

# El enfoque simulación-optimización como elemento clave en los procesos de planificación y gestión de sistemas de transporte urbano



**Ángel Ibeas, Luigi dell'Olio y José L. Moura**

Profesores Titulares. Escuela de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad de Cantabria

## Resumen

En este artículo se presentan dos casos de estudio en los cuales se proponen modelos matemáticos de optimización-simulación para planificar y diseñar sistemas de transporte urbano. El primero de ellos aborda el problema de determinar la ubicación y espaciado óptimo de paradas de bus. Para ello se propone un modelo que minimiza el coste social de todo el sistema de transporte, teniendo en cuenta los posibles cambios en la demanda debidos a las diferentes localizaciones de las paradas, interacción con el tráfico privado, congestión en el sistema de transporte público y características socio-demográficas de cada zona del área de estudio. Asimismo se consideran restricciones operacionales como el tamaño de flota, frecuencias máximas o mínimas, ganancia o pérdida de viajeros como consecuencia de los cambios propuestos, etc. El segundo caso de estudio consiste en el diseño óptimo de sistemas de transporte de mercancías para abastecer puntos de demanda en área urbana y que generan un elevado volumen de carga a transportar utilizando vehículos de gran dimensión. Este tipo de transporte presenta unas especiales características que generan importantes impactos medioambientales: incremento de la congestión de tráfico y polución atmosférica. Por lo tanto, el objetivo del modelo es minimizar estos efectos negativos sobre el medio ambiente y en los usuarios de la red viaria. Para la resolución de ambos casos de estudio se plantea un modelo matemático de optimización binivel, compuesto de un nivel superior que minimiza una función de costes tanto del usuario como del operador, y un nivel inferior en el que se incluye un modelo de partición modal-asignación teniendo en cuenta la influencia del tráfico privado y la congestión en los vehículos de transporte público. En el segundo caso se consideran adicionalmente restricciones medioambientales. Finalmente, ambos modelos se aplican a casos reales en la ciudad de Santander (norte de España) obteniendo una serie de conclusiones a partir del correspondiente análisis de sensibilidad.

## Palabras clave

Modelización, bicicleta pública, optimización binivel, costes de operación, impactos ambientales

## Abstract

*The article presents two study cases proposing mathematical optimization-simulation models to plan and design urban transport systems. The first of these tackles the problem of establishing the optimum location and separation of bus stops. To this end, a model has been proposed that minimizes the public cost of the entire transport system, when giving due consideration to potential changes in demand due to the different positioning of the bus stops, the interaction with private traffic, congestion on the public transport system and the social-demographic characteristics of each zone of the study area. The model also considers operational restrictions such as the size of the fleet, maximum or minimum frequencies, the gain or loss of passengers as a result of the proposed changes, etc. The second study case consists of the optimum design of goods transport systems to supply demand points in an urban area and generating a high volume of cargo to be transported using large vehicles. This type of transport has special characteristics and generates considerable environmental impacts, increased traffic congestion and atmospheric pollution. The object of the model is then to minimize these negative effects on the environment and on users of the road network. In order to resolve both these study cases, recourse was made to a bi-level optimization mathematical model, composed of a higher level that minimizes a cost function with respect to both users and the operator, and a lower level including a modal-assignment partition model that takes into account the influence of private traffic and the congestion of public transport vehicles. In the second case it was also necessary to consider environmental restrictions. Both of these models were then applied to real cases in the city of Santander (northern Spain) and a series of conclusions were obtained from the corresponding sensitivity analysis.*

## Keywords

*Modelization, public bike sharing, bilevel optimization, operation costs, environmental impacts*

## Recuerdo personal de Rafael Izquierdo

*A lo largo de los años de “vida útil”, cada persona observa con resignada impotencia, cómo desaparecen familiares, amigos, compañeros, etc., pero siempre de entre ellos hay alguno que destaca, principalmente por su capacidad de ser admirado ya sea profesional o personalmente. Este es el caso de mi profesor y mi maestro, Rafael Izquierdo de Bartolomé. La verdad es que sus dotes de paciencia y comprensión con el autor de este artículo dieron lugar a una estrecha relación laboral no exenta de múltiples y acertados consejos personales. Pero de entre todas sus cualidades hay una que destacar: su capacidad de unión de todos los profesionales de la docencia e investigación de transporte de las Escuelas de Caminos. Evidentemente, fueron sus cualidades humanas las que lo lograron y será muy difícil, por no decir imposible, disponer de otro Rafael Izquierdo. Él fue uno de los principales impulsores del cambio de mentalidad que tuve que experimentar con mi cincuentena cumplida: de los modelos mentales a los modelos matemáticos como apoyo a la toma de decisiones políticas y empresariales. Si algo he aprendido de él ha sido que hay que formar a otros y, por ello, me he dedicado a crear un grupo de jóvenes investigadores, cuyo reconocimiento internacional va paulatinamente in crescendo (500 citas), y con un grado de afinidad que, después de 14 años, sigue siendo el del primer día. Juntos hemos realizado trabajos de investigación en varias áreas: diseño de redes de transporte urbano, transporte de mercancías, calidad de servicio en sistemas transporte, estimación de matrices de tráfico a partir de aforos, optimización de sistemas de bici pública, metodologías de participación ciudadana, modelos de transporte y usos del suelo, etc.*

*Aun está en mi mente la celebración de los congresos CIT y PANAM en junio del 2014. En ambos, el recuerdo a mi profesor fue una constante ya que Rafael había aceptado la presidencia de honor del CIT. Con todo el afecto que siempre me profesó, confesó que estaba alejado de este tipo de cosas pero que si yo se lo pedía, y dada su afinidad con Santander y este tipo de evento que él inició, estaba dispuesto a aceptar esa presidencia de honor. Una lástima que la vida le fue segada, en mi opinión prematuramente. Mi querido Rafael, mi querido profesor, sirva por tanto, como modestísimo homenaje y reconocimiento hacia tu persona, una pequeña muestra de lo que has dejado en mi grupo y en mí mismo.*

## 1. Introducción

El problema de diseño de los distintos sistemas de transporte en ámbito urbano (tráfico, transporte público, bicicletas, dis-

tribución urbana de mercancías, etc.) puede ser concebido como un juego no cooperativo de dos niveles (Juego de Stakeberg). En este juego participan el planificador, que determina las características del sistema de transporte, y los usuarios del sistema, que tienden a minimizar su coste generalizado de viaje, produciendo un patrón de flujos sobre este sistema.

