esta norma es de aplicación general.

3.1. El método habitual

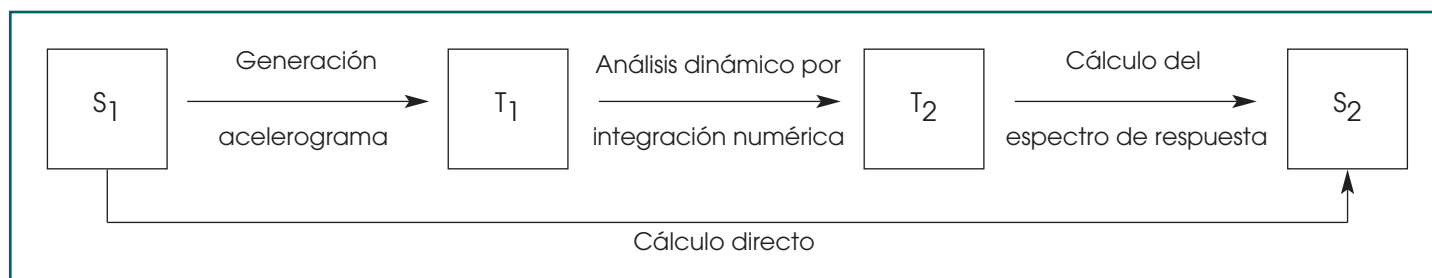
La manera habitual de hacer este cálculo es muy indirecta y consta, de los siguientes pasos:

- 1) La excitación sísmica se supone definida mediante un espectro de respuesta S_1 , obtenido de un estudio del emplazamiento o aplicando normas oficiales. Normalmente se definen espectros de respuesta para varios amortiguamientos diferentes. Muchas normas definen el espectro de respuesta para un amortiguamiento del 5% del crítico. Para obtener el espectro para un amortiguamiento distinto, se puede utilizar el espectro de la norma (por ejemplo, el de la Fig. 3) multiplicando las ordenadas de la zona de la meseta y de la curva decreciente en la zona de periodos altos por el factor $(1 + 5 / \mu)^{0.4}$ (Ref. 2 y 3), donde μ es el amortiguamiento en tanto por ciento para el que se desea definir el espectro. La ordenada correspondiente a $T = 0$ es constante para cualquier amortiguamiento.
- 2) Se genera un acelerograma artificial, o sintético, T_1 mediante un programa adecuado. Este acelerograma debe tener como aceleración máxima la

definida para el emplazamiento y su espectro de respuesta debe quedar por encima de S_1 para un cierto valor (de ajuste) del amortiguamiento. El conservadurismo debido a este carácter envolvente suele ser pequeño. El espectro de respuesta calculado para T_1 con amortiguamientos distintos del de ajuste puede quedar por debajo del espectro en algunos rangos de frecuencia. Esto se puede resolver generando varios acelerogramas ajustados a espectros correspondientes a varios amortiguamientos o, más sencillamente, multiplicando las ordenadas del acelerograma por un factor mayor que 1 (conservadurismo adicional) para que su espectro sea conservador en todo el rango de frecuencias. La duración del acelerograma puede ser de 30 s. aunque algunas normas exigen duraciones mayores. Puede ser necesario generar varios acelerogramas estadísticamente independientes y hacer los cálculos con todos ellos. Para evitar la aparición de frecuencias parásitas en el acelerograma, las ordenadas se deben digitalizar a intervalos de tiempo suficientemente pequeños, del orden de 0.01 s. Un intervalo de digitalización Δt produce respuestas significativas en frecuencias cercanas a $1 / \Delta t$. Con un intervalo 0.01 s estas respuestas están bastante alejadas de la frecuencia de corte (33 Hz) y pueden ignorarse.

- 3) La estructura se analiza bajo la acción del acelerograma T_1 y, por integración numérica, se obtiene el acelerograma T_2 que se registraría en el punto en el que se calcula el espectro de respuesta si en la cimentación actuase un terremoto con acelerograma T_1 . Normalmente, este cálculo se hace para varios puntos o por zonas.
- 4) Se calcula el espectro de respuesta S_2 debido al acelerograma T_2 para uno o varios amortiguamientos. Este espectro se aplicará a los equipos soportados.