En el primer nivel, en primera instancia, el planificador define la estructura topológica de los servicios, estableciendo las rutas de transporte público, la ubicación de las paradas, la localización de puntos de préstamo de bicicletas, las zonas de carga y descarga, etc. (problema de diseño físico). En una segunda etapa el planificador determina las características operacionales del sistema, como frecuencia de los servicios, horarios de reparto de mercancías, capacidad óptima para cada servicio, etc. (problema de diseño operacional). En el segundo nivel se encuentran los usuarios del sistema, los cuales reaccionan frente a esta estructura de servicios generando un perfil de flujos sobre dichos servicios de transporte propuestos. Este segundo nivel es modelado normalmente a través de un modelo de comportamiento, que permite predecir la asignación de los usuarios a la estructura de transporte analizada.

La programación matemática binivel es la que mejor se presta para resolver este tipo de problemas también conocidos como “Network Design Problems”. Dicha técnica de programación matemática es particularmente interesante porque nos permite combinar las técnicas de simulación (modelo de comportamiento del usuario) y de optimización matemática, permitiendo de esta manera resolver ciertos problemas bajo un enfoque de optimización-simulación. Las ventajas de este enfoque radican en la obtención de soluciones más coherentes gracias a la verificación de la consistencia de los resultados en cada iteración de los algoritmos de solución utilizados (se verifica la interacción demanda-oferta a cada iteración del algoritmo).

El GIST –Grupo de Investigación de Sistemas de Transporte– ha desarrollado y desarrolla trabajos en varias áreas de investigación: diseño óptimo de redes de transporte urbano, análisis de transporte de mercancías teniendo en cuenta aspectos medioambientales, estudio de calidad de servicios en sistemas transporte, estimación de matrices de tráfico a partir de aforos, optimización de sistemas de bici pública compartida, metodologías para participación ciudadana en los estudios de demanda de transportes, modelos de transporte y su impacto en los usos del suelo, etc.

En este artículo se presentan dos ejemplos de casos de estudio, que pueden ser concebidos como un juego no cooperativo de dos niveles (Juego de Stackelberg) y que, por tanto, son idóneos para aplicar el enfoque simulación-optimización empleando la programación matemática binivel.

En la sección 2 de este artículo se exponen las mínimas bases teóricas de la técnica de programación matemática binivel y que conforman la base de los dos casos de estudio presentados posteriormente en este artículo. En la sección 3 se presenta el problema para determinar la ubicación y espaciado óptimo de paradas de bus. Posteriormente, el caso de diseño óptimo de sistemas de transporte de mercancías de elevado volumen de carga es presentado en la sección 4. Finalmente en la sección 5 se presentan las pertinentes conclusiones.

## 2. La optimización binivel aplicada al transporte

La programación binivel constituye actualmente una de las áreas más importantes de la optimización global. Los programas de optimización binivel (o programación de dos niveles) presentan propiedades específicas, algunas relacionadas con su elevado grado de no convexidad y no diferenciabilidad, que hacen que su resolución sea particularmente difícil y un desafío de considerable interés. Son innumerables los problemas de aplicación práctica que aprovechan su propia estructura hiperjerárquica para plantear y resolver formulaciones a través de programación binivel.

La teoría de juegos no cooperativos se usa para formular muchos de los problemas de la planificación del transporte, modelizando las complejas interacciones que se dan entre los diversos agentes participantes del mercado de transporte, cada uno de ellos con objetivos propios diferenciados. Los modelos de equilibrio aparecen como resultado de estas interacciones y su formulación matemática se fundamenta en modelos de optimización.

Los dos fundamentales tipos de equilibrio que aparecen son el denominado equilibrio de Cournot-Nash y el equilibrio de Stackelberg (Stackelberg (1952), Baar y Olsder (1982)).

En el equilibrio de Cournot-Nash cada jugador o agente participante intenta maximizar su utilidad de forma no cooperativa, asumiendo como conocidas las decisiones de resto de jugadores. El equilibrio se alcanza cuando ningún jugador puede mejorar su utilidad mediante cambios unilaterales. Los modelos de asignación de tráfico en equilibrio o de asignación

de usuarios en sistemas de transporte público son ejemplos de este tipo de equilibrio.

En el equilibrio de Stackelberg existe un jugador especial, denominado líder que puede conocer las reacciones del resto de jugadores a su estrategia. El resto de jugadores se denominan seguidores. El líder puede elegir su estrategia dentro de un cierto conjunto, independientemente de las estrategias de sus seguidores, mientras que cada seguidor puede elegir una estrategia dentro de un conjunto de ellas parametrizadas por la elección efectuada por el líder. La estrategia de un seguidor depende de la estrategia del líder, y además su utilidad depende tanto de las estrategias de los otros seguidores como la de la del líder.

Muchos de los problemas de planificación y de diseño de redes de transporte urbano son formulados mediante un problema de equilibrio de Stackelberg, debido a que su estructura jerárquica es adecuada para reflejar el proceso de tomas de decisiones. Los operadores del sistema (líder) planifican o diseñan el sistema de transporte teniendo en cuenta el comportamiento de los usuarios (seguidores) ante sus políticas de gestión o inversión. En el nivel superior se minimizan los costes (sociales, económicos, ambientales, etc.) derivados de las políticas de los operadores, mientras que en el nivel inferior se describe el comportamiento de los usuarios en el sistema de transporte intervenido.