El espectro S_2 anterior se suele modificar haciendo un barrido de frecuencias con objeto de tener en cuenta las incertidumbres e imprecisiones del cálculo. En esencia, esta operación consiste en considerar válida cada ordenada correspondiente a una frecuencia f en un intervalo que comprende a f . Por ejemplo, $0,9f - 1,1f$ (conservadurismo adicional). Este espectro, ya barrido, es el aplicable al análisis de equipos y sistemas soportados.



El croquis adjunto esquematiza el método descrito.

La principal ventaja de este método es su amplia aceptación. Esta ventaja es muy importante cuando el análisis se debe someter a aprobación externa. El analista sabe que, con el uso del "software" apropiado, llegará a un resultado aceptable, puede programar su trabajo y prever los efectivos y el coste necesario para completarlo.

Pero el método también tiene inconvenientes:

- El principal es su carácter acumulativamente envolvente. El acelerograma sintético debe dar un espectro de respuesta que envuelva al del emplazamiento que, a su vez, es envolvente de los espectros de respuesta de muchos acelerogramas reales. Y si se usa para analizar un equipo con un amortiguamiento distinto del de ajuste (caso corriente), las ordenadas de T_1 se deben multiplicar por un factor mayor que 1. En total, tres conservadurismos acumulados.
- El método requiere un "software" adicional al necesario para realizar análisis dinámicos (programa de generación de acelerogramas) aunque los profesionales y empresas que disponen de él pueden no considerarlo un inconveniente ya que proporciona la oportunidad de amortizar el coste de las licencias y el entrenamiento de los usuarios.
- Puede ser necesario utilizar varios acelerogramas lo que exige generarlos, comprobar su independencia estadística y hacer el cálculo varias veces, una con cada acelerograma.

3.2. Un método directo

Es interesante considerar la posibilidad de pasar directamente de S_1 a S_2 eludiendo, al menos en parte, el conservadurismo acumulado del método anterior. El método directo se basa en la definición de espectro de respuesta en pisos y ha sido usado

por el autor para calcular espectros en una estructura espacial de 3.300 nudos proyectada por otros en circunstancias que desaconsejaban el empleo del método habitual. El proceso que explica y justifica el método se describe a continuación.

Por definición, un espectro de respuesta es una curva que da la aceleración que afectaría a la masa de un oscilador simple (de un grado de libertad) sometido a la acción del terremoto de diseño. Esta aceleración es menor cuanto mayor es el amortiguamiento del oscilador.

La Fig 1 muestra un oscilador simple compuesto por una masa m que puede moverse horizontalmente y está unida a una base mediante una barra de rigidez k y amortiguamiento relativo m .

Para un elemento genérico, siendo $k = F / \delta$ la rigidez de la barra bajo la carga F , o sea, el cociente entre la fuerza F aplicada a m y el movimiento δ que provocaría en su propia dirección se tienen:

Frecuencia propia no amortiguada:
 ω (rad / s) = $\sqrt{k / m}$; o bien f (Hz) = $\omega / 2\pi$

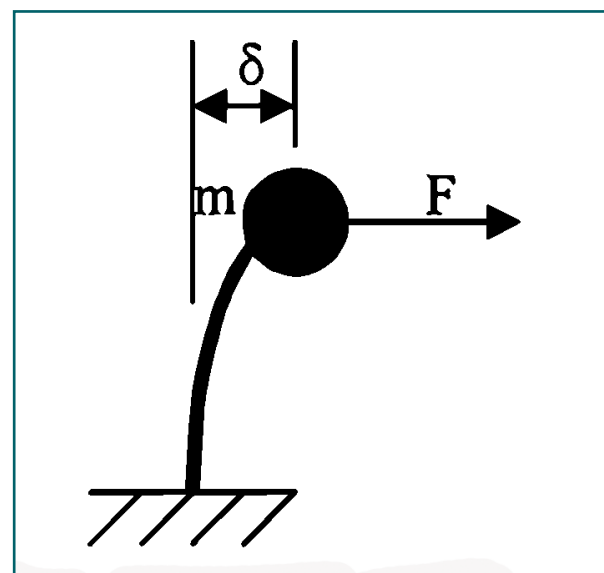


Fig. 1. Oscilador simple

Frecuencia natural amortiguada:

$$w_d = w\sqrt{1-m^2} ; \text{ o bien } w_d = \sqrt{(1-m^2)}$$

siendo :

m el valor de la masa del oscilador.