La formulación matemática de los juegos de equilibrio de Stackelberg es conocida como programas matemáticos de restricciones de equilibrio (MPEC). Un programa matemático con restricciones de equilibrio es un modelo de optimización en el que cierto conjunto de restricciones están definidas mediante una desigualdad variacional.

La extensión del MPEC hacia el problema de optimización binivel, además de conservar la estructura jerárquica de un participante líder y un participante seguidor, permite tener en cuenta otras restricciones adicionales para las estrategias de los jugadores. La diferencia entre un equilibrio de Stackelberg y el problema de optimización binivel, radica en que en el primer caso las decisiones del agente inferior no afectan al criterio o estrategia del nivel superior, mientras que en el planteamiento de optimización binivel sí, como se indicará en el siguiente apartado.

Un problema de programación binivel (BLP), en su forma más general, presenta la siguiente formulación:

$$\begin{aligned} \min_{x,y} \quad & F(x,y) \\ \text{s.a.} \quad & x \in X \\ & g(x,y) \leq 0 \\ & y \in \arg \min \{f(x,y) : y \in Y, h(x,y) \leq 0\} \end{aligned}$$

Donde  $X$  e  $Y$  son subconjuntos de  $\mathbb{R}^n$  y  $\mathbb{R}^m$  respectivamente,  $F$  y  $f$  son funciones reales tales que  $F, f : \mathbb{R}^{n+m} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g$  y  $h$  son funciones vectoriales reales tales que  $g : \mathbb{R}^{n+m} \rightarrow \mathbb{R}^{p_1}$  y  $h : \mathbb{R}^{n+m} \rightarrow \mathbb{R}^{p_2}$  con  $n$  y  $m \in \mathbb{N}$  y  $p_1$  y  $p_2 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ .

El problema de optimización para el primer nivel del problema BLP consiste en minimizar en  $x$  e  $y$  la función  $F(x, y)$  sujeto a las restricciones. El problema de optimización para el nivel inferior consiste en la minimización en  $y$ , parametrizado por  $x$ , y se denomina como  $P(x)$  problema de segundo nivel en  $y$ :

$$\begin{aligned} \min_{y \in Y} \quad & f(x,y) \\ \text{s.a.} \quad & h(x,y) \leq 0 \end{aligned}$$

De esta forma,  $x$  es designado por un vector de variables del primer nivel e  $y$  por un vector de variables del segundo nivel. De igual modo,  $g(x, y) \leq 0$  y  $h(x, y) \leq 0$  representan respectivamente las restricciones del primer y del segundo nivel. La función  $F(x, y)$  se denomina función objetivo del primer nivel, en cuanto a  $f(x, y)$  es designada como función objetivo del segundo nivel.

Son varias las aplicaciones en planificación de transporte descritas en la literatura que han sido modeladas a través de la programación binivel. Entre las aplicaciones más frecuentes, son de destacar las siguientes.

Aplicación al diseño de redes viales, donde este tipo de modelos se caracteriza por emplear en el nivel inferior el modelo de asignación de tráfico formulado mediante el TAP. A propósito de este tipo de aplicaciones existen casos de programación binivel lineal como en Ben-Ayed et al (1992), aplicaciones de diseño de redes teniendo en cuenta efectos de congestión sobre la red como en Marcotte (1986), diversos algoritmos e implementaciones heurísticas como en Marcotte (1988) y Marcotte y Marquis (1992) y planteamientos de programación binivel no-lineal como en Suh y Kim (1992).

Otro tipo de aplicación habitual es el problema de estimación de la demanda sobre redes viaria, como en Florian y Chem

(1991) donde se presenta una programación binivel para estimación de matrices O-D con aforos de tráfico. Estos modelos utilizan un conjunto actualizado de volúmenes de tráfico, conformando una información más económica de conseguir, en contraposición de las costosas encuestas domiciliarias.

El problema de localización espacial es otra aplicación frecuente de la programación binivel. En Miller, Friesz y Tobin (1992) se presentan algoritmos heurísticos para problemas de localización.

### 3. El problema de diseño de sistemas de transporte público en áreas urbanas

El problema de diseño de un sistema de transporte público urbano es conocido por ser uno de los problemas más complejos a resolver en el sector del transporte. La experiencia internacional en varias ciudades muestra que el transporte público está perdiendo progresivamente participación en el mercado, en beneficio de los modos privados. Es por esta razón que en los últimos años los investigadores han realizado importantes esfuerzos en el diseño eficiente de redes de transporte público de superficie. En particular, hay estudios dirigidos a mejorar la frecuencia (Furth and Wilson, 1981; Kocur and Hendrickson, 1986; Ceder, 1984; Constantin and Florian, 1995), y otros que se dirigen a mejorar la configuración de las líneas (Newell, 1979; Ceder and Wilson, 1986).

En el presente trabajo se aplica un modelo de optimización binivel con el fin de estimar las frecuencias óptimas de las líneas y encontrar una localización óptima de las paradas de Bus. En la bibliografía se pueden apreciar una serie de estudios de diseño de redes de transporte utilizando técnicas de programación binivel (Yang and Michael, 1998; Yang, 1997; Wong and Yang, 1997; Yang and Bell, 1997).

Suponiendo definido el trazado de las líneas, existen entonces dos tareas importantes a realizar, y que afectan de manera determinante el funcionamiento del sistema de transporte público. Por un lado, regular las operaciones, y por otro, dar al sistema una cobertura en términos de demanda que proporcione un buen servicio al usuario sin generar costes muy elevados. En particular nos referimos tanto a las frecuencias como al número de paradas de buses óptimas, habida cuenta de que son dos variables que están fuertemente interrelacionadas y que tienen una incidencia elevada en los costes sociales de operación.

Por lo tanto, el problema fundamental que se pretende resolver consiste en encontrar un equilibrio entre lo que es el óptimo para la oferta y lo que sería óptimo para el usuario. Su solución no es sencilla, ya que en la mayor parte de las ocasiones estos intereses son contrapuestos. De hecho, para el usuario sería conveniente tener la parada muy cerca de su casa y que los buses pasasen con más frecuencia. Para los operadores, por el contrario, esta opción le causaría un incremento significativo de los costes de operación.

También es cierto que si cada usuario tuviera una parada próxima a su casa, y si las frecuencias fueran muy altas, también acabaría siendo afectado en su coste generalizado de transporte ya que se produciría un incremento considerable de los tiempos de viaje, viéndose también afectados los usuarios de los vehículos privados que sufrirían el incremento de congestión causado por el número elevado de buses en circulación. Al contrario, un número limitado de paradas y frecuencias muy bajas acabarían favoreciendo a los operadores en cuanto a que, si bien disminuirían los costes de operación, perjudicaría a dichos usuarios de transporte público, los cuales verían aumentar el tiempo de acceso al sistema así como los de espera. Todo esto podría transformarse en un incentivo para los usuarios del transporte público a pasar a utilizar el vehículo privado.

Las hipótesis principales consideradas son:

1. Se ha definido a priori el trazado de las líneas (no se modifica).
2. Se conocen las velocidades medias en los tramos en que se ha dividido la red de transporte público.
3. Se conoce la demanda de viajes en transporte público entre cada par origen destino en el intervalo de tiempo modelado (matriz O-D).
4. Se fija una serie de puntos candidatos, a ser posible, puntos de paradas siguiendo las indicaciones basadas en la práctica habitual.
5. Se define una serie de clases de secciones de la red, especificándose cada una de dichas clases por tener asignadas determinadas características comunes de forma que a cada una de ellas se le asigna un determinado valor de distanciamiento entre paradas.

Respecto al punto 4 anterior se han seguido las siguientes indicaciones:

- a. Se consideran como candidatos a puntos de parada, aquellos en los que se prevé importantes concentraciones de potenciales viajeros, como puede ser el caso de demandas originadas en centros comerciales, hospitales, colegios, etc. así como en las proximidades de puntos de intersección de dos o más líneas, o cerca de parking (para favorecer el *park and ride*).
- b. La parada debe ser visible, especialmente para los buses que se acercan a ella; la visibilidad no debe de ser obstruida por árboles, edificios u obstáculos varios.
- c. Es preferible que la parada de bus no esté exactamente ubicada frente a la parada de la dirección contraria. Generalmente, es recomendable que las paradas de bus de los dos sentidos de la misma calle tengan una separación horizontal de al menos 20 metros.
- d. La pendiente longitudinal de la calle en la sección alrededor de la parada de bus no debe ser más grande del 4 %, para evitar problemas a los buses a la hora de dejar la parada en las maniobras de arranque y disminuir los niveles de ruido, etc.
- e. Cuando los buses tienen que girar a la izquierda después de la parada, la ubicación de ella debe situarse al menos a 50 metros del punto de giro. Esta distancia debe ser incrementada a 75 o incluso 100 metros si hay intensidades de tráfico elevadas. En caso de un giro a la derecha la distancia mínima es 35 metros.

El objetivo del problema a resolver es la minimización del coste total involucrado en la operación del sistema de transporte, el que se incluirán los costes de producir los servicios (percibidos por los operadores), los costes de viaje (percibidos por los usuarios del sistema), y los costes externos, producidos sobre los usuarios de otros medios de transporte (por ejemplo, los usuarios de automóvil).

En cuanto se refiere a la localización de paradas de buses, se utilizará un enfoque continuo que se aproximará al discreto, es decir, se considerarán asimismo los posibles puntos candidatos susceptibles de ser paradas. La elección de este tipo de enfoque se justifica porque permite obtener resultados lo más cercano posible a la realidad, ya que, como se sabe,

no todos los puntos de una línea de transporte público son idóneos para localizar las paradas, ya sea por falta de espacio o por restricciones normativas que serían muy difíciles de modelar en el caso de considerar un enfoque continuo.

Respecto de la optimización de frecuencias, dicha variable se considerará continua.

Como se ha citado anteriormente, el problema de localización de paradas de autobús y optimización de frecuencias en redes de transporte público se puede plantear como un problema de programación matemática binivel. En el nivel superior se minimiza una función de costes tanto del usuario como del operador, y un nivel inferior se incluye un modelo de partición modal-asignación teniendo en cuenta la influencia del tráfico privado y la congestión en los vehículos de transporte público.

A continuación, se presenta la expresión que se ha de minimizar en el nivel superior:

$$\begin{aligned} \min \quad & Z = \phi_1 TAT + \phi_2 TWT + \phi_3 THT + \phi_4 TTT + \phi_5 TCTT + \\ & + 1.12 \left\{ \sum_i \sum_j L_{ij} f_{CK} \delta_{ij} + t_{\text{ca}} \sum_i \sum_j CR_{ij} \delta_{ij} Y_i + C_r \sum_i \left( \frac{f_{c_i}}{h_i} - 60 \right) + \sum_i \sum_j \left( \frac{f_{c_i}}{h_i} - 60 \cdot CF_i \cdot \delta_{ij} \right) \right\} \\ \text{s.t.} \quad & \delta_{ij} \in (0,1) \\ & \zeta \leq \zeta_0 \end{aligned}$$

El nivel inferior se modela a través de un modelo combinado de Partición Modal – Asignación. Las condiciones de equilibrio para el problema que se considera pueden formularse mediante una desigualdad variacional del siguiente tipo:

$$c(X^*) \cdot (X - X^*) - g(T^*) \cdot (T - T^*) \geq 0, \quad \forall X, T \in \Omega$$

El algoritmo de solución desarrollado para resolver el problema de optimización es una heurística que se compone de varias etapas.