$\mu = c/c_{cri}$, el amortiguamiento relativo o cociente del amortiguamiento real c del oscilador al amortiguamiento crítico $c_{cri} = 2\sqrt{km}$. Los valores de m están definidos en normas y en los elementos estructurales suelen estar comprendidos entre 0.01 y 0.07 (Ref. 6). El amortiguamiento del suelo puede ser considerablemente superior y requiere un tratamiento particular que no se detalla.

Si se realiza el cálculo dinámico de una estructura a la que se ha añadido un oscilador como el mostrado en la Fig. 1, la aceleración experimentada por la masa m da la ordenada del punto del espectro de respuesta correspondiente a la frecuencia f, es decir la aceleración que soportaría un instrumento unido a la estructura por un soporte cuya frecuencia fuera f.

Si se disponen varios osciladores con frecuencias propias f_i , se obtienen las aceleraciones a_i para cada una de ellas. La poligonal obtenida uniendo los puntos correspondientes a suficientes frecuencias f_i es el espectro de respuesta correspondiente al amortiguamiento supuesto en los osciladores en el punto en el que están soportados. Para cada amortiguamiento del equipo soportado y en cada punto de la estructura se puede calcular un espectro de respuesta. Lo corriente es calcularlos en suficientes puntos para poder obtener, por interpolación, el espectro en puntos adicionales.

Es práctico disponer los osciladores orientados como las varillas de un abanico como se hace en el ejemplo que se incluye luego. Para obtener los picos del espectro de respuesta, los osciladores se deben elegir de modo que sus frecuencias propias coincidan con las dominantes que se habrán determinado en el proyecto de la propia estructura. Esto los coloca en situación de cuasi-resonancia y asegura que se obtienen los picos del espectro de respuesta.

En el cálculo se usan dos valores de amortiguamiento. Para la estructura, el que corresponda a su material, configuración, tipo de uniones, etc. y para los osciladores el que corresponda a los equipos en cuyo diseño o ensayo se van a usar los espectros calculados.

3.3. Ventajas del método directo

- El método se basa estrictamente en la definición de espectro de respuesta en piso y no añade conservadurismo al cálculo.
- No requiere "software" ni adiestramiento adicional.
- El cálculo, al realizarse en un solo paso, sólo requiere una aprobación del cliente o del organismo oficial competente.
- A diferencia de los métodos simplificados que se mencionan en #5, el método se aplica con sencillez aunque se incluyan muchos modos propios de vibración

El método también tiene inconvenientes:

- Las frecuencias propias de la estructura se alteran ligeramente a causa de las masas añadidas. Estas masas se deben definir con valores bajos o, mejor aún, de modo que el total de las de cada abanico represente aproximadamente la masa del equipo que estará soportado en el punto.
- El tiempo de ordenador se incrementa por los modos adicionales de los abanicos.
- Los osciladores añaden frecuencias nuevas a la estructura pero contribuyen muy poco a la masa participante total. Esto exige considerar más modos de vibración para alcanzar el porcentaje de masa vibrante exigida en las normas. En una aplicación reciente del autor, una estructura en la que se alcanzaba el 95% de masa participante en dirección horizontal con 375 modos requirió, tras añadir los abanicos, 600 modos para el mismo porcentaje de masa.
- Las frecuencias de los osciladores que coinciden con las propias de la estructura aparecen duplicadas salvo pequeñas diferencias.

4. Recomendaciones para el diseño de los abanicos

- 1) Se deben diseñar cuantos osciladores se precisen para cubrir las frecuencias dominantes en la estructura. Estas frecuencias se obtienen del cálculo dinámico de la estructura sin abanicos, necesario para dimensionar los elementos, conocer los esfuerzos y comprobar tensiones y deformaciones.

- 2) Si existen frecuencias contiguas muy diferentes, puede convenir disponer osciladores cuyas frecuencias queden intercaladas para obtener puntos intermedios del espectro.
- 3) Cada abanico, o grupo de ellos, sólo se debe utilizar para determinar el espectro en la dirección perpendicular a su plano. Esto implica que, como mínimo, se harán 3 cálculos: uno para los espectros en dirección x, otro para la dirección y y otro para la dirección z.
- 4) Las masas de los abanicos se deben elegir como masas puntuales ($I_x = I_y = I_z = 0$), con valores pequeños, para que alteren poco las existentes en la estructura. Como alternativa preferible, la masa total del abanico debe tener el valor, si se conoce o se aproxima, de la masa del equipo que se situará en el punto en el que se calcula el espectro. En los programas que permiten dar a las masas características direccionales, se deben incluir las 3 componentes con igual valor: $m_x = m_y = m_z$.
- 5) Las barras de los osciladores deben ser de sección doblemente simétrica, circular o anular, para que no haya componentes parásitas en la respuesta. Para facilitar el ajuste de las frecuencias, las barras de los osciladores se pueden definir con un módulo de elasticidad elegido a conveniencia.
- 6) La simetría de la estructura se altera debido a las masas de los abanicos. Esto se puede paliar disponiendo masas concentradas que la restauren. Para que estas masas no induzcan deformaciones ni tensiones importantes se deben situar en lugares adecuados: sobre los pilares, cercanas a los arriostamientos, etc. En estructuras no simétricas, estas masas pueden omitirse.
- 7) Las masas consideradas deben incluir el peso propio y el porcentaje de sobrecarga fijado en las normas para la hipótesis que incluyen acciones sísmicas.

5. Los métodos simplificados

A partir de 1970, se han publicado métodos simplificados (Ref. 7 a 11) que determinan los espectros de respuesta en puntos de una estructura a partir de unos pocos modos de vibración (a veces 1 o 2). Como algunos espectros tienen ordenadas muy elevadas, varios autores han publicado métodos que combinan el cálculo simplificado con consideraciones ba-

sadas en el comportamiento anelástico de la estructura (Ref. 9, 10 y 11) para reducir las aceleraciones que se obtienen del cálculo puramente elástico. Estas reducciones, que implican aceptar zonas plastificadas, pueden ser aceptables en ciertos casos.

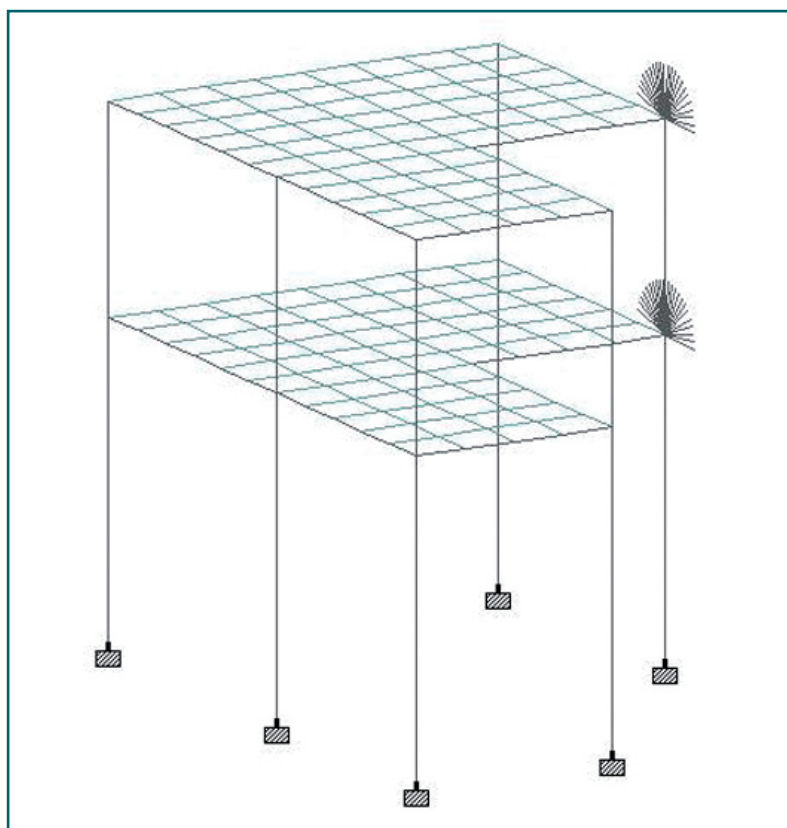
6. Reducción de resultados

Sin importar el modo de generación de los espectros de piso, es corriente recortar la parte superior de los picos obtenidos del cálculo en un porcentaje del orden del 10 al 15%. Asimismo es corriente reducir los esfuerzos dividiéndolos por un coeficiente q (factor de comportamiento) de valor mayor que 1 (según el tipo de estructura y el material que la forma), lo que implica aceptar la existencia de zonas plastificadas (ver Eurocódigo 8).