I. En la primera iteración, una vez se tiene discretizada la red del área de estudio para albergar todos los potenciales puntos de parada, se genera un vector solución inicial factible de distanciamiento de paradas ( $Z^0$ ) de acuerdo a características descriptivas de cada zona (densidad de población, nivel de ingresos, etc.), que generalmente es la situación actual de la red.

II. Se resuelve el problema de optimización al nivel inferior del modelo planteado y se calcula la función objetivo de costes del nivel superior ( $Z^i$ ).

III. Se generan nuevos valores de ( $Z^{i+1}$ ) utilizando el algoritmo de Hooke-Jeeves y se resuelve el problema del nivel superior sujeto a las restricciones operacionales y de satisfacción de la demanda, para determinar el nuevo valor de  $Z^{i+1}$ , a partir del cual vuelve a ejecutar el paso II.

IV. Si  $Z^{i+1} - Z^i > \tau$ , se vuelve al paso III; si  $Z^{i+1} - Z^i \leq \tau$ , se para el algoritmo, siendo  $\tau$  la reducción del valor de la función objetivo establecida como criterio de parada.

Para comprobar la validez del modelo de ubicación de paradas propuesto, se ha aplicado a un caso real. El área de estudio utilizada ha sido la ciudad de Santander, una ciudad de tamaño medio, de aproximadamente 180.000 habitantes situada al norte de España y que, actualmente, cuenta con un sistema de transporte urbano en superficie (bus) ya consolidado. Dicho sistema se compone de 19 líneas, de las cuales 3 son circulares en ambos sentidos. Los intervalos varían de los 12 a los 30 minutos.

Los resultados obtenidos se detallan en la tabla 1, donde se puede apreciar cómo se ha reducido el número total de paradas, mejorando su distribución en la ciudad de tal forma que se ha logrado disminuir el tamaño de flota requerido, se ha aumentado la velocidad comercial y se ha conseguido un ligero aumento de los usuarios del transporte público.

Una vez obtenidos los resultados de la aplicación a un caso real, se ha estudiado la influencia que tiene sobre el resultado final el hecho de considerar distintos niveles de agregación, criterios de zonificación y distintas (o ninguna) restricciones operacionales.

Así, se ha detectado que el criterio de zonificación en un área urbana no es determinante en cuanto a su escasa influencia en la solución final, si bien influye en la rapidez de convergencia del modelo. En los casos estudiados, una zonificación mixta establecida en base a densidad de población y actividad comercial converge con mayor rapidez que la realizada tomando como criterio el número de habitantes por zona o la tasa de motorización, por ejemplo. A lo largo de las iteraciones, el propio modelo se va ajustando creando sus propias agregaciones zonales de equidistancia de paradas, llegando a zonificaciones muy similares independientemente de los datos de partida.

Situación	$\delta$ (D1,D2,D3,D4,D5) (m)	Paradas	Viajeros	Flota buses	Coste Social (€)	Tiempo viaje medio BUS (min)	Velocidad comercial BUS (km/h)
Actual	(240,300,360,360,780)	295	4944	63	59.338	19.61	11.88
Óptima	(360,420,540,420,780)	264	5109	61	58.603	18.28	13.07

Tabla 1. Resultados para ubicación óptima de paradas de bus

En cuanto a la variación de coste social en función del número de paradas se aprecia una fuerte sensibilidad del coste social a la ubicación de paradas, guardando relación con los viajeros del sistema de transporte público. De esta forma, para casos en los que la densidad de paradas es muy elevada, los tiempos de viaje en bus aumentan considerablemente, produciéndose una disminución de viajeros en transporte público, y requiriéndose aumentos de flota para mantener las frecuencias.

Durante el proceso de optimización en la ubicación de paradas, se reduce el número total de las mismas, consiguiendo incrementar la demanda de transporte público, disminuyendo tanto el coste social total como el tamaño de flota requerido. En la medida que el número de paradas disminuye, aumenta la importancia de su ubicación y distribución. Así, para un mismo número total de paradas se aprecian fuertes variaciones en el valor de la función de

coste social, viajeros en transporte público y en el tamaño de flota requerida.

Sin embargo, cuando la densidad de paradas sigue bajando (hasta el mínimo posible por restricciones de cabeceras, puntos fijos, etc.), el tamaño de flota requerido no disminuye, como pudiera esperarse, sino que aumenta. Esto es debido a que el número de viajeros en transporte público se reduce, lo que provoca que aumente la congestión del tráfico, repercutiendo directamente en el tamaño de flota necesario para mantener las frecuencias. Además, el valor de la función de coste social aumenta en mayor proporción que en el caso de mayores densidades de paradas.

Observando la evolución del valor de la función de coste social, número total de paradas de bus, y viajeros de transporte público en el sistema a lo largo de las iteraciones en los diferentes escenarios probados, se aprecia que dada una red

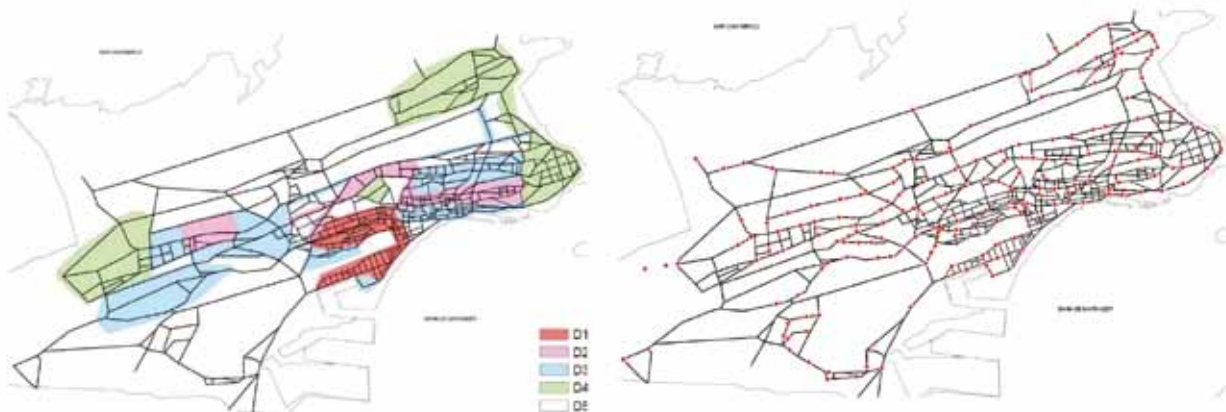


Fig. 1. Aplicación al caso de Santander: zonificación para espaciamiento de paradas y ubicación final de paradas

urbana, con una configuración de líneas determinada, existe un valor de equilibrio para el número de paradas, el valor del coste social total y para los viajeros de transporte público. El número de iteraciones hasta convergencia depende de lo ya comentado anteriormente sobre las características y valores de los vectores de partida.

Estos resultados no podrían haberse obtenido suponiendo una demanda fija y conocida (mediante una Matriz O/D de Transporte Público) debido a la no consideración de los cambios en la demanda y la congestión, y sus efectos sobre el tamaño de flota requerido para mantener las frecuencias.

**4. Un enfoque medioambiental en el diseño de redes de transporte de mercancía en ámbito urbano**

En esta sección se presenta un modelo para optimizar el diseño de un sistema de aprovisionamiento de mercancías hacia puntos de alta demanda y que requieran vehículos de grandes dimensiones (camión). Este modelo considera una serie de potenciales rutas de abastecimiento y determina la distribución óptima entre dichas rutas desde un punto de vista económico, social y medio ambiental. Para ello se ha calibrado un modelo de red en el cual son simulados los modos auto y bus, además del modo camión, considerando las interacciones entre ellos a través de la modelización de las fases de reparto modal y de asignación a la red de cada modo de transporte. Por lo tanto, cualquier variación en las características del sistema de abastecimiento repercute tanto en el modo auto como el modo bus, ya que puede dar lugar a cambios modales y cambios en la elección de ruta o línea de bus a utilizar.

El modelo de optimización desarrollado se fundamenta en la minimización de los costes totales del sistema, compuesto por el coste de operación y coste del usuario, para todos los modos de transporte considerados. Para ello se ha recurrido

a la utilización de programación matemática multinivel. En concreto, se ha planteado un problema binivel, el cual incluye un nivel inferior donde se ocupa un modelo de simulación del comportamiento de los usuarios de los distintos modos de transporte considerados (coches, buses y camiones). Este nivel inferior reporta resultados (flujos, tiempos de acceso, tiempos de espera, tiempos de viaje, etc.) que son los datos de entrada para la cuantificación del coste de los usuarios que forma parte de la función de coste total del nivel superior. Por lo tanto, esta función del nivel superior, con un carácter de coste social, es la que se minimiza y está compuesta por los costes de usuarios para los modos coche y bus, y los costes de operación de los modos bus y camión.

En relación a los aspectos medioambientales, el enfoque utilizado ha sido determinar las emisiones de cinco tipos de contaminantes. En concreto, la metodología utilizada ha sido: a partir de los kilómetros recorridos por cada modo de transporte (coches, buses y camiones), distinguiendo entre recorridos en condiciones de congestión y no congestión, se calculan los consumos totales de los diferentes tipos de vehículos (IDAE, 2006; IDEA, 2013), para posteriormente determinar las emisiones producidas según estos consumos (Ntziachristos, L. et al. (2009).

En concreto, se han determinado las emisiones de los contaminantes mas importantes producidas por los vehículos motorizados: CO, NOx, NMVOC, CH4 y PM. En la tabla 2 se muestran las emisiones por kilómetro recorrido para cada tipo de contaminante, desagregados por tipo de vehículo.

Para la resolución del problema de optimización, y dada la dimensión del caso de estudio, en relación al número de variables, se aplica un algoritmo de búsqueda exhaustiva el cual reporta todas las posibles soluciones, de forma que puede analizarse cómo se comporta el sistema.

$$Coste\ Social = C_{usuario} + C_{operador}$$

$$Cu_T = \varphi_{Viaje,C} \cdot T_{Viaje,C} + \varphi_{Acc,B} \cdot T_{Acc,B} + \varphi_{Egr,B} \cdot T_{Egr,B} + \varphi_{Esp,B} \cdot T_{Esp,B} + \varphi_{Travel,B} \cdot T_{Travel,B} + \varphi_{Tra,B} \cdot T_{Tra,B}$$

$$Cop_T = \varphi_{CR} \cdot \sum_i L_i \cdot f_i + \varphi_{CP} \cdot \sum_i \frac{tc_i}{h_i} + \varphi_{CF} \cdot \sum_i \frac{tc_i}{h_i} + \sum_i T_i \cdot f_i \cdot C_u$$



	Emisiones (gr. Cont./kg. Combu.)					Consumo (litros*Km)		
	CO	NOx	NM VOC	CH4	PM	Congestionada	No congestionada	Kg/litro
Ligeros gasolina	75.99	10.89	13.44	1.19	0.03	0.08	0.06	0.680
Ligeros diesel	3.77	11.12	0.61	0.07	0.80	0.07	0.05	0.850
Buses	6.62	32.67	0.99	0.24	0.81	0.34	0.26	0.850
Camiones	9.82	34.84	3.06	0.38	1.34	0.34	0.26	0.850

Tabla 2. Ratios de consumo de vehículos (litros/km.) y de emisiones por vehículo (gr. Contaminante/kg. combustible)

La metodología descrita anteriormente ha sido aplicada a un caso ficticio en la ciudad de Santander (España). En esta ciudad se va a realizar una gran obra infraestructural en la parte sureste, la cual necesita un flujo de 20 camiones a la hora. Estos camiones son de dimensiones y características especiales que generan unos considerables impactos negativos, como contaminación atmosférica y congestión de tráfico.