7. Ejemplo de aplicación

La Fig. 2 muestra el croquis de una estructura sencilla formada por pilares y vigas de acero y pisos

Fig. 2. Croquis de la estructura con los abanicos incluidos.



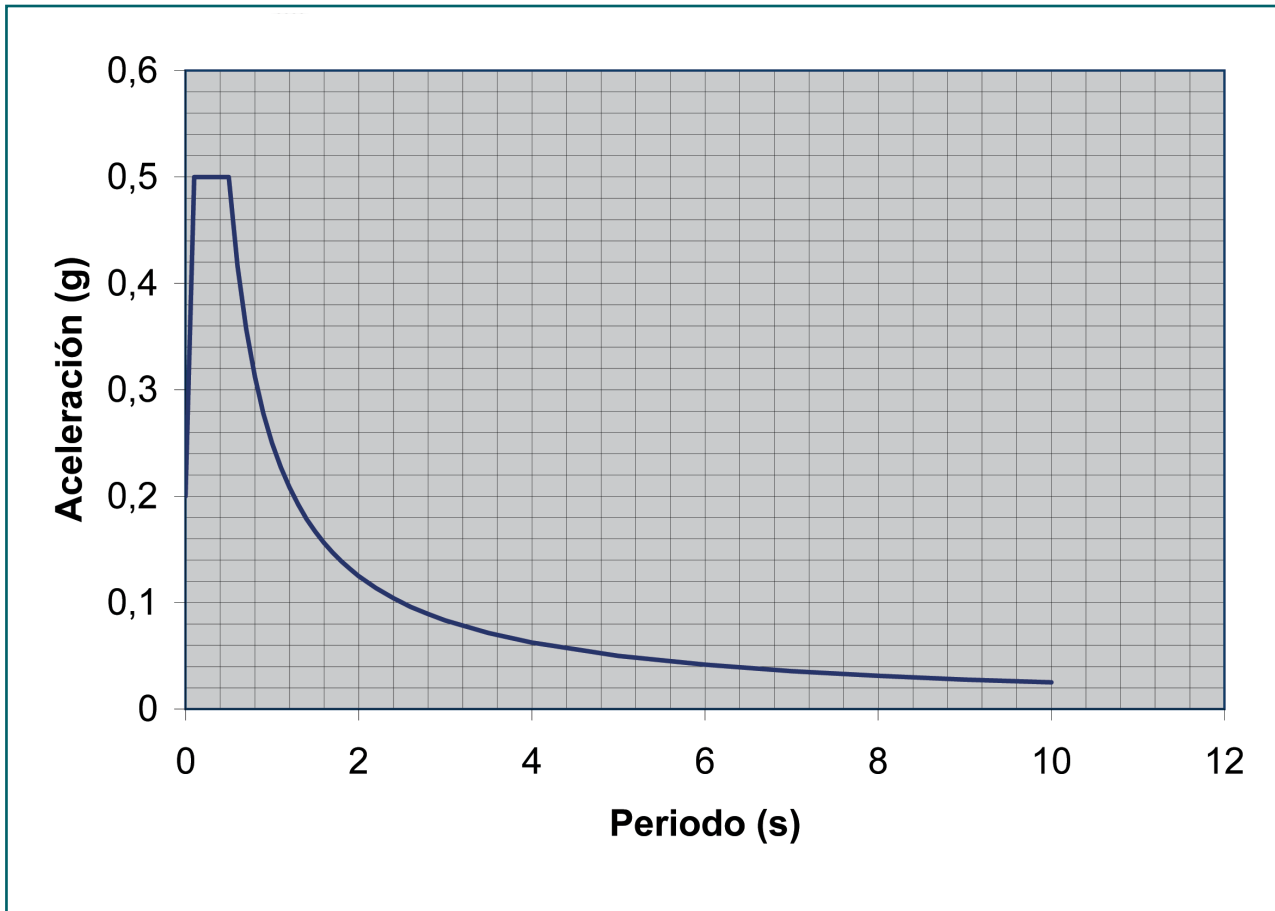


Fig. 3. Espectro de respuesta en la cimentación.