Las rutas consideradas para abastecer el punto de demanda (obra infraestructural) han sido tres y son las mostradas en la figura 2. Estas tres rutas han sido simuladas para el periodo de hora punta, de 13:00 a 14:00 horas.

La Ruta R1 transcurre en su mayor parte en una carretera urbana de 2 carriles, salvo en el tramo más próximo a la obra donde tiene que atravesar un túnel de 800 metros con



Fig. 2. Rutas de abastecimiento consideradas

un único carril por sentido. La ruta R2 tiene el tramo inicial común con la ruta R1, pasando en su tramo final a un vial con un único carril por sentido rodeando las zonas de vivienda en lugar de atravesar el túnel para llegar a la obra. Por último, la Ruta 3, aunque transcurre por viales de 2 y 3 carriles por sentido, atraviesa las zonas de la ciudad con mayor densidad de tráfico.

Aplicando la metodología anteriormente descrita se determina el coste social (coste de los usuarios más coste de los operadores) y las emisiones de contaminantes de las diferentes combinaciones de distribución de los camiones entre las 3 rutas, de forma tal que la suma de los camiones enviados sea de 20 camiones por hora.

Asimismo, se ha llevado a cabo un análisis de sensibilidad en relación a los diferentes valores de la velocidad máxima

para los camiones (20, 15, y de 10 km/h) y su afección sobre el coste social y las emisiones generadas. Los resultados se muestran en la Figura 3.

Puede observarse cómo los centros de masas de las nubes de puntos que definen la solución para cada uno de los casos (velocidad del camión de 20 km/h, 15 km/h y 10 km/h) se desplazan de izquierda a derecha debido a que incrementa el coste social de las soluciones al reducirse la velocidad del camión. Además, puede observarse que para velocidades inferiores del camión el rango del coste social se incrementa, pasando de 470 unidades para el caso de velocidad del camión de 20 km/h, a 670 unidades en el caso de velocidad de 15 km/h y, finalmente, a 1.162 unidades para el caso de 10 km/h.

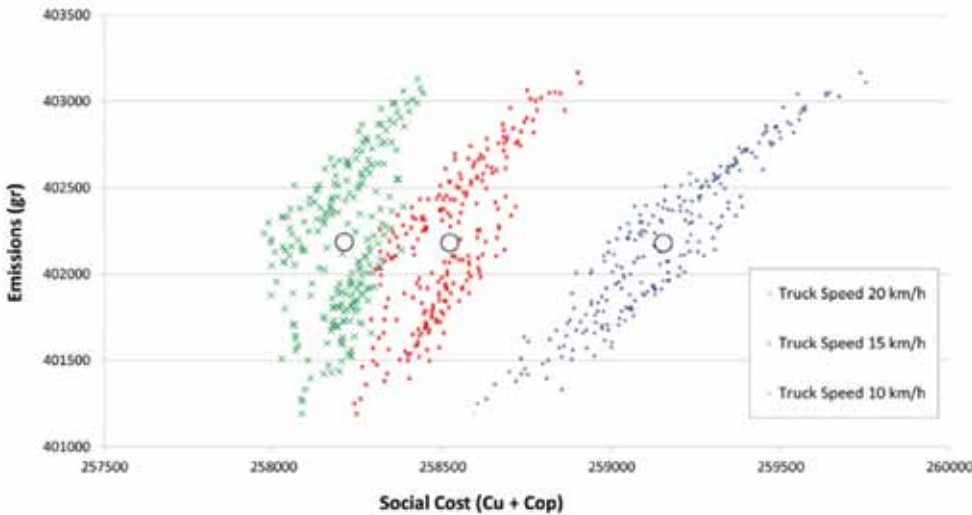


Fig. 3. Coste Social versus Emisiones generadas

Velocidad (km/h)	Coste Social			Emisiones
	20	15	10	
Máximo	258442	258909	259753	403166
Mínimo	257972	258239	258592	401190
Centro de masas	258209	258521	259153	402181

Tabla 3. Valores de centro de masas (coste social/emisiones)

Independientemente de la velocidad a la que circule el camión, se pueden plantear la minimización del coste social, la minimización de las emisiones o una combinación de ambas. De esta forma, si se desea minimizar el coste social, habrá que desplazarse a lo largo del eje X (valor de  $\alpha = 0^\circ$ ) hasta tocar a la curva representada en negro en la figura 4 (contorno de Pareto). De la misma forma, si lo que se quiere es minimizar las emisiones, nos desplazaremos a lo largo del eje Y (valor de  $\alpha = 90^\circ$ ) hasta tocar dicha curva. Si lo que el planificador busca es una combinación de ambas, deberá desplazarse con una recta cuya inclinación sea la combinación del coste social y las emisiones deseadas, hasta cortar al contorno de Pareto. A modo de ejemplo se representa en la figura el valor de  $\alpha = 45^\circ$ .

De esta forma tenemos diferentes soluciones, según la velocidad a la que circule el camión y el objetivo de minimización perseguido, ya sea la minimización del coste social, la minimización de las emisiones, o una combinación de ambas.

## 5. Conclusiones

En este artículo se han presentado dos casos de estudio fundamentados en la utilización de modelos matemáticos de optimización-simulación para diseño de sistemas de transporte en ámbito urbano. El primero de ellos aborda el problema de determinar la ubicación y espaciamiento óptimo de paradas de bus. El segundo caso de estudio

consiste en el diseño óptimo de sistemas de transporte de mercancías para abastecer puntos de demanda en área urbana y que generan un elevado volumen de carga a transportar utilizando vehículos de gran dimensión.

Para la resolución de ambos casos de estudio se ha planteado un modelo matemático de optimización bini-vel, compuesto de un nivel superior que minimiza una función de costes tanto del usuario como del operador, y un nivel inferior en el que se incluye un modelo de partición modal-asignación teniendo en cuenta la influencia del tráfico privado y la congestión en los vehículos de transporte público.