de losa de hormigón y los abanicos añadidos para calcular los espectros en dirección perpendicular a su plano en las esquinas de los dos pisos bajo un terremoto con aceleración 0.2g perpendicular al plano del abanico.

De ordinario, se calcularían espectros en puntos adicionales y se procedería por interpolación para obtener los requeridos en cada uno de los puntos en los que haya equipos soportados.

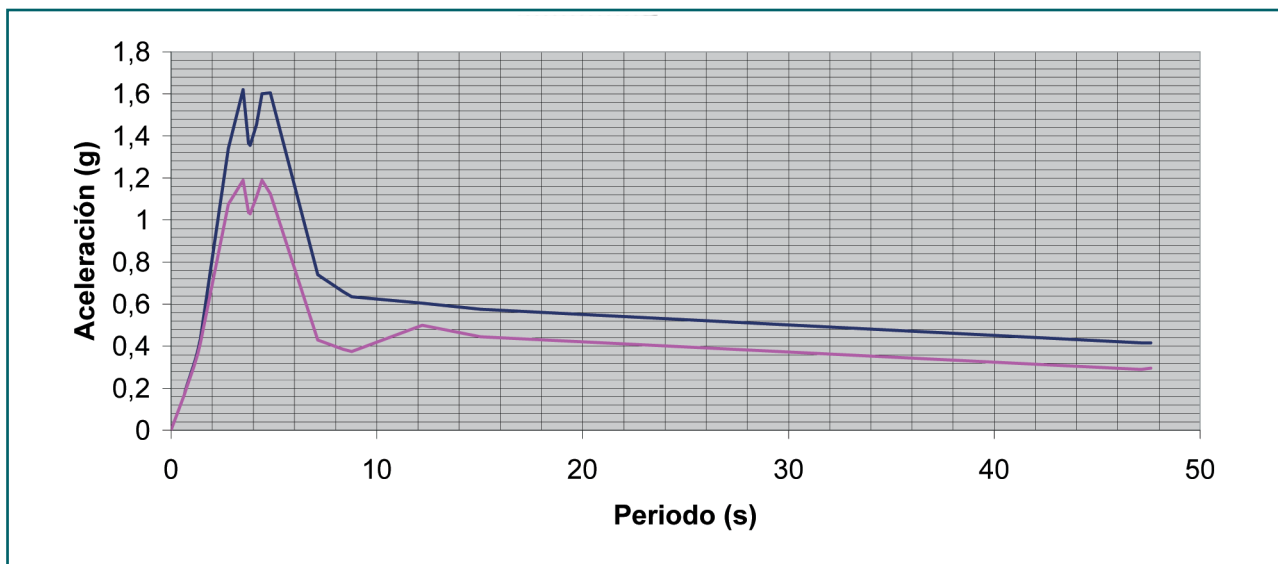
El espectro de cálculo en la cimentación es el de la Fig. 3.

Las características de los 22 osciladores simples usados, idénticos en ambos niveles (44 osciladores en total), se contienen en el cuadro siguiente. Las masas de todos los osciladores son de 20 kg, la longitud 1 m y un material con $E = 20 \text{ kN} / \text{mm}^2$. Todas son de sección circular con los diámetros Φ listados en el cuadro 1.

La columna "Modo" indica el modo propio al que corresponde cada frecuencia según el cálculo de la estructura sin los abanicos.