Se puede concluir que la utilización de este tipo de modelos ofrece un potencial enorme dado que además de facilitar la toma de decisiones puntuales en referencia a un diseño concreto, es factible hacer análisis de sensibilidad. Este tipo de análisis de sensibilidad reporta una serie de conclusiones de máxima utilidad para lograr diseños más eficientes.

Finalmente se ha demostrado que es posible afrontar procesos de diseño en sistemas de transporte bajo criterios económicos (punto de vista del operador), sociales (punto de vista de los usuarios) y medioambientales (punto de vista de los usuarios).

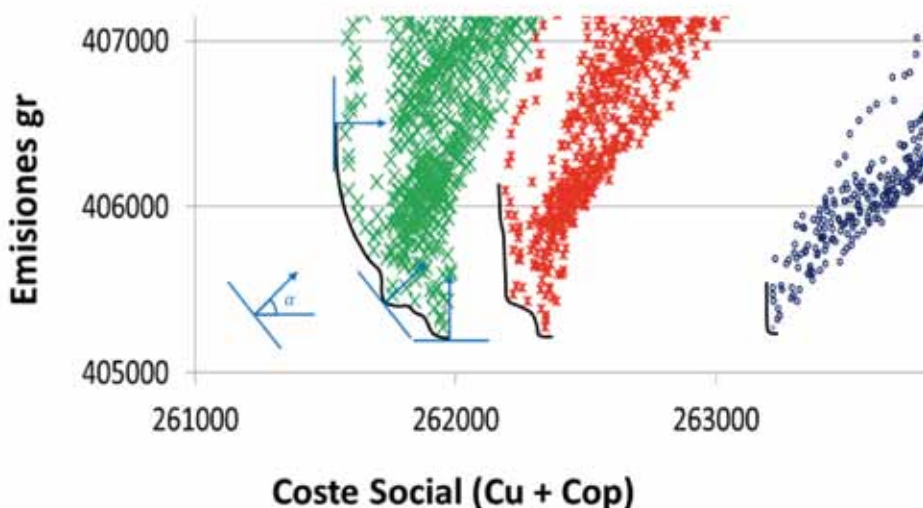


Fig. 4. Análisis gráfico multicriterio (Coste Social - Emisiones)

## Agradecimientos

Se desea agradecer al Ministerio de Economía y Competitividad del Gobierno de España por la financiación de los proyectos TRA2010-18068 y TRA2012-39466 en los que se enmarca esta investigación. **ROP**

## Referencias

- Ben-Ayed, O., Blair, C., Boyce, D., Leblanc, L., (1992). Construction of a real-world bilevel linear programming model of the highway design problem, *Annals of Operations Research* 34 219-254
- Ceder A. (1984) "Bus frequency determination using passenger count data". *Transportation Research A* n.18, pp.439-453
- Ceder A., N.H.M. Wilson (1986) Bus network design. *Transportation Research*, Vol. 20B pp. 331-334.
- Constantin, I., Florian, M. (1995) Optimizing frequencies in a transit network: a nonlinear bi-level programming approach. *International Transactions in Operational Research* 2, 149-164.
- Florian, M., Chen, Y., (1991). A bilivel programming approach to estimating O-D matrix by traffic counts, CRT-750, Centre de Recherche sur les Transports
- Furth, P., N.H.M. Wilson (1981) Setting frequency on bus routes: Theory and practice. *Transportation Research Record* 818, 1-7.
- IDAE. (2006). Guía para la estimación del Combustible en las Flotas de Transporte por Carretera.
- IDAE. (2013). Guía de Vehículos Turismo de venta en España, con indicación de consumos y emisiones de CO2
- Kocur, G. y C. Hendrickson (1982) Design of Local Bus service with demand Equilibrium. *Transportation Science*, 16(2), 149-170.
- Marcotte, P., (1986). Network design problem with congestion effects: a case of bilevel programming, *Mathematical Programming* 142-162
- Marcotte, P., (1988). A note on a bilevel programming algorithm by LeBlanc and Boyce, *Transportation Research* 22 B 233-237
- Marcotte, P., Marquis, G., (1992). Efficient implementation of heuristics for the continuous network design problem, *Annals of Operations Research* 34 163-176
- Miller, T., Friesz, T., Tobin, R., (1992). Heuristics algorithms for delivered price spatially competitive network facility location problems, *Annals of Operations Research* 34 177-202
- Moura, J.L., Ibeas, A., dell'Olio, L.,(2008). Optimization-simulation model for planning supply transport to large infrastructure public works located in congested urban areas. *Networks and spatial economics* Vol.10, No4, 487-507
- Newell, G. (1979) Some issues relating to the optimal design of bus routes. *Transportation Science* 13, 20-35.
- Ntzaichristos, L. et al. (2009). 1.A.3.b. Road Transport TFEIP endorsed draft. Emission Inventory Guidebook. European Monitoring and Evaluation Programme (EMEP) / European Environment Agency (EEA).
- Romero, J.P., Ibeas, A., Moura, J.L., Benavente, J., Alonso, A. (2012b). A simulation-Optimization approach to design efficient systems of bike sharing. *Procedia – Social and Behavioral Sciences* 54(2012) 646-655. Elsevier.
- Stackelberg. G.E., (1952). *The Theory of the Market Economy*, Oxford University Press
- Suh, S., Kim, T., (1992). Solving nonlinear bilevel programming models of equilibrium network design problems: a comparative review, *Annals of Operations Research* 34 203-218
- Wong, S.C., H. Yang (1997) Reserve capacity of a signal-controlled road network. *Transportation Research B* 30, 397-402.
- Yang, H. (1997) Sensitivity analysis for the elastic-demand network equilibrium problem with application. *Transportation Research B* 31, 55-70.
- Yang, H., G.H.B. Michael (1998). Models and algorithm for the road network design: a review and some new development. *Transport Review* 18, 257-278.
- Yang, H., M. Bell (1997) Traffic restraint, road pricing and network equilibrium. *Transportation Research B* 31, 303-314.