Cuadro 1.					
Oscilador nº	k (kN / m)	f (Hz)	Modo	I (m ⁴)	Φ (m)
1	0.0805	0.316	1	0.00000000	0.012856
2	0.3510	0.660	3	0.00000001	0.018579
3	0.4142	0.717	6	0.00000001	0.019365
4	0.9784	1.102	8	0.00000002	0.024008
5	1.1757	1.208	10	0.00000002	0.025136
6	1.3679	1.303	12	0.00000002	0.026106
7	1.6475	1.430	14	0.00000003	0.027348
8	6.2760	2.791	16	0.00000010	0.038207
9	9.8696	3.500	18	0.00000016	0.042785
10	11.4693	3.773	19	0.00000019	0.044423
11	11.7507	3.819	20	0.00000020	0.044693
12	11.9236	3.847	21	0.00000020	0.044856
13	13.9026	4.154	22	0.00000023	0.046612
14	15.7045	4.415	23	0.00000026	0.048054
15	18.7646	4.826	25	0.00000031	0.050241
16	41.0043	7.134	28	0.00000068	0.061084
17	56.3627	8.364	29	0.00000094	0.066141
18	62.2503	8.790	30	0.00000104	0.067804
19	120.0750	12.208	42	0.00000200	0.079907
20	182.2223	15.039	45	0.00000304	0.088689
21	1789.6865	47.131	89	0.00002983	0.157005
22	1825.7121	47.603	91	0.00003043	0.157789

Fig. 4. Espectros de respuesta en la cubierta (línea superior) y en el piso intermedio (línea inferior).



Los espectros de respuesta, sin recorte de picos ni barrido de frecuencias se muestran en la fig. 4. La curva con ordenadas mayores corresponde al espectro de respuesta en la cubierta y la otra al de la planta intermedia.

De su examen se deducen algunas conclusiones:

- Las respuestas más elevadas se producen en las inmediaciones de las frecuencias 18° (3.5 Hz) y 23° (4.415 Hz).
- Dado que los soportes muy deformables permiten elevados corrimientos, en la estructura calculada se debe aspirar a diseñar los soportes en la

zona rígida ($f \geq 8$ Hz) con aceleraciones menores de 0.7g en la planta superior y de 0.5g en la inferior.

- Un elemento soportado de manera muy flexible (frecuencia propia ~ 0) no experimenta ninguna aceleración horizontal bajo la componente horizontal del terremoto.
- La aceleración máxima que puede afectar a un elemento soportado de modo que su frecuencia propia (equipo más sistema de enlace con la estructura) sea de 4.415 Hz (de 4 a 4,9 Hz si se incluye un barrido $\pm 10\%$) es 1.65g, en la planta superior y 1.2g en la inferior con una amplificación de 8.25 y 6 respectivamente. ♦

Referencias:

-Ref. 1, Avelino Samartín Quiroga, "Curso de Ingeniería Sísmica", Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, 2008.
 -Ref. 2, Eurocódigo 8: "Proyecto de Estructuras Frente a Sismo".
 -Ref. 3, NCSE-02 "Norma de Construcción Sismorresistente Española" (Parte General y Edificación), MOPT y MA, Madrid 2003.
 -Ref. 4, J.S. Przemieniecki "Theory of Matrix Structural Analysis", McGraw-Hill Book Company, New York, 1968. También editado por Dover Publications, Inc, New York.

-Ref. 5, United States Nuclear Regulatory Commission, Regulatory Guide 1.122, "Development of Floor Design Response Spectra for Seismic Design of Floor-Supported Equipment or Components".
 -Ref. 6, United States Nuclear Regulatory Commission, Regulatory Guide 1.61, "Damping Values for Seismic Design of Nuclear Power Plants".
 -Ref. 7, Biggs y Roesset, "Seismic Analysis of Equipment Mounted on a Massive Structure", publicado en "Seismic Design of Nuclear Power Plants", MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1970.

-Ref. 8, Kapur y Shao, ASCE Conference on "Seismic Design of Nuclear Plant Facilities", Chicago, Illinois, Dec. 1973.
 -Ref. 9, US Army Corps of Engineers, TI 809-04, "Technical Instructions - Seismic Design for Buildings"; 1998.
 -Ref. 10, Army TM 5-809-10-1, "Technical Manual - Seismic Design Guidelines for Essential Buildings"; 1986.
 -Ref. 11, Yousef Bozorgnia y Vitelmo V. Bertero, EARTHQUAKE ENGINEERING; From Engineering Seismology to Performance-Based Engineering", Cap. 19, "Seismic Analysis and Design of Nonstructural Members"; CRC Press; 2004